ACUSTICA

Leo L. Beranek

B482

LEO L. BERANEK

LABORATORIO DE ACÚSTICA, INSTITUTO DE TECNOLOGÍA
DE MASSACHUSETTS. BOLT, BERANEK & NEWMAN, INC.,
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS

REFERENCIA
CONSULTA SOLO
EN SALA DE LECTURA

000597

ACUSTICA

SEGUNDA EDICION

Versión castellana por el
Ing. ADOLFO DI MARCO
Profesor de Electrónica
Universidad de Buenos Aires — Universidad de La Plata

INSTITUTO
VIPRO
BIBLIOTECA

BIBLIOTECA
UNIV. TEC. VICENTE PEREZ ROSALES
3 5619 00002 8056

5

INACAP PEREZ ROSALES
40-000008140

Editorial H.A.S.A.

EDITORIAL HISPANO
ina 731

Título del original inglés:

ACOUSTICS

Copyright © 1954 by McGraw Hill Book Company, Inc. Printed in the Unite
States of America. All rights reserved. This book, or parts thereof may not be
reproduced in any form without permission of the publishers. Library of
Congress Catalog Card Number 53-1246

Primera edición: septiembre 1961

Hecho el depósito que marca la Ley Nº 14.723

Copyright © by Editorial Hispano Americana S. A. Versión castellana
por derechos exclusivos adquiridos a McGraw-Hill Book C.

Buenos Aires — 1969

Impreso en la Argentina *Printed in Argentine*

PREFACIO

La Acústica es un tema fascinador. Música, arquitectura, ingeniería, atro, medicina, sicología y lingüística buscan en ella la respuesta a estiones básicas de sus propios campos. En el laboratorio de acústica del Instituto de Tecnología de Massachusetts (M.I.T.), se encuentran tudiantes que se ocupan de problemas tan diversos como el proyecto de auditoriums y estudios de radiodifusión, proyecto de altavoces, percepción subjetiva de sonidos complejos, producción de la voz sintética; opagación del sonido en la atmósfera, dispersión del sonido en los líquidos, reducción del ruido de las aeronaves de reacción, y reconocimiento ultrasónico de los tumores cerebrales. Las reuniones anuales de Sociedad Acústica de América son verdaderos espectáculos con conferencias y simposios sobre los temas mencionados. Las oportunidades de empleo en la especialidad son muy abundantes en la actualidad, porque las administraciones de las fábricas han reconocido las importantes contribuciones de la acústica a la mejora de sus productos y del bienestar de su personal.

No hay un camino fácil para el estudio de la acústica moderna. estudiante, en primer término, debe adquirir el vocabulario propio del tema. Luego debe asimilar las leyes que gobiernan la propagación la radiación del sonido, la resonancia y el comportamiento de los asductores en el medio acústico. Por último, pero no lo menos importante, debe aprender a interpretar las características auditivas del ser mano y las reacciones de los oyentes al sonido y el ruido.

Este libro es el resultado de un curso sobre acústica que el autor desarrollado para los estudiantes de ingeniería eléctrica y comunicaciones. La ecuación de onda básica y sus soluciones más interesantes están discutidas en detalle en la primera parte del volumen. La radiación del sonido, los componentes de los sistemas acústicos, micrófonos, altavoces, y bocinas se tratan con el detalle suficiente como para que estudiante serio pueda encarar el diseño electroacústico.

Hay un desarrollo amplio de problemas tan importantes como los del sonido en los recintos, métodos de reducción de ruido, audición, eligibilidad, y criterios sicoacústicos para el bienestar, para la inteligibilidad satisfactoria de la palabra y para condiciones de audición gradables.

Este libro difiere en un aspecto importante de los textos convencionales sobre acústica, en cuanto que insiste especialmente en la aplicación práctica de la teoría de los circuitos eléctricos para la solución de u amplia variedad de problemas. Siempre que ha sido posible, se ha utilizado los conocimientos básicos de ingeniería para explicar los conceptos acústicos.

El experto en alta fidelidad encontrará los capítulos dedicados a los recintos sonodeflectores, bocinas, y locales, particularmente inte santes como que en ellos se muestra cómo puede calcularse sencilla exactamente el comportamiento de los altavoces con sonodeflectores de bocina. Estos capítulos ilustran también la necesidad de considerar el diseño el sistema en conjunto, incluso el amplificador, el altavoz, el sonodeflector o la bocina y también el local en que estas unidades h de funcionar. Se dan ejemplos numéricos y ábacos de resumen pa facilitar la aplicación de este material a los sistemas de reproducción de la música.

En vista del creciente interés en el control del ruido, el autor ha tenido presente este tema al escribir los capítulos 1, 2, 4, y del 10 al 1 Estos capítulos sirvieron de base para un programa especial de vera sobre reducción del ruido en el M.I.T., en 1953. El material de los capítulos 11 y 13 es nuevo, y se espera que será de interés para quien se ocupen del ruido y sus efectos sobre el ser humano.

En resumen, el ingeniero o científico que desea practicar en el cam de la acústica y que no tiene la intención de limitar sus esfuerzos a l cuestiones teóricas, debe conocer el material de este texto.

Los problemas correspondientes a los distintos capítulos se agrup al final del volumen para uso del estudiante. Se citan referencias para lecturas complementarias en el texto, aunque no se ha tenido la intenci de dar una bibliografía de las fuentes primarias del material. Desp de este prefacio, encontrarán los profesores de la materia algunas sugestiones para el mejor uso del texto.

El autor desea expresar su profundo agradecimiento a Francis M. Wiener y Rudolph H. Nichols, Jr., por su ayuda en la detallada revisión y corrección del texto y la preparación de algún material origin Muchos miembros del laboratorio de acústica del M.I.T. han leído uno o más capítulos y han brindado su ayuda al autor. De todos ellos, mencionan en particular a Mary Anne Summerfield, Walter A. Rosenblith, Kenneth N. Stevens, Jerome R. Cox, Jordan J. Baruch, Joan J. English, y Norman Doelling.

Las ilustraciones se deben a los incansables esfuerzos de Clare Twardzik. El autor está muy agradecido a su mecanógrafa, Elizab H. Jones, a su secretaria, Lydia Bonazzoli, y a su esposa, Phyllis quienes le permitieron completar el texto dentro de un período razonablemente corto.

LEO L. BERANEK.

SUGESTIONES PARA LOS PROFESORES

Este texto está dividido en 13 capítulos con 32 partes. Cada parte está prevista para aproximadamente una semana de trabajo, aunque ello depende del estudiante, de acuerdo con sus estudios anteriores.

Si toda la clase ha tomado un curso completo de acústica, las partes deben ser enseñadas en secuencia, excepto la Parte XXVIII, Medición de Niveles Acústicos, la que puede ser encomendada al laboratorio de experimentos y demostraciones. Si sólo una parte de la clase ha de tomar el curso completo, debe enseñarse el material fundamental durante el primer semestre y el material aplicativo en el segundo. Se sugiere para este caso una división como la que sigue:

Primer semestre	
Parte I.	Introducción
Parte II.	Terminología
Parte III.	La ecuación de onda
Parte IV.	Soluciones de la ecuación de onda
Parte VI.	Circuitos mecánicos
Parte VII.	Circuitos acústicos
Parte VIII.	Trasductores
Parte X.	Diagramas direccionales
Parte XII.	Impedancia de radiación
Parte XIII.	Elementos acústicos
Parte XVII.	Teoría básica del altavoz de radiación directa

Segundo semestre	
Parte V.	Densidad de energía e intensidad
Parte IX.	Teoremas circulares, energía y potencia
Parte XI.	Índice de directividad y factor de directividad
Parte XIV.	Características generales de los micrófonos
Parte XV.	Micrófonos de presión
Parte XVI.	Micrófonos de gradiente y de combinación
Parte XVIII.	Factores de diseño que afectan el comportamiento de los altavoces de radiación directa
Parte XX.	Recintos reflectores de bajos
Parte XXI.	Unidades motoras para bocinas
Parte XXII.	Bocinas

Parte XIX.	Recintos simples
Parte XXIII.	Campos sonoros en los recintos pequeños y regulares
Parte XXIV.	Campos sonoros en los recintos grandes e irregulares
Parte XXVIII.	Medición de los niveles acústicos
Parte XXX.	Audición
Parte XXV.	Trasmisión del sonido a través de las paredes entre recintos
Parte XXVI.	Procedimiento y fuentes para el control del ruido
Parte XXVII.	Caminos de trasmisión acústica
Parte XXIX.	Calibración de trasductores por reciprocidad
Parte XXXI.	Inteligibilidad de la palabra
Parte XXXII.	Criterios sicoacústicos

Todo curso de acústica debe ser complementado por una serie de experiencias de laboratorio bien planeada. Por ejemplo, el material de los primeros capítulos tendrá más significación si se lo acompaña con experimentos de laboratorio sobre medición de ruido. Esto familiariza al estudiante con la medición de la presión sonora y con el uso del analizador de frecuencias. Apreciará así mejor el significado de presión sonora, intensidad sonora, decibel, densidad de energía sonora, y nivel de potencia, y comprenderá la precisión con que puede medirse el ruido.

Un mínimo sugerido de 10 experimentos son los siguientes, numerados para un curso completo o un curso de un semestre:

Primer semestre

Nº 1. Medición de ruido
Nº 2. Medición de las constantes de un trasductor electromecánico
Nº 4. Medición de la respuesta de campo libre de un altavoz
Nº 6. Estudio de campos sonoros en un recinto rectangular pequeño
Nº 7. Estudios de los campos sonoros en los recintos grandes irregulares

Segundo semestre

Nº 3. Calibración de campo libre de un micrófono
Nº 5. Diseño y ensayo de un sonodeflector para altavoz
Nº 8. Predicción y control de ruido en un sistema de ventilación
Nº 9. Ensayos audiométricos de la audición
Nº 10. Aplicación de los criterios sicoacústicos para el diseño de un auditorium.

Dos problemas por semana deberían ser suficientes como aplicación del material del texto. La breve lista de problemas que se da al final del volumen para cada capítulo, debe ser complementada por otros, de acuerdo con la experiencia del profesor.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y TERMINOLOGÍA

PARTE I. *Introducción.*

1.1. Un poco de historia. La acústica está entrando en una nueva era: la era de la ingeniería de precisión. Hace cien años, la acústica era un arte. Como instrumentos de medición, los ingenieros utilizaban en este campo especialmente sus oídos. Las únicas fuentes de ruido controladas disponibles eran silbatos, gongs y sirenas. Los micrófonos consistían sea en un diafragma articulado con una punta metálica que delineaba la forma de onda sobre la superficie ennegrecida de un tambor rotativo, sea en una llama cuya altura variaba de acuerdo con la presión acústica. Por esa época aparecieron en la literatura técnica los grandes nombres de Rayleigh, Stokes, Thomson, Lamb, Helmholtz, König, Tyndall, Kundt, y otros. Sus contribuciones a la acústica física fueron seguidas por la publicación del tratado en dos volúmenes de Lord Rayleigh, "Theory of Sound" (1877-1878). La acústica no hizo más progresos hasta que W. C. Sabine, en una serie de artículos (1900-1915) llevó la acústica arquitectónica a la categoría de una ciencia.

Aunque la contribución de estos primeros investigadores fué muy importante, el mayor interés en el campo de la acústica siguió a la invención del tríodo de alto vacío (1907) y al advenimiento de la radiodifusión (1920). Con los amplificadores de válvula ya disponibles, podían producirse sonidos de la frecuencia deseada con la intensidad conveniente y, a la vez, podían medirse los sonidos muy débiles. Por encima de todo, la válvula permitió construir instrumentos de medición compactos, robustos, e insensibles a las corrientes de aire.

El progreso de la acústica de las comunicaciones fué apresurado por el esfuerzo de los Bell Telephone Laboratories (desde 1920 en adelante) y el desarrollo del sistema telefónico en los Estados Unidos de Norteamérica.

La acústica arquitectónica recibió un gran impulso gracias a los aportes teóricos y experimentales de la Universidad de Harvard, el

Instituto Tecnológico de Massachusetts, y la Universidad de California en Los Ángeles (1930-1940), y varios centros de investigación en Europa, especialmente Inglaterra y Alemania. Durante este período explicóse en detalle el decrecimiento del sonido en los locales rectangulares, se introdujo el método de especificación de los materiales acústicos por la impedancia, y se fundamentó con precisión el cómputo de la atenuación del sonido en los conductos. Se demostraron las ventajas de las paredes irregulares y del uso del material acústico en zonas más bien que sobre toda la extensión de las paredes. Se introdujeron absorsores funcionales y aparecieron en el mercado muchos materiales acústicos, en una amplia variedad.

También se desarrolló la ciencia de la sicoacústica. En los Bell Telephone Laboratories, bajo la espléndida dirección de Harvey Fletcher, se cuantificaron los conceptos de sonoridad (loudness) y enmascaramiento y se determinaron muchos de los factores que rigen la comunicación hablada (1920-1940). La Acústica, a través de los ultrasonidos, penetró en el campo de la medicina y la química. Se ensayó la diatermia ultrasónica y la aceleración de las reacciones químicas por medio de los ultrasonidos.

Finalmente, llegó la segunda guerra mundial con su demanda de dispositivos para la detección de submarinos sumergidos y de medios de comunicación confiables en ambientes muy ruidosos, por ejemplo, en los carros de asalto y en las aeronaves. Instaláronse grandes laboratorios en Inglaterra, Alemania, Francia y, en los Estados Unidos de Norteamérica, en las universidades de Harvard, Columbia y California, para ocuparse de estos problemas. Las investigaciones acústicas alcanzaron proporciones no soñadas hasta el momento y se han mantenido desde entonces en el mismo nivel.

Hoy en día, la acústica está transformándose de una herramienta de la industria telefónica, de unos pocos arquitectos de avanzada y de los militares, en una cuestión de interés en la vida cuotidiana. Hay una tendencia internacional hacia la legislación y la provisión de casas silenciosas. Los trabajadores y los profesionales piden lugares de trabajo seguros y confortables desde el punto de vista acústico. Los arquitectos solicitan cada vez en mayor número los servicios de los ingenieros acústicos como parte de la rutina del proyecto y la construcción de edificios. Además, es cada día más perentoria la necesidad de resolver el problema del ruido creado por la aviación, en particular por los aviones a reacción, los que amenazan echar por tierra el bienestar hogareño. Los fabricantes están utilizando instrumentos acústicos en sus líneas de producción. La acústica, finalmente, entra en la sala de estar, donde la reproducción de la música con alta fidelidad es cada día más popular.

Este libro cubre, primero, los aspectos básicos de la acústica: la propagación de las ondas en el aire, la teoría de los circuitos mecánicos y acústicos, la radiación del sonido en el espacio libre, y las propiedades de los componentes acústicos. Siguen luego capítulos que tratan de los micrófonos, altavoces, recintos para altavoces, y bocinas. Se consideran a continuación los conceptos básicos del sonido en los recintos y se da una información práctica acerca del ruido. Por último, ocúpase el texto de las mediciones acústicas y de la sicoacústica. A través de este texto queremos hablar con *usted*—el estudiante de este moderno e interesante campo.

1.2. ¿Qué es el sonido? Al leer el material que sigue, el estudiante debe pretender formarse una imagen mental (y conservarla) de lo que ocurre cuando el diafragma de un altavoz, o cualquier otra superficie, para el caso, se pone en vibración en contacto con el aire.

Dícese que hay sonido cuando un disturbio que se propaga por un material elástico causa una alteración de la presión o un desplazamiento de las partículas del material que puedan ser reconocidos por una persona o por un instrumento. En razón de que el presente texto se ocupa principalmente de los dispositivos relacionados con la voz o con la música, los únicos materiales de esta clase de que nos ocuparemos son los gases, y, en particular, el aire. Afortunadamente, las propiedades físicas de los gases son fáciles de describir y no hay dificultad en comprender la naturaleza de la propagación del sonido en semejante medio.

Imaginemos que pudiéramos cortar un "cubo" de aire y sostenerlo en nuestras manos como si se tratase de un trozo de madera. ¿Qué propiedades físicas exhibiría? Primero, tendría peso, y, por lo tanto, masa. En efecto, un metro cúbico de aire tiene una masa un poco mayor que un kilogramo. Si se le aplicara una fuerza, el cubo sería acelerado de acuerdo con el segundo principio de Newton, el que dice que la fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración.

Si ejercemos una fuerza compresora sobre dos caras opuestas del cubo, las otras cuatro caras tienden a expandirse. La presión incremental producida en el gas por esta fuerza es la misma en todo este pequeño volumen. Este resultado es consecuencia del hecho de que la presión en un gas es un escalar, esto es, una cantidad no direccional.

Imaginemos que tenemos el pequeño cubo de aire sostenido firmemente entre las manos y que entonces avanzamos una de éstas con respecto a la otra, de manera de deformar el cubo a modo de un paralelepípedo. No se encuentra ninguna oposición a esta deformación de parte del aire exterior adyacente a las dos caras desplazadas. Esto significa que el aire no resiste a las fuerzas de corte †.

Por otra parte, si nosotros impedimos el desplazamiento de cinco de las caras del cubo y tratamos de desplazar la otra, encontramos que el aire es elástico, esto es, se necesita cierta fuerza para comprimirlo. La magnitud de la fuerza está en proporción directa con el desplazamiento que se le da a la cara desplazable. Basta con un sencillo experimento para convencerse de esto. Tápese la salida de un "inflador" para neumáticos y empújese el vástago del émbolo. Se comprobará así que el aire encerrado compórtase como un simple resorte.

La constante elástica de un gas depende, no obstante, del método de compresión. Toda fuerza que tiende a comprimir un gas produce necesariamente un desplazamiento de las partículas de éste. La presión incremental producida en el gas es directamente proporcional a la variación incremental del volumen. Si el desplazamiento se produce lentamente, puede escribirse

---

† Esto es sólo aproximadamente cierto, pues el aire tiene viscosidad, pero las fuerzas de corte son muy pequeñas en comparación con las que se encuentran en los sólidos.

$$\Delta P = -K\,\Delta V \qquad \text{(proceso lento)}$$

donde K es una constante. Si, en cambio, el desplazamiento, y por lo tanto el cambio de volumen, tiene lugar rápidamente, y además, si el gas es aire, oxígeno, hidrógeno, o nitrógeno, la presión incremental producida es igual a $1{,}4K$ veces la variación incremental de volumen:

$$\Delta P = -1{,}4K\,\Delta V \qquad \text{(proceso rápido, gas diatómico)}$$

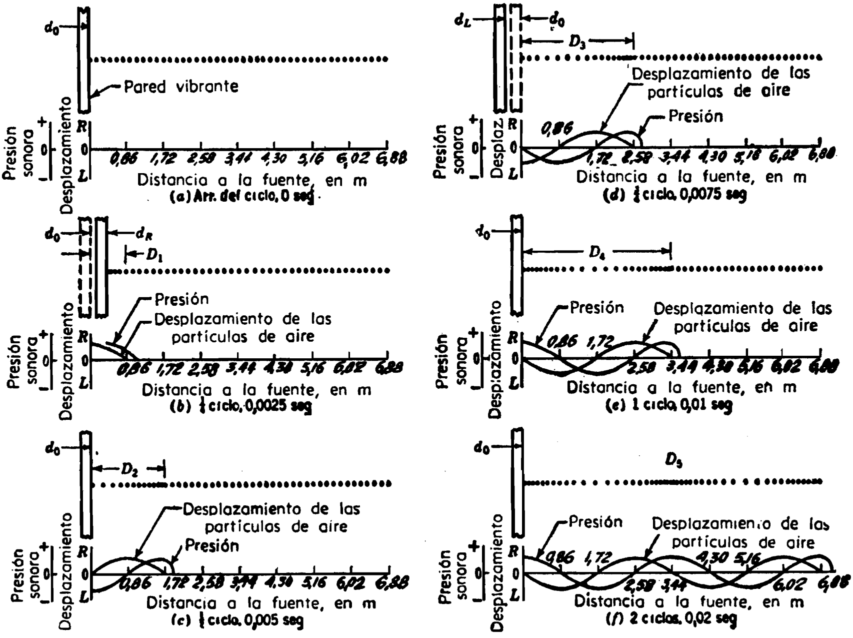
Obsérvese que un incremento positivo (aumento) de la presión produce un incremento negativo (disminución) del volumen. Los procesos que se producen con velocidades intermedias son más difíciles de describir, aunque sólo sea aproximadamente, y, afortunadamente, no es necesario tomarlos en cuenta en este texto.

¿Cuál es la razón de la diferencia entre la presión creada cuando el volumen varía rápidamente y la que aparece cuando el volumen varía lentamente? Cuando la variación del volumen es lenta, la compresión es *isotérmica*. Por variación isotérmica se entiende toda variación que se produce a temperatura constante. Hay tiempo para que el calor generado en el gas durante la compresión pueda pasar a otras partes del gas, o si el gas está confinado a un recipiente, pasar a las paredes de éste. La temperatura del gas permanece así constante. En cambio, cuando la variación del volumen es rápida, la temperatura se eleva al comprimir el gas y desciende al expandirlo. Durante un ciclo de compresión y expansión no hay tiempo suficiente para que el calor se pierda pasando a las adyacencias. Estas alteraciones rápidas, sin transferencia de calor, denomínanse *adiabáticas*.

En el proceso adiabático o en el isotérmico, la presión del gas es debida al choque de sus moléculas con las paredes del recipiente. Se recordará que la presión es fuerza por unidad de área, o, según Newton, la velocidad de variación de la cantidad de movimiento por unidad de área. Investiguemos la naturaleza de la variación de la cantidad de movimiento en el gas confinado. Las paredes del recipiente modifican la dirección y el sentido del movimiento de las partículas y cambian por lo tanto su cantidad de movimiento; este cambio manifiéstase como presión en el gas. La *velocidad* de variación de la cantidad de movimiento, y, por lo tanto, la magnitud de la presión, depende de dos factores. Ella aumenta, evidentemente, si el número de colisiones por segundo entre las partículas de gas y las paredes aumenta, o si aumenta la cantidad de movimiento trasferida por colisión, o si ambas cantidades aumentan a la vez. Vemos así que en la compresión isotérmica hay un aumento de la presión porque se reduce el volumen ocupado por las moléculas del gas y éstas, entonces, chocan más frecuentemente con las paredes del recipiente.

Por otra parte, si bien la compresión adiabática resulta también en el aumento del número de colisiones por segundo de la manera que se acaba de describir, la variación de la temperatura que acompaña a la compresión en este caso provoca un ulterior aumento del número de colisiones por segundo y también el aumento de la cantidad de movimiento trasferida por colisión. La teoría cinética de los gases expresa que la velocidad de las moléculas de un gas varía en proporción con la raíz cuadrada de la temperatura absoluta del gas. En el proceso adiabático el gas se calienta, las moléculas se mueven más rápidamente, chocan más a menudo con las paredes del recipiente, y teniendo ellas mismas mayor cantidad de movimiento, trasfieren más cantidad de movimiento a las paredes en cada colisión.

Frente a una variación ΔV dada del volumen, la velocidad de variariación de la cantidad de movimiento, y, por tanto, el aumento de presión, resulta ser mayor en el proceso adiabático. Por consecuencia, el gas es más rígido —se necesita más fuerza para comprimirlo o expandirlo— si la modificación es adiabática. Veremos más adelante, en el texto, que las ondas acústicas son esencialmente alteraciones adiabáticas.



(a) Arr. del ciclo, 0 seg
(b) ¼ ciclo, 0,0025 seg
(c) ½ ciclo, 0,005 seg
(d) ¾ ciclo, 0,0075 seg
(e) 1 ciclo, 0,01 seg
(f) 2 ciclos, 0,02 seg

FIG. 1.1. Presión y desplazamiento en una onda sonora plana producida por un plano que vibra sinusoidalmente. D_1 = un cuarto de longitud de onda; D_2 = media longitud de onda; D_3 = tres cuartos de longitud de onda; D_4 = una longitud de onda; D_5 = 2 longitudes de onda. *R* significa desplazamiento de las partículas de aire hacia la derecha, *L*, hacia la izquierda, y *O*, ningún desplazamiento. El amontonamiento de los puntos significa un exceso positivo de presión y su mayor separación, un exceso negativo de presión. La frecuencia de vibración del pistón es de 100 c/s.

1.3. Propagación del sonido en los gases.

Es fácil predecir y describir la propagación del sonido en los gases si tomamos en cuenta los factores que se acaban de discutir, esto es, la masa y la rigidez del gas y su conformidad con las leyes físicas fundamentales. Se encontrará esta descripción matemática más adelante, en este mismo capítulo. Nos ocuparemos ahora de una imagen cualitativa de la propagación del sonido.

Si introducimos en el gas un plano que vibra sinusoidalmente (ver Fig. 1.1*a*), éste acelerará las partículas de gas adyacentes y comprimirá la parte del gas que está más cerca al moverse hacia adelante a partir de la posición de reposo. Esta compresión inicial se muestra en la Fig. 1.1*b* como un adensamiento de puntos frente al plano. Los puntos representan moléculas de aire. Estas partículas de aire adensadas tienen, además de sus velocidades fortuitas, una cantidad de movimiento hacia adelante que les ha sido impartido por la pared vibrante. Ellas chocan con sus vecinas de la derecha y, en la colisión, trasfieren a estas últimas, que estaban en reposo, cierta cantidad de movimientos. Estas partículas, a su vez, se aproximan a sus vecinas, con las que chocan, y así sucesivamente. Progresivamente, más y más partículas remotas del medio son puestas en movimiento. De esta manera, por sucesivas colisiones, las fuerzas creadas por la compresión original puede ser trasferida a partes distantes del gas.

Cuando el plano vibrante invierte su movimiento, ocurre una rarefacción del gas inmediatamente en frente de él (ver Figs. 1.1*c* y 1.1*d*). Esta rarefacción hace que las partículas sean aceleradas hacia atrás y el proceso anterior repítese ahora en sentido contrario, y así sucesivamente, en los ciclos sucesivos de la fuente.

Para comprender la propagación del sonido, es importante que el estudiante tenga presentes las variaciones relativas de presión, desplazamiento de las partículas y velocidad de estas mismas. Obsérvese que, en todo momento, el máximo desplazamiento y la máxima presión no ocurren en el mismo lugar de la onda. Para comprenderlo mejor, consideremos la Fig. 1.1*c*. La máxima presión ocurre donde las partículas están más amontonadas, es decir, en $D_2 = 1{,}72$ m. Pero en D_2 las partículas todavía no han alcanzado a moverse, como puede verse por comparación con la Fig. 1.1*a*. En D_2, por lo tanto, la presión es máxima, pero el desplazamiento de las partículas es cero. En este instante, las partículas vecinas al plano vibrante están también en su posición de desplazamiento cero, porque el plano ha vuelto justamente a su posición de reposo. Aunque las partículas en D_2 y en d_0 tienen desplazamiento cero, las circunstancias son muy diferentes. Hemos visto que la presión es máxima en D_2, pero en d_0 las partículas están muy separadas, de modo que la presión tiene que ser mínima. A medio camino entre d_0 y D_2, se encuentra que la presión tiene el valor ambiente (presión incremental cero), mientras que el desplazamiento de las partículas es máximo. En los puntos de la onda en que la presión incremental es máxima, el desplazamiento de las partículas es cero. Donde el desplazamiento de las partículas es máximo, la presión incremental es cero. La presión y el desplazamiento de las partículas están, pues, 90° fuera de fase.

En un punto cualquiera de la onda, la presión y el desplazamiento varían sinusoidalmente con el tiempo, con la misma frecuencia que la fuente. Si la presión varía como cos $2\pi ft$, el desplazamiento, estando 90° fuera de fase, debe variar como sen $2\pi ft$. La velocidad de las partículas, en cambio, es la derivada respecto del tiempo del desplazamiento y debe variar por lo tanto como cos $2\pi ft$. En un punto cualquiera de la onda, entonces, la presión y la velocidad de las partículas están en fase.

Hemos determinado las fases relativas del desplazamiento de las partículas, de su velocidad y de la presión en un punto de la onda. Preguntamos ahora ¿cuál es la relación de fase que existe entre los valores, digamos, del desplazamiento de las partículas en dos diferentes puntos de la onda? Si la acción originada por el pistón se trasmitiera instantáneamente por el medio, todas las partículas se moverían en fase con la fuente y unas con respecto a las otras. Esto no es así, sin embargo, porque la velocidad de propagación del sonido es finita y, en los puntos progresivamente distantes de la fuente hay un retardo creciente en el arribo de la onda. Cada partícula del medio se mueve hacia adelante y atrás con la misma frecuencia que la fuente, pero no al mismo tiempo. Esto significa que dos partículas que están a diferentes distancias de la fuente no se mueven en fase. Dos puntos cualesquiera que estén vibrando en fase estarán, en este ejemplo de onda plana, separadas por un número entero de largos de onda. Por ejemplo, en la Fig. 1.1*f*, los puntos de 3,44 m y de 6,88 m están separados exactamente por un largo de onda. Un disturbio ocurre en el punto de 6,88 m cerca de 0,01 seg después de haber ocurrido en el punto de 3,44 m. Esto corresponde a una velocidad de propagación de cerca de 344 m/s. Matemáticamente, la *longitud de onda* es igual a la velocidad de propagación dividida por la frecuencia de la vibración:

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{1.1}$$

donde λ es la longitud de onda en metro, c es la velocidad del sonido en metro por segundo, y f es la frecuencia en c/s.

Es de notar que las ondas sonoras en el aire son longitudinales; esto es, la dirección del movimiento vibratorio de las partículas de aire es la misma en que se propaga la onda. Así lo sugiere la Fig. 1.1. Las ondas de luz, calor y radio son transversales, es decir, las vibraciones de los campos magnéticos y eléctricos son perpendiculares a la dirección de propagación. Por contraste, las ondas en la superficie del agua son circulares. El movimiento vibratorio de las moléculas de agua se realiza en un pequeño círculo o elipse, pero la onda se propaga horizontalmente.

1.4. Aspectos comensurables del sonido. Consideremos primero qué modificaciones podrían hacerse en el medio antes de que se inicie la onda sonora en él. Las partículas de gas (moléculas) están, en promedio, en reposo. Tienen movimiento fortuito (al azar), pero no hay movimiento neto del gas en ninguna dirección. Decimos, por lo tanto, que el desplazamiento de las partículas es cero. Por consecuencias, la *velocidad de las partículas* es también cero. Además, no habiendo perturbación alguna del medio, la *presión* es constante en toda su extensión e igual a la *presión ambiente*, de modo que la *presión incremental* es cero. El valor de la presión ambiente es el indicado por el barómetro. La *densidad*, otra magnitud comensurable del medio, defínese como de costumbre como la masa por unidad de volumen. Es igual a la *densidad ambiente* cuando no hay perturbación en el medio.

Cuando se propaga una onda sonora por el medio, hay varios cambios comensurables. Las partículas son aceleradas y desplazadas con respecto a su posición de reposo. Las partículas tienen una velocidad distinta de cero en cada punto, excepto en ciertos instantes de cada alternación. La temperatura en cada punto fluctúa por arriba y por debajo del valor ambiente. De igual modo varía la presión por arriba y por debajo de la presión ambiente. Esta variación incremental de la presión es lo que se llama *presión sonora* o *presión de exceso*. La variación de presión causa, a su vez, una variación de la densidad llamada *densidad incremental*. Un aumento de la presión sonora en un punto, causa un aumento de la densidad en el mismo punto.

La velocidad de un disturbio acústico que se propaga a través de un gas no es la misma para todos los gases. Para un gas dado, la velocidad de propagación es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta del gas (ver Ec. 1.8).

En los últimos capítulos de este libro hemos de describir instrumentos y métodos para medir la mayoría de las cantidades mencionadas.

PARTE II. *Terminología.*

El estudiante posee ahora una imagen general de la naturaleza de la onda sonora. Para proseguir en el estudio de la acústica, es necesario conocer la terminología corriente en este campo. Muchas palabras comunes, tales como presión, intensidad, y nivel, se utilizan con acepción particular. Es necesario que el estudiante se familiarice con el significado especial de cada palabra desde un principio, pues así se las usa en todo el texto. La lista de definiciones que sigue no es de modo alguno exhaustiva, y se presentarán términos adicionales a medida que se los necesite más adelante[1]. Si es posible, el estudiante debe hacer mediciones de sonido con un medidor de nivel sonoro y un analizador de sonidos, bajo la dirección del instructor, a fin de que la terminología quede asociada firmemente con el fenómeno físico.

En este libro se utiliza el sistema MKS de unidades. Aunque el ingeniero acústico en el ejercicio de su práctica puede creer que esta decisión no se justifica en vista de la amplia difusión del sistema CGS, será visible en el Cap. 3 y nuevamente en el Cap. 10, cuánto se gana en simplicidad gracias al empleo del sistema MKS. En las definiciones que siguen, las unidades del sistema CGS están indicadas entre paréntesis después de las unidades MKS. Se dan tablas de conversión en el Apéndice II.

---

[1] Un buen manual de terminología es la norma *American Standard Acoustical Terminology*, Z24.1 — 1951, publicada por la American Standard Association, Inc. New York, N. Y.

1.5. Generales. *Acústico, a.* † La palabra acústico (a) como adjetivo, significa lo que está íntimamente asociado con las ondas sonoras o los medios, fenómenos, aparatos, cantidades, o unidades, individuales, que son temas de la ciencia de las ondas sonoras.

1.6. Presión y densidad. *Presión estática* (P_0). La presión estática en un punto del medio es la presión que existiría en ausencia de ondas sonoras. Con la presión barométrica normal, P_0 es aproximadamente igual a 10^5 newton/m² (10^6 dina/cm²), lo que corresponde a la lectura del barómetro de 0,751 m de mercurio cuando el mercurio está a 0°C. La presión atmosférica normal se toma por lo general como de 0,760 m Hg a 0°C y equivale a una presión de $1{,}013 \times 10^5$ newton/m². En este texto, al resolver problemas, tomaremos $P_0 = 10^5$ newton/m².

Microbar (μB). El microbar es la unidad de presión comúnmente utilizada en acústica. Un microbar es igual a 0,1 newton/m² o 1 dina/cm². En este texto su uso no está restringido al sistema CGS.

Presión sonora instantánea $p(t)$. La presión sonora instantánea en un punto es la variación incremental de la presión estática causada en un instante cualquiera por la presencia de una onda sonora. Su unidad es el microbar.

Presión sonora eficaz (p). La presión sonora eficaz en un punto es el valor cuadrático medio de la presión sonora instantánea, sobre un intervalo dado de tiempo, en el punto considerado. La unidad es el microbar. En el caso de una presión sonora periódica, el intervalo debe comprender un número entero de períodos. En el caso de una presión sonora no periódica, el intervalo debe ser lo suficientemente largo como para que el valor obtenido sea esencialmente independiente de la duración del intervalo.

Densidad del aire (ρ_0). La densidad ambiente del aire está dada por las fórmulas

$$\rho_0 = 1{,}29 \frac{273}{T} \frac{P_0}{0{,}76} \qquad \text{kg/m}^3 \text{ (MKS)} \tag{1.2}$$

$$\rho_0 = 0{,}00129 \frac{273}{T} \frac{P_0}{0{,}76} \qquad \text{g/cm}^3 \text{ (CGS)} \tag{1.3}$$

donde T es la temperatura absoluta en grados Kelvin y P_0 es la presión barométrica en m Hg. A la temperatura ambiente normal de $T = 295$°K

---

† En el original se distingue entre los adjetivos "acoustic" y "acoustical", este último de carácter más general que el primero. En castellano no hay adjetivos de matices semejantes. Por otra parte, "acústica", como sustantivo (en inglés "acoustics"), es el nombre con que designamos "la ciencia de las ondas sonoras". (*N. del T.*)

(22°C), y para la presión estática $P_0 = 0{,}751$ m Hg, la densidad ambiente es $\varrho_0 = 1{,}18\ \text{Kg/m}^3$. Este valor de ϱ_0 será utilizado en los problemas, salvo mención en contra.

1.7. Velocidad. *Velocidad del sonido* (c). La velocidad del sonido en el aire está dada aproximadamente por las fórmulas

$$c = 331{,}4 + 0{,}607\theta \qquad \text{m/MKS} \qquad (1.4)$$

$$c = 33{,}140 + 60{,}7\theta \qquad \text{cm/CGS} \qquad (1.5)$$

donde θ es la temperatura ambiente en grado centígrado. Para temperaturas superiores a +30°C o inferiores a —30°C, la velocidad del sonido debe calcularse con la fórmula exacta

$$c = 331{,}4\sqrt{\frac{T}{273}} = 331{,}4\sqrt{1 + \frac{\theta}{273}} \quad \text{m/s} \qquad (1.6)$$

donde T es la temperatura ambiente en grado Kelvin. A la temperatura ambiente normal de $\theta = 22°\text{C}$, $c = 344{,}8$ m/s. Este valor de c será el utilizado en la solución de los problemas, salvo mención en contra.

Velocidad instantánea de las partículas (*velocidad de las partículas*) [$u(t)$]. La velocidad instantánea de las partículas en un punto es la velocidad, debida solamente a la onda sonora, de una parte infinitesimal dada del medio en un instante determinado. Se mide por encima y por debajo del movimiento del medio como conjunto. La unidad es el metro por segundo (en el sistema CGS, el centímetro por segundo).

Velocidad eficaz de las partículas (u). La velocidad eficaz de las partículas en un punto es el valor cuadrático medio de la velocidad de las partículas (ver *presión eficaz* para los detalles). La unidad es el m/s (en el sistema CGS, el cm/s).

Velocidad instantánea de volumen [$U(t)$]. La velocidad instantánea de volumen, debida a la onda sonora solamente, es el caudal instantáneo del medio perpendicularmente a través de un área especificada S. Es decir, $U(t) = Su(t)$, donde $u(t)$ es la velocidad instantánea de las partículas. La unidad es el m^3/s (en el sistema CGS, el cm^3/s).

1.8. Impedancia. *Impedancia acústica.* La impedancia acústica en una superficie dada se define como la relación compleja † de la presión sonora eficaz promediada sobre la superficie a la velocidad eficaz de volumen a su través. La superficie puede ser una superficie hipotética en un medio acústico, o la superficie móvil de un dispositivo mecánico. La unidad es el newton-segundo/m^5, o el ohm acústico MKS ‡. (En el sistema CKS, la dina-segundo/cm^5, o el ohm acústico.)

$$Z_A = \frac{p}{U}\ \text{newton-s/m}^5\ \text{(ohm acústico MKS)} \qquad (1.7)$$

---

† "Relación compleja" tiene aquí el mismo significado que la relación compleja de tensión y corriente en la teoría de los circuitos eléctricos.

‡ Esta notación se ha tomado de la tabla 12.1 de la norma ASA Z24.1—1951.

Impedancia acústica específica (Z_s). La impedancia acústica específica es la relación compleja de la presión sonora eficaz en un punto de un medio acústico o un dispositivo mecánico a la velocidad eficaz de las partículas en ese mismo punto. La unidad es el newton-s/m³, o rayl MKS §. (En el sistema CGS, la dina-s/cm³, o rayl.) Es decir

$$Z_s = \frac{p}{u} \qquad \text{newton-s/m}^3 \text{ (rayl MKS)} \tag{1.8}$$

Impedancia mecánica (Z_M). La impedancia mecánica es la relación compleja entre la fuerza eficaz que actúa sobre un área especificada de un medio acústico o un dispositivo mecánico a la velocidad eficaz lineal resultante a través o de tal área, respectivamente. La unidad es el newton-s/m, o el ohm mecánico MKS. (En el sistema CGS, la dina-s/cm, o el ohm mecánico.) es decir

$$Z_M = \frac{f}{u} \qquad \text{newton-s/m (ohm mecánico MKS)} \tag{1.9}$$

Impedancia característica ($\varrho_0 c$). La impedancia característica es la relación de la presión sonora eficaz en un punto dado a la velocidad eficaz de las partículas en el mismo punto, en una onda libre, plana y progresiva. Es igual al producto de la densidad del medio por la velocidad del sonido en el mismo medio ($\varrho_0 c$). Es la análoga de la impedancia característica de una línea de trasmisión. La unidad es el rayl MKS, o newton-s/m³. (En el sistema CGS, el rayl, o dina-s/cm³.)

En la resolución de los problemas tomaremos para el aire $\varrho_0 c = 407$ rayl MKS (o $\varrho_0 c = 40{,}7$ rayl), la que es válida para el aire a la temperatura de 22°C y a la presión barométrica de 0,751 m Hg.

1.9. Intensidad, densidad de energía y niveles. *Intensidad sonora* (I). La intensidad sonora según una dirección determinada en un punto es el valor medio de la velocidad de trasmisión de la energía a través del área unitaria perpendicular a la dirección considerada en el punto dado. La unidad es el watt/m². (En el sistema CGS, el erg por segundo por cm².)En una onda plana o esférica, libre y progresiva, la intensidad en la dirección de propagación es

$$I = \frac{p^2}{\rho_0 c} \qquad \text{watt/m}^2 \tag{1.10}$$

NOTA: En la literatura acústica se ha expresado a menudo la intensidad en watt/cm², unidad igual a 10⁷ erg por segundo por cm².

Densidad de energía sonora. (D). La densidad de energía sonora es la energía sonora contenida en una parte infinitesimal dada del medio dividida por el volumen de esa misma parte. La unidad es el watt-s/m³.

---

§ Así denominada en homenaje a Lord Rayleigh.

(En el sistema CGS, el erg/cm^3.) En muchos ambientes acústicos, por ejemplo en una onda plana, la densidad de energía sonora en un punto es

$$D = \frac{p^2}{\rho_0 c^2} = \frac{p^2}{\gamma P_0} \qquad (1.11)$$

donde γ es la relación de los calores específicos en un gas e igual a 1,4 para el aire y otros gases diatómicos. La cantidad γ es adimensional.

Nivel de potencia eléctrica, o nivel de intensidad acústica. El nivel de potencia eléctrica, o el nivel de intensidad acústica, es una cantidad que expresa la relación de dos potencias eléctricas o dos intensidades sonoras de manera logarítmica. La unidad es el decibel. Las definiciones son

$$\text{Nivel de potencia eléctrica} = 10 \log_{10} \frac{W_1}{W_2} \quad \text{dB} \qquad (1.12)$$

$$\text{Nivel de intensidad acústica} = 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_2} \quad \text{dB} \qquad (1.13)$$

donde W_1 y W_2 son dos potencias eléctricas, e I_1 e I_2, dos intensidades sonoras.

De la (1.12) se tiene, evidentemente,

$$\begin{aligned} \text{Nivel de potencia eléctrica} &= 10 \log_{10} \frac{E_1^2}{R_1} \frac{R_2}{E_2^2} \\ &= 20 \log_{10} \frac{E_1}{E_2} + 10 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} \quad \text{dB} \qquad (1.14) \end{aligned}$$

donde E_1 es la tensión a través de la resistencia R_1 en la que se disipa la potencia W_1, y E_2 es la tensión a través de la resistencia R_2 en la que se disipa la potencia W_2. De modo similar,

$$\text{Nivel de intensidad acústica} = 20 \log_{10} \frac{p_1}{p_2} + 10 \log_{10} \frac{R_{S2}}{R_{S1}} \quad \text{dB} \qquad (1.15)$$

donde p_1 es la presión en un punto en el que la resistencia acústica específica (es decir, la parte real de la impedancia acústica) es R_{S1} y p_2, la presión en un punto en que la resistencia acústica específica es R_{S2}. Observará el estudiante que $10 \log_{10} (W_1/W_2) = 20 \log_{10} (E_1/E_2)$ sólo si $R_1 = R_2$, y que $10 \log_{10} (I_1/I_2) = 20 \log_{10} (p_1/p_2)$ sólo si $R_{S1} = R_{S2}$.

A veces se habla de niveles refiriéndose solamente a tensiones o presiones, sin consideración de la igualdad de las resistencias eléctricas o acústicas. Esta práctica conduce a serias confusiones. Es importante aclarar cómo se usan los términos cuando puede haber posibilidad de confusión.

Nivel de presión sonora (SPL). El nivel de presión sonora de un sonido, en decibel, es 20 veces el logaritmo de base 10 de la relación de la presión sonora efectiva de la presión sonora eficaz de referencia. Esto es,

$$\text{SPL} = 20 \log_{10} \frac{p}{p_{\text{ref}}} \quad \text{dB} \tag{1.16}$$

Como presión de referencia suele usarse

(*a*) $p_{\text{ref}} = 0{,}0002$ microbar (2×10^{-5} newton/m^2)

o

(*b*) $p_{\text{ref}} = 1$ microbar (0,1 newton/m^2)

La presión de referencia (*a*) ha sido de uso común en las mediciones que tienen que ver con el oído y para las mediciones de nivel sonoro y ruido en el aire y los líquidos. La presión de referencia (*b*) se ha difundido mucho para la calibración de trasductores y ciertos tipos de medición de nivel de sonido en los líquidos. Los dos niveles de referencia difieren casi exactamente 74 dB. Es necesario indicar explícitamente el nivel de referencia en todos los casos.

Nivel de intensidad (IL). El nivel de intensidad de un sonido, en decibel, es 10 veces el logaritmo de base 10 de la relación de la intensidad de este sonido a la intensidad de referencia. Es decir,

$$\text{IL} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{ref}}} \tag{1.17}$$

Como nivel de referencia de intensidad se toma a menudo la intensidad de 10^{-16} watt/cm^2. Este nivel fué elegido originalmente porque corresponde aproximadamente a la presión de referencia (0,0002 microbar) a la presión barométrica normal, en una onda plana o esférica progresiva.

La relación exacta entre nivel de intensidad y nivel de presión sonora en una onda plana o esférica progresiva puede hallarse introduciendo la Ec. (1.10) en la Ec. (1.17):

$$\text{IL} = \text{SPL} + 10 \log_{10} \frac{p_{\text{ref}}^2}{\rho_0 c I_{\text{ref}}} \quad \text{dB} \tag{1.18}$$

Poniendo $p_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5}$ newton/m^2 e $I_{\text{ref}} = 10^{-12}$ watt/m^2 se tiene

$$\text{IL} = \text{SPL} + 10 \log_{10} \frac{400}{\rho_0 c} \quad \text{dB} \tag{1.19}$$

Es evidente que el nivel de intensidad IL será igual al nivel de presión sonora SPL solamente cuando sea $\rho_0 c = 400$ rayl MKS. Para ciertas combinaciones de temperatura y presión estática esta igualdad se cumple, aunque para $T = 22$°C y $P_0 = 0{,}751$ m Hg, es $\rho_0 c = 407$ rayl MKS.

Para este caso común, el nivel de intensidad es menor que el nivel de presión sonora en cerca de 0,1 dB. Independientemente de la cantidad de referencia utilizada, se la debe expresar siempre claramente.

Nivel de potencia acústica (PWL). El nivel de potencia acústica de una fuente sonora, en decibel, es 10 veces el logaritmo de base 10 de la relación de la potencia acústica radiada por la fuente a la potencia acústica de referencia. Es decir,

$$\mathrm{PWL} = 10 \log_{10} \frac{W}{W_{\mathrm{ref}}} \quad \mathrm{db} \tag{1.20}$$

En este texto, W_{ref} es 10^{-13} watt. Esto significa que una fuente que radia 1 W, tiene un nivel de potencia de 130 dB.

Si la temperatura es de 20°C y la presión es de $1{,}013 \times 10^5$ newton/m^2 (0,76 m Hg), el nivel de presión sonora en un conducto que tiene 1 m^2 de sección transversal, o a una distancia de 0,282 m del centro de una fuente "puntual" (a esta distancia la superficie esférica tiene un área de 1 m^2), se tiene, por las Ecs. (1.10) y (1.16)

$$\begin{aligned}
\mathrm{SPL}_{1\,\mathrm{m}^2} &= 10 \log_{10} \frac{I \rho_0 c}{p^2_{\mathrm{ref}}} = 10 \log_{10} \frac{W \rho_0 c}{S p^2_{\mathrm{ref}}} \\
&= 10 \log_{10} \left(W \times 412{,}5 \times \frac{1}{(2 \times 10^{-5})^2} \right) \\
&\cong 10 \log_{10} \frac{W}{10^{-13}} - 10 \quad \mathrm{dB}
\end{aligned}$$

donde W = potencia acústica en watt
$\varrho_0 c$ = impedancia característica = 412,5 rayl MKS
S = área = 1 m^2
p_{ref} = presión sonora de referencia = 2×10^{-5} newton/m^2

En palabras, el nivel de presión sonora es igual al nivel de potencia acústica menos 10 dB en las condiciones especiales en que la potencia atraviesa uniformemente un área de 1 m^2, la temperatura es de 20°C, y la presión barométrica es de 0,76 m Hg.

Nivel sonoro. El nivel sonoro en un punto de un campo sonoro es la lectura en decibel en un medidor de nivel sonoro construído y manejado de acuerdo con la última edición de "American Standard Sound Level Meters for the Measurement of Noise and Other Sounds"[2].

La lectura del instrumento (en decibel) corresponde a un valor de la presión sonora integrada sobre el rango de las frecuencias audibles con un tiempo de integración y una compensación de frecuencia dadas.

Nivel de potencia de banda (PWL_n). El nivel de potencia de banda para una banda de frecuencias especificada es el nivel de potencia acústica contenido dentro de la banda. Deben especificarse el ancho de la banda y la presión de referencia. La unidad es el decibel. La letra *n* es el número con que se designa la banda considerada.

---

[2] "American Standard Sound Level Meters for the Measurements of Noise and Other Sounds", Z24.3—1944, American Standards Association, Inc. New York, N. Y. Esta norma se halla en proceso de revisión.

Nivel de presión de banda (BPL_n). El nivel de presión de banda de un sonido para una banda de frecuencias especificada es el nivel de presión sonora eficaz para la energía sonora contenida dentro de la banda. Debe especificarse el ancho de la banda y la presión de referencia. La unidad es el decibel. La letra *n* es el número de designación de la banda considerada.

Nivel espectral de potencia. El nivel espectral de referencia de un sonido en una frecuencia especificada es el nivel de potencia para la potencia acústica contenida en una banda de un c/s de ancho, centrada en la frecuencia especificada. La unidad es el decibel. (Ver también la discusión sobre el nivel espectral de presión.)

Nivel espectral de presión. El nivel espectral de presión de un sonido en una frecuencia especificada es el nivel de presión sonora eficaz para la energía sonora contenida dentro de una banda de 1 c/s de ancho centrada en la frecuencia especificada. Debe indicarse explícitamente la presión de referencia. La unidad es el decibel.

DISCUSIÓN. El concepto espectral de presión tiene por lo común significado sólo para sonidos que tienen una distribución continua de energía dentro de la gama de frecuencias en consideración.

El nivel de una banda uniforme de ruido con espectro continuo excede el nivel espectral en

$$C_n = 10 \log_{10} (f_b - f_a) \quad \text{dB} \tag{1.21}$$

donde f_b y f_a son las frecuencias superior e inferior de la banda, respectivamente. El nivel de un ruido uniforme con un espectro continuo en una banda de ancho $f_b - f_a$ c/s está por lo tanto relacionado con el nivel espectral mediante la fórmula

$$L_n = C_n + S_n \tag{1.22}$$

donde L_n = nivel de presión sonora en decibel del ruido dentro de la banda de ancho $f_b - f_a$; C_n es el valor dado por la Ec (1.21); S_n = nivel espectral del ruido (en decibel); y n = número de designación de la banda considerada.

CAPÍTULO 2

LA ECUACIÓN DE ONDA Y SUS SOLUCIONES

PARTE III. *La ecuación de onda.*

2.1. Introducción. Hemos delineado ya cualitativamente la naturaleza de la propagación del sonido en un gas. En el presente capítulo hemos de poner en lenguaje matemático los principios físicos antes descritos. Procederemos en dos etapas. Primero, estableceremos las ecuaciones que expresan la segunda ley de la dinámica de Newton, la ley de los gases, y las leyes de la conservación de la masa. Segundo, combinaremos estas ecuaciones para obtener la ecuación de onda.

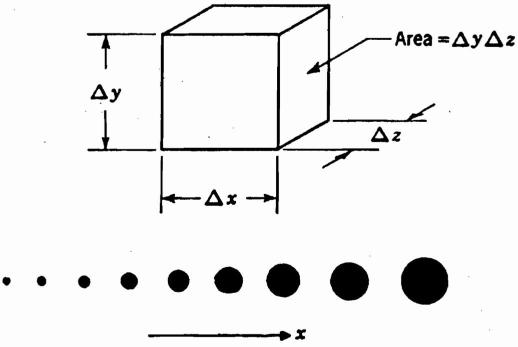


FIG. 2.1. El pequeño ''cubo'' de aire que aquí se ve es parte de un medio gaseoso en el que la presión sonora aumenta de izquierda a derecha con la velocidad espacial $\partial p/\partial x$ (o, en notación vectorial, grad p). Los tamaños de los puntos indican la magnitud de la presión sonora en cada lugar.

Las derivaciones matemáticas se hacen de dos maneras: con y sin el empleo del álgebra vectorial. Los que están familiarizados con la notación vectorial apreciarán la generalidad del método vectorial tridimensional. Las dos derivaciones se llevan a cabo en paralelo; en la mitad izquierda de las páginas, derívase la ecuación de onda unidimensional con el uso de la sencilla notación diferencial; en la mitad derecha, derívase la ecuación de onda tridimensional con el empleo de la notación vectorial. La simplicidad de las operaciones vectoriales queda patentizada por la presentación frente a frente de los dos procedimientos.

2.2. Derivación de la ecuación de onda. *La ecuación del movimiento.* Si escribimos la segunda ley de Newton para un pequeño volumen de gas situado en un medio homogéneo, obtendremos la ecuación del movimiento, o la ecuación de la fuerza, como a veces se la llama Imaginemos que el pequeño volumen de gas está encerrado en una caja cúbica con paredes flexibles e ingrávidas.

Derivación unidimensional[1]

Supongamos que la caja está situada en un medio donde la presión sonora p aumenta de izquierda a derecha con la velocidad espacial $\partial p/\partial x$ (ver Fig. 2.1).

Derivación tridimensional[2]

Supongamos que la caja está situada en un medio (ver Fig. 2.1) donde la presión sonora p varía en el espacio según

$$\textbf{grad}\ p = \mathbf{i}\frac{\partial p}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial p}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial p}{\partial z}$$

donde **i**, **j**, y **k**, son los vectores unitarios en las direcciones de x, y y z, respectivamente, y p es la presión en el punto.

Supongamos que los lados de la caja están completamente libres de fricción; es decir, que es despreciable todo arrastre viscoso entre las partículas de gas dentro de la caja y las de afuera. Luego, las únicas fuerzas que actúan sobre el gas interior son las debidas a la presión ejercida sobre las paredes de la caja.

La diferencia entre las fuerzas que actúan sobre dos caras opuestas de la caja cúbica es igual a la velocidad de variación de la fuerza con la distancia multiplicada por la distancia incremental entre las dos caras.

Fuerza que actúa en el sentido de acelerar la caja en la dirección de las x positivas

$$= -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\right)\Delta y\,\Delta z \qquad (2.1a)$$

Fuerza que actúa acelerando la caja en dirección positiva

$$= -\left[\mathbf{i}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\Delta x\right)\Delta y\,\Delta z + \mathbf{j}\left(\frac{\partial p}{\partial y}\Delta y\right)\Delta x\,\Delta z + \mathbf{k}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\Delta z\right)\Delta x\,\Delta y\right] \qquad (2.1b)$$

---

[1] Se encontrarán derivaciones no vectoriales de la ecuación de onda en RAYLEIGH, "Theory of Sound", vol. 2, pp. 1-15, Macmillan & Co., London, 1896; P. M. MORSE, "Vibration and Sound", 2ª ed., pp. 217-225, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1948; L. E. KINSLER y A. R. FREY, "Fundamentals of Acoustics", pp. 118-137, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1950; R. W. STEPHENS y S. E. BATE, "Wave Motion and Sound", pp. 32-43, 400-406, Edward Arnold & Co., London, 1950; y en otras obras.

[2] Se da una derivación vectorial de la ecuación de onda en dos artículos que deben ser leídos juntos: W. J. CUNNINGHAM, Application of Vector Analysis to the Wave Equation, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 22: 61 (1950); y R. V. L. HARTLEY, Note on "Application of Vector Analysis to the Wave Equation", *J. Acoust. Soc. Amer.*, 22: 511 (1950).

Obsérvese que el gradiente positivo causa una aceleración de la caja según el sentido negativo de x.

La división de los dos miembros de la ecuación anterior por $\Delta x\, \Delta y\, \Delta z = V$ da la fuerza por unidad de volumen que acelera a la caja,

$$\frac{f}{V} = -\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.2a}$$

La división de los dos miembros de la ecuación anterior por $\Delta x\, \Delta y\, \Delta z = V$ da la fuerza por unidad de volumen que acelera a la caja,

$$\frac{f}{V} = -\,\mathbf{grad}\ p \tag{2.2b}$$

Según la segunda ley de Newton, la fuerza por unidad de volumen (f/V) de la Ec. (2.2) debe ser igual a la velocidad de variación de la cantidad de movimiento por unidad de volumen de la caja. Hemos ya admitido que nuestra caja es un paquete deformable en el que es constante la cantidad de gas. Es decir,

$$\frac{f}{V} = -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{M}{V}\frac{\partial u}{\partial t} = \rho' \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.3a}$$

donde u es la velocidad media del gas en la caja según la dirección x, ρ' es la densidad media espacial instantánea del gas dentro de la caja, y $M = \rho' V'$ es la masa total del gas contenido en la caja.

Si la variación de densidad del gas debida a la onda sonora es lo suficientemente pequeña, la densidad instantánea ρ' es aproximadamente igual a la densidad media ρ_0. Luego,

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.4a}$$

$$\frac{f}{V} = -\,\mathbf{grad}\, p = \frac{M}{V}\frac{D\mathbf{q}}{Dt} = \rho' \frac{D\mathbf{q}}{Dt} \tag{2.3b}$$

donde $\mathbf{q}$ es la velocidad vectorial media del gas dentro de la caja, ρ' es la densidad media del gas en la caja, y $M = \rho' V'$ es la masa total del gas en la caja. D/Dt no es una simple derivada parcial, sino que representa la velocidad total de variación de la velocidad de un volumen muy pequeño de gas en la caja, independientemente de su posición, es decir,

$$\frac{D\mathbf{q}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + q_x \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + q_y \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} + q_z \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z}$$

donde q_x, q_y, q_z son las componentes de la velocidad vectorial de las partículas $\mathbf{q}$.

Si la velocidad vectorial $\mathbf{q}$ de las partículas es lo suficientemente pequeña, la velocidad de variación de la cantidad de movimiento de las partículas en la caja puede tomarse como aproximadamente igual a la velocidad de variación de la cantidad de movimiento en un punto fijo, $D\mathbf{q}/Dt \doteq \partial \mathbf{q}/\partial t$, y la densidad instantánea ρ' puede tomarse como la densidad media ρ_0. Luego,

$$-\,\mathbf{grad}\ p = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \tag{2.4b}$$

Las aproximaciones que se acaban de adoptar son generalmente aceptables siempre que los niveles de presión sonora estén por debajo de unos 110 dB *re* 0,0002 microbar. Los niveles superiores a 110 dB son tan grandes que crean molestias auditivas en muchos individuos, como hemos de ver en el Cap. 13, al final de este libro.

La ley de los gases. Si suponemos que ~~el~~ gas ~~es~~ ideal, podemos aplicar a nuestra caja la ley de Charles-Boyle. Se tiene

$$PV = RT \tag{2.5}$$

donde P es la presión total en la caja; V es el volumen de la caja, igual a $\Delta x\, \Delta y\, \Delta z$; T es la temperatura absoluta en grados Kelvin; y R es una constante del gas cuyo valor depende de la masa de gas elegida.[†] Usando esta ecuación, podemos hallar una relación entre la presión sonora (presión de exceso) y la variación incremental de V. Antes de que podamos establecer esta relación, empero, debemos saber cómo varía la temperatura T al variar P y V y, en particular, si el fenómeno es adiabático o isotérmico.

En las frecuencias audibles, la longitud de onda del sonido es grande en comparación con las distancias entre moléculas en el aire. Por ejemplo, a 1000 c/s, la longitud de onda λ es igual a 0,34 m, en comparación con una distancia intermolecular de 10^{-9} m. Ahora bien, siempre que una porción de gas se comprime rápidamente, se eleva su temperatura, y, al revés, siempre que se la expande rápidamente, su temperatura disminuye. En un punto cualquiera de su campo sonoro alterno, la temperatura del gas sube y baja en relación con la temperatura ambiente. Esta variación ocurre con la misma frecuencia que la de la onda sonora y está en fase con la presión sonora.

Supongamos, por el momento, que la onda sonora contiene sólo una frecuencia. En puntos separados por media longitud de onda, las fluctuaciones de presión y temperatura estarán 180° fuera de fase. Surge ahora la cuestión: ¿hay tiempo suficiente durante media alternación de la temperatura para que pueda producirse un intercambio de calor entre dos puntos cuya diferencia de temperatura es máxima?

Se ha establecido[3] que en condiciones atmosféricas normales la velocidad de propagación de una onda de difusión térmica de 1000 c/s es de alrededor de 0,5 m/s, y, a 10.000 c/s, de alrededor de 1,5 m/s. Pero la duración de una semialteración a 1000 c/s es de 0,0005 s. En este tiempo la onda térmica sólo ha avanzado 0,00025 m, lo que es muy poco en comparación con media longitud de onda (0,17 m) a 1000 c/s. A 10.000 c/s., la onda térmica avanza $7{,}5 \times 10^{-5}$ m, aproximadamente, distancia asimismo muy pequeña en comparación con media longitud de onda ($1{,}7 \times 10^{-2}$ m). Parece razonable, entonces, aceptar que es despreciable el intercambio de calor en una onda audible. Las compresiones y expansiones gaseosas de este tipo se denominan adiabáticas.

Para la expansión adiabática, la relación entre la presión total y el volumen es, según se sabe,[4]

[†] Si se elige la masa del gas de modo que su peso en gramo es igual a su peso molecular (es decir, un mol, o molécula-gramo), el volumen de esta masa a 0°C y 0,76 m Hg es igual para todos los gases e igual a 0,02242 m³. Entonces es $R = 8{,}314$ watt-s por grado centígrado por mol. Si la masa se elige n veces mayor, entonces $R = 8{,}314n$.

[3] Ver L. L. BERANEK, "Acoustic Measurements", p. 49, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1949.

[4] M. W. ZEMANSKY, "Heat and Thermodynamics", 2ª ed., pp. 104-114, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1943.

$$PV^{\gamma} = \text{constante} \tag{2.6}$$

donde γ es la relación del calor específico del gas a presión constante al calor específico a volumen constante. Esta ecuación deriva de la ecuación de los gases en la forma (2.5), suponiendo que el proceso es adiabático. Para el aire, el hidrógeno, el nitrógeno y el oxígeno, es decir, para los gases cuyas moléculas son diatómicas, es

$$\gamma = 1{,}4$$

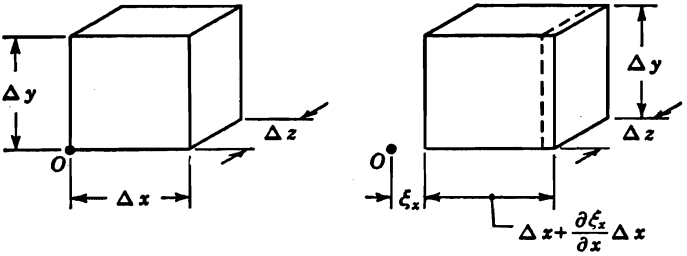
Expresando la Ec. (2.6) en forma diferencial, tenemos

$$\frac{dP}{P} = \frac{-\gamma\, dV}{V} \tag{2.7}$$

Sea

$$P = P_0 + p \qquad V = V_0 + \tau \tag{2.8}$$

donde P_0 y V_0 son la presión y el volumen sin disturbio, respectivamente, y p y τ son, respectivamente, la presión y el volumen incremental, debidos a la presencia de la onda sonora.



Volumen instantáneo igual a $\Delta x \Delta y \Delta z$

Volumen instantáneo igual a $(\Delta x + \frac{\partial \xi_x}{\partial x}\Delta x)\Delta y \Delta z$

FIG. 2.2. Variación del volumen de la caja con el cambio de la posición. De (*a*) a (*b*) se ve que la variación incremental del volumen de la caja es $\tau = (\partial\xi_x/\partial x)\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$.

Luego, con la misma aproximación que en el caso de la Ec. (2.4) y dado que $p << P_0$ y $\tau << V_0$,

$$\frac{p}{P_0} = -\frac{\gamma\tau}{V_0} \tag{2.9}$$

La derivada respecto del tiempo de esta ecuación da

$$\frac{1}{P_0}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{-\gamma}{V_0}\frac{\partial \tau}{\partial t} \tag{2.10}$$

obtained from the gas law in the form of Eq. (2.5), assuming adiabatic conditions. For air, hydrogen, nitrogen, and oxygen, *i.e.*, gases with diatomic molecules,

$$\gamma = 1.4$$

Expressing Eq. (2.6) in differential form, we have

$$\frac{dP}{P} = \frac{-\gamma\, dV}{V} \tag{2.7}$$

Let

$$P = P_0 + p \qquad V = V_0 + \tau \tag{2.8}$$

where P_0 and V_0 are the undisturbed pressure and volume, respectively, and p and τ are the incremental pressure and volume, respectively, owing to the presence of the sound wave. Then, to the same approximation as that made preceding Eq. (2.4) and because $p \ll P_0$ and $\tau \ll V_0$,

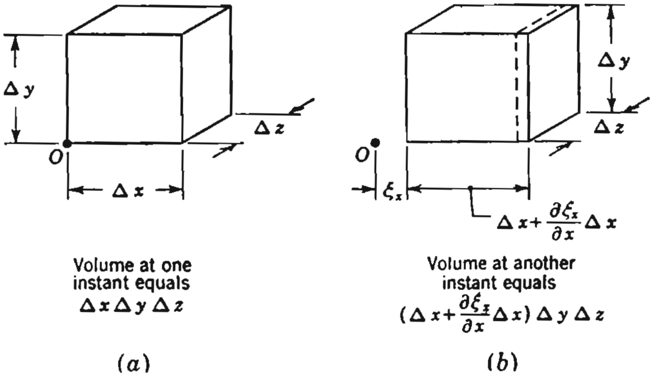

Δy
Δz
O
Δx
Volume at one instant equals ΔxΔyΔz
(a)
Δy
Δz
O
ξ_x
$\Delta x + \frac{\partial \xi_x}{\partial x}\Delta x$
Volume at another instant equals $(\Delta x + \frac{\partial \xi_x}{\partial x}\Delta x)\Delta y \Delta z$
(b)

FIG. 2.2. Change in volume of the box with change in position. From (*a*) and (*b*) it is seen that the incremental change in volume of the box equals $\tau = (\partial\xi_x/\partial x)\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$.

$$\frac{p}{P_0} = -\frac{\gamma\tau}{V_0} \tag{2.9}$$

The time derivative of this equation gives

$$\frac{1}{P_0}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{-\gamma}{V_0}\frac{\partial \tau}{\partial t} \tag{2.10}$$

The Continuity Equation. The continuity equation is a mathematical expression stating that the total mass of gas in a deformable "box" must remain constant. Because of this law of conservation of mass, we are able to write a unique relation between the time rate of change of the incremental velocities at the surfaces of the box.

One-dimensional Derivation

Refer to Fig. 2.2. If the mass of gas within the box remains constant, the change in volume τ depends only on the difference of displacement of the air particles on the opposite sides of box. Another way of saying this is that unless the air particles adjacent to any given side of the box move at the same velocity as the box itself, some will cross in or out of the box and the mass inside will change.

In a given interval of time the air particles on the left-hand side of the box will have been displaced ξ_x. In this same time, the air particles on the right-hand side will have been displaced

$$\xi_x + \frac{\partial \xi_x}{\partial x} \Delta x$$

The difference of the two quantities above multiplied by the area $\Delta y \, \Delta z$ gives the increment in volume τ

$$\tau = \frac{\partial \xi_x}{\partial x} \Delta x \, \Delta y \, \Delta z \qquad (2.11a)$$

or

$$\tau = V_0 \frac{\partial \xi_x}{\partial x} \qquad (2.12)$$

Differentiating with respect to time yields,

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = V_0 \frac{\partial u}{\partial x} \qquad (2.13a)$$

where u is the instantaneous particle velocity.

Three-dimensional Derivation

If the mass of gas within the box remains constant, the change in incremental volume τ depends only on the divergence of the vector displacement. Another way of saying this is that unless the air particles adjacent to any given side of the box move at the same velocity as the side of the box itself, some will cross into or out of the box and the mass inside will change; so

$$\tau = V_0 \operatorname{div} \boldsymbol{\xi} \qquad (2.11b)$$

Differentiating with respect to time yields,

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = V_0 \operatorname{div} \mathbf{q} \qquad (2.13b)$$

where $\mathbf{q}$ is the instantaneous particle velocity.

The Wave Equation in Rectangular Coordinates

One-dimensional Derivation

The one-dimensional wave equation is obtained by combining the equation of motion (2.4*a*), the gas law (2.10), and the continuity equation (2.13*a*). Combination of (2.10) and (2.13*a*) gives

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma P_0 \frac{\partial u}{\partial x} \qquad (2.14a)$$

Differentiate (2.14*a*) with respect to t.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\gamma P_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t \, \partial x} \qquad (2.15a)$$

Differentiate (2.4*a*) with respect to x.

$$-\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial t} \qquad (2.16a)$$

Three-dimensional Derivation

The three-dimensional wave equation is obtained by combining the equation of motion (2.4*b*), the gas law (2.10), and the continuity equation (2.13*b*). Combination of (2.10) and (2.13*b*) gives

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma P_0 \operatorname{div} \mathbf{q} \qquad (2.14b)$$

Differentiate (2.14*b*) with respect to t.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\gamma P_0 \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \qquad (2.15b)$$

Take the divergence of each side of Eq. (2.4*b*).

$$-\operatorname{div} (\operatorname{grad} p) = \rho_0 \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \qquad (2.16b)$$

One-dimensional Derivation

Assuming interchangeability of the x and t derivatives, and combining (2.15a) and (2.16a), we get

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.18a}$$

Three-dimensional Derivation

Replacing the div (grad p) by $\nabla^2 p$, we get

$$-\nabla^2 p = \rho_0 \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} \tag{2.17}$$

where ∇^2 is the operator called the Laplacian. Combining (2.15b) and (2.17), we get

$$\nabla^2 p = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.18b}$$

Let us, by definition set,

$$c^2 \equiv \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \tag{2.19}$$

We shall see later that c is the speed of propagation of the sound wave in the medium.

We obtain the one-dimensional wave equation

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.20a}$$

We could also have eliminated p and retained u, in which case we would have

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.22a}$$

We obtain the three-dimensional wave equation

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.20b}$$

In rectangular coordinates

$$\nabla^2 p \equiv \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \tag{2.21}$$

We could also have eliminated p and retained $\mathbf{q}$, in which case we would have

$$\nabla^2 \mathbf{q} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{q}}{\partial t^2} \tag{2.22b}$$

where $\nabla^2 \mathbf{q}$ = grad (div q) when there is no rotation in the medium.

Equations (2.20) and (2.22) apply to sound waves of "small" magnitude propagating in a source-free, homogeneous, isotropic, frictionless gas at rest.

The Wave Equation in Spherical Coordinates. The one-dimensional wave equations derived above are for plane-wave propagation along one dimension of a rectangular coordinate system. In an anechoic (echo-free) chamber or in free space, we frequently wish to express mathematically the radiation of sound from a spherical (nondirectional) source of sound. In this case, the sound wave will expand as it travels away from the source, and the wave front always will be a spherical surface. To apply the wave equation to spherical waves, we must replace the operators on the left side of Eqs. (2.20) and (2.22) by operators appropriate to spherical coordinates.

Assuming equal radiation in all directions, the wave equation in one-dimensional spherical coordinates is

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.23}$$

Las Ecs. (2.20) y (2.22) son aplicables a las ondas de "pequeña" amplitud que se propagan en un medio sin fuentes, homogéneo, isotrópico, sin viscosidad, y en reposo.

La ecuación de onda en coordenadas esféricas. Las ecuaciones de onda unidimensionales derivadas más arriba se refieren a la propagación de una onda plana a lo largo de una dimensión de un sistema de coordenadas rectangulares. En una cámara anecoica (sin eco) o en el espacio libre, es a menudo necesario expresar matemáticamente la radiación sonora de una fuente esférica (no direccional). En este caso, la onda sonora se expande a medida que se aleja de la fuente, y el frente de onda es siempre una superficie esférica. Para aplicar la ecuación de onda a las ondas esféricas, debemos reemplazar los operadores del primer miembro de las Ecs. (2.20) y (2.22) con operadores adecuados para las coordenadas esféricas.

Suponiendo igual radiación en todas las direcciones, la ecuación de onda en coordenadas esféricas unidimensionales es

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.23}$$

La simple diferenciación demuestra que la Ec. (2.23) puede también escribirse

$$\frac{\partial^2 (pr)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 (pr)}{\partial t^2} \tag{2.24}$$

Es interesante observar que esta ecuación tiene exactamente la misma forma que la Ec. (2.20*a*). Por lo tanto, la misma solución formal es válida para cualquier ecuación excepto porque la variable dependiente es $p(x,t)$ en un caso y $pr(r,t)$ en el otro.

Ejemplo 2.1. En el estado estacionario, es decir, cuando $\partial u/\partial t = j\omega u$, determinar matemáticamente cómo podría obtenerse la presión sonora en una onda plana progresiva (caso unidimensional) a partir de sólo la medición de la velocidad de las partículas.

Solución. Por la Ec. (2.4*a*), en el estado estacionario se tiene

$$\frac{-\partial p}{\partial x} = j\omega\rho_0 u$$

donde p y u son ahora los valores eficaces de la presión sonora y la velocidad de las partículas, respectivamente. En forma incremental,

$$-\Delta p = j\omega\rho_0 u\,\Delta x$$

Si la velocidad de las partículas es de 1 cm/s, ω es 1000 radian/s, y Δx es ~~0,5~~ cm, entonces

$$\begin{aligned}\Delta p &= -j0{,}005 \times 1000 \times 1{,}18 \times 0{,}01\\ &= -j0{,}059 \text{ newton/m}^2\end{aligned}$$

Tendremos oportunidad en el Cap. 6 de este texto de ver una aplicación práctica de estas ecuaciones en la medición de la velocidad de las partículas por medio de un micrófono de velocidad.

Parte IV. *Soluciones de la ecuación de onda.*

2.3. Soluciones generales de la ecuación de onda unidimensional. La ecuación de onda unidimensional fué derivada con la presión sonora o con la velocidad de las partículas como variable dependiente. También pueden usarse como variable el desplazamiento de las partículas y la densidad variacional. Esto puede deducirse de las Ecs. (2.4*a*) y (2.13*a*) y la conservación de la masa, la que requiere que permanezca constante el producto de la densidad por el volumen en una pequeña caja de gas. Es decir,

$$\rho' V = \rho_0 V_0 = \text{constante} \tag{2.25}$$

y entonces

$$\rho'\, dV = -V\, d\rho' \tag{2.26}$$

Sea

$$\rho' \equiv \rho_0 + \rho \tag{2.27}$$

donde ρ es la variación incremental de la densidad. Luego, aproximadamente, por las Ecs. (2.8) y (2.26),

$$\rho_0 \tau = -V_0 \rho \tag{2.28}$$

Diferenciando,

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{V_0}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

de modo que, por la Ec. (2.13*a*)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.29}$$

Sabemos también que la velocidad de las partículas es la velocidad temporal de variación del desplazamiento:

$$u = \frac{\partial \xi_x}{\partial t} \tag{2.30}$$

La inspección de las Ecs. (2.4*a*), (2.13*a*), (2.29) y (2.30) demuestra que la presión, la velocidad y el desplazamiento de las partículas, y la densidad variacional están ligadas unas con otras por derivadas e integrales en el espacio y el tiempo. La ejecución de estas operaciones sobre la ecuación de onda no altera la forma de la solución, como veremos en seguida. Dado que no se altera la forma de la solución, puede usarse la misma ecuación de onda para determinar la densidad, el desplazamiento, o la velocidad que para determinar la presión sonora, poniendo ρ, o ξ_x, o u, en lugar de p en la Ec. (2.20*a*), o ρ, ξ, o $\mathbf{q}$ en lugar de p en la Ec. (2.20*b*), suponiendo, desde luego, que no hay rotación en el medio.

Solución general. Con la presión como variable dependiente, la ecuación de onda es

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{2.31}$$

La solución general de esta ecuación es la suma de dos términos,

$$p = f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{c}\right) \tag{2.32}$$

donde f_1 y f_2 son funciones arbitrarias. Sólo supondremos que ellas tienen derivadas continuas de primero y segundo orden. Obsérvese que por aparecer juntas t y x, las derivadas primeras con respecto a t y a x son iguales, excepto por un factor $\pm\, c$.

La relación x/c debe tener la dimensión de tiempo, de modo que c es una velocidad. De la Ec. (2.19), $c^2 = \gamma P_0/\varrho_0$, obtenemos

$$c = \left(1{,}4 \times \frac{10^5}{1{,}18}\right)^{1/2} = 344{,}2 \text{ m/s}$$

en el aire, a la temperatura ambiente de 22°C y una presión de 10^5 newton/m^2. Este valor coincide casi exactamente con el valor experimental obtenido para la velocidad del sonido, de 344,8 m/s [ver Ec. (1.8)], de modo que se reconoce que c es la velocidad de propagación del sonido en el aire.

En la solución general de la ecuación de onda dada por la Ec. (2.32) observamos dos hechos importantes:

1. La presión sonora en un punto cualquiera del espacio, x, puede descomponerse en dos componentes: una onda de ida, $f_1(t - x/c)$, y una onda de vuelta, $f_2(t + x/c)$.

2. Independientemente de la forma de la onda de ida (o de la onda de vuelta), esa forma no se altera durante la propagación. Para demostrarlo, supongamos que, para $t = t_1$, la presión sonora en el punto $x = 0$ es $f_1(t_1)$. En el instante $t_1 + t_2$, la onda ha recorrido una distancia x igual a $t_2 c$ m. En este instante la presión sonora es igual a $p = f_1(t_1 + t_2 - t_2 c/c) = f_1(t_1)$. En otros términos, la presión sonora se ha propagado sin cambios. El mismo argumento es válido para la onda de vuelta, la que avanza en el sentido de $-x$.

Debe entenderse que en las Ecs. (2.31) y (2.32) van implícitas dos hipótesis. Primero, que se trata de una onda *plana,* es decir, que no se expande lateralmente. Así, la presión sonora no es función de y ni de z, sino sólo función de la distancia a lo largo del eje x. Segundo, se supone que no hay pérdidas de dispersión (perturbación de la onda por turbulencias, gradientes de temperatura, etc.) en el aire, de modo que la onda no pierde parte alguna de su energía al propagarse. Los casos disipativos y dispersivos no se tratan analíticamente en este libro, pero se discuten brevemente en los Caps. 10 y 11.

INSTITUTO
VIPRO

Solución estacionaria. En casi todo este texto nos interesará en particular el estado estacionario. De acuerdo con la teoría de las series de Fourier, una onda estacionaria puede representarse como una suma lineal de funciones sinusoidales, todas ellas de la forma

$$\psi_v(t) = \sqrt{2}\,|\phi^v| \cos(\omega_v t + \theta_v) \tag{2.33a}$$

Por ejemplo, si ψ_v es presión sonora, escribimos

$$p(t) = \sum_v p_v(t) = \sum_v \sqrt{2}\,|p^v| \cos(\omega_v t + \theta_v) \tag{2.33b}$$

donde $\omega_v = 2\pi f_v$; f_v = frecuencia de vibración de la componente de orden v de la onda; θ_v = su ángulo de fase; y $\sqrt{2}\,|\phi^v|$ (o $\sqrt{2}\,|p^v|$) es el valor de cresta de la componente. Debido a que la onda propágase sin alteración de la forma, sólo necesitamos considerar, en el estado estacionario, las soluciones de la ecuación de onda para las cuales la dependencia respecto del tiempo en cada punto del espacio es sinusoidal y que tienen la misma frecuencia angular ω_v que la fuente.

Como en la teoría de los circuitos eléctricos, representaremos una función sinusoidal de frecuencia ω como la parte real de una función exponencial compleja. Así, en un punto dado del espacio, tenemos la presión sonora

$$\psi(x,t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\,[\phi(x)e^{j\omega t}] \tag{2.34a}$$

o

$$p(x,t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\,[p(x)e^{j\omega t}] \tag{2.34b}$$

donde $p(x)$ es una función compleja (es decir, tiene una parte real y otra imaginaria) que establece la dependencia de p respecto de x. El producto de $\sqrt{2}$ por la magnitud de $p(x)$ es el valor de cresta de la función de presión sonora sinusoidal en x. El ángulo de fase de $p(x)$ es el desplazamiento de fase medido con respecto a alguna posición de referencia. Por lo general, omítese la escritura de Re, aunque es preciso tener siempre presente que hay que tomar sólo la parte real al usar la expresión final para la presión sonora. En el estado estacionario, por lo tanto, podemos reemplazar f_1 y f_2 en la Ec. (2.32) por una suma de funciones, cada una de las cuales tiene una frecuencia angular particular, de modo que

$$p(x,t) = \sum_v p_v(x,t) = \sum_v \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\,[(p_+{}^v e^{-j\omega_v x/c} + p_-{}^v e^{j\omega_v x/c})e^{j\omega_v t}] \tag{2.35}$$

La parte de la Ec. (2.35) contenida entre barras es la misma que la que está entre iguales signos en la Ec. (2.34). Introdúcese el factor $\sqrt{2}$ para que después $p_+{}^v$ y $p_-{}^v$ puedan representar funciones eficaces complejas promediadas respecto del tiempo. Los subíndices + y — indican las componentes de ida y vuelta, respectivamente.

Es evidente que el primer término de la Ec. (2.35) representa una onda de ida o progresiva cuya magnitud eficaz $|p_+{}^v|$ no varía con el tiempo t ni con la posición x. Lo mismo puede decirse del segundo término, el que corresponde a la onda de vuelta o regresiva.

En los textos de acústica se acostumbra a definir un *número de onda*

$$k \equiv \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.36}$$

Además, hagamos caso omiso de Re y del índice v, por conveniencia. Cualquiera de los términos de la Ec. (2.35), con estos cambios, deviene

$$p(x,t) = \sqrt{2}\,[p(x)e^{j\omega t}] = \sqrt{2}\,(p_+e^{jk(ct-x)} + p_-e^{jk(ct+x)}) \tag{2.37}$$

De modo similar, la solución de la Ec. (2.22a), suponiendo condiciones de estado estacionario, es

$$u(x,t) = \sqrt{2}\,(u_+e^{jk(ct-x)} + u_-e^{jk(ct+x)}) \tag{2.38}$$

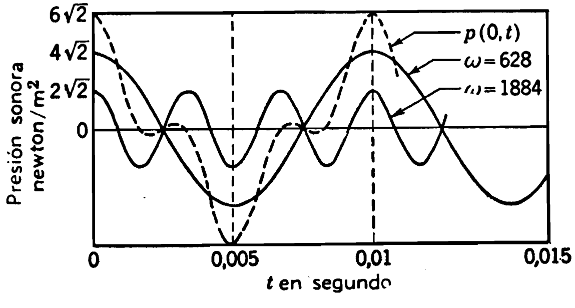
Se entiende que se usarán sólo las partes reales de las Ecs. (2.37) y (2.38) en el paso final. Las magnitudes complejas de p_+ y p_- ó u_+ y u_- se determinan a partir de las condiciones límites.

La presión y la velocidad eficaz de las partículas complejas se hallan directamente con las Ecs. (2.37) y (2.38) eliminando el término $\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$ de los segundos miembros. Cuando la función que queda se convierte en magnitud y ángulo de fase, *la magnitud es la cantidad que sería indicada por un medidor de presión sonora eficaz.* Obsérvese, empero, que cuando se toma la parte real de $p(x,t)$ o $u(x,t)$, la cantidad $\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$ debe estar en la ecuación si queremos obtener los valores correctos de la presión instantánea y la velocidad instantánea.

Ejemplo 2.2. Supongamos que, en el estado estacionario, en el punto $x = 0$, la presión sonora de una onda unidimensional *progresiva en sentido positivo* tiene la forma de onda recurrente ilustrada por la curva cortada de la figura que sigue. Esta forma de onda está dada por la parte real de la ecuación

$$p(0,t) = \sqrt{2}\,(4e^{j628t} + 2e^{j1884t})$$

(a) ¿Cuáles son la velocidad y el desplazamiento de las partículas como función del tiempo en $x = 5$ m? (b) ¿Cuáles son los valores eficaces de estas dos cantidades? (c) ¿Dependen estos valores eficaces de x?



Solución. *a.* Tenemos, para la solución de la ecuación de onda en x y t (ver ecuación (2.37))

$$p(x,t) = \sqrt{2}\,(4e^{j682(t-x/c)} + 2e^{j1884(t-x/c)})$$

Por la Ec. (2.4*a*)

$$u(x,t) = \frac{-1}{j\omega\rho_0}\,\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

o

$$u(x,t) = \frac{1}{\rho_0 c}\,p(x,t)$$

Y por la Ec. (2.30)

$$\xi(x,t) = \frac{\sqrt{2}}{j\rho_0 c}\left(\frac{4}{628}\,e^{j628(t-x/c)} + \frac{2}{1884}\,e^{j1884(t-x/c)}\right)$$

Para $x = 5$ m, $x/c = 5/344{,}8 = 0{,}0145$ s.

$$u(x,t) = \frac{\sqrt{2}}{407}\,(4e^{j628(t-0,0145)} + 2e^{j1884(t-0,0145)})$$

y

$$\xi_x(x,t) = \frac{\sqrt{2}}{407}\left(\frac{4}{628}\,e^{j[628(t-0,0145)-(\pi/2)]} + \frac{2}{1884}\,e^{j[1884(t-0,0145)-(\pi/2)]}\right)$$

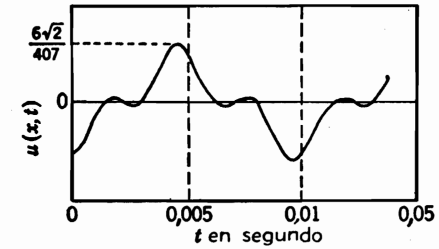
Tomando las partes reales de las dos ecuaciones anteriores,

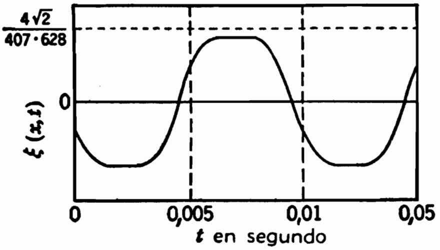
$$u(x,t) = \frac{\sqrt{2}}{407}\,[4\cos(628t - 9{,}1) + 2\cos(1884t - 27{,}3)]$$

$$\xi(x,t) = \frac{\sqrt{2}}{407}\left[\frac{4}{628}\,\mathrm{sen}\,(628t - 9{,}1) + \frac{2}{1884}\,\mathrm{sen}\,(1884t - 27{,}3)\right]$$

Obsérvese que cada término del desplazamiento de las partículas está a 90° fuera de fase temporal con la velocidad y que la forma de onda es diferente. Como es de esperar, la diferenciación realza las frecuencias altas.

Estas ecuaciones se representan gráficamente a continuación:





b. La magnitud eficaz de una onda sinusoidal es igual a su valor de cresta dividida por $\sqrt{2}$. Esto puede verificarse elevando al cuadrado la función sinusoidal y hallando el valor medio sobre un ciclo para tomar después la raíz cuadrada del resultado. Si se hallan simultáneamente presentes dos ondas de diferentes frecuencias, el valor eficaz de la combinación es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las magnitudes eficaces individuales, de modo que

$$u = \frac{1}{407}\sqrt{4^2 + 2^2} = 0{,}011 \text{ m/s}$$

$$\xi_x = \frac{1}{407}\sqrt{\left(\frac{4}{628}\right)^2 + \left(\frac{2}{1884}\right)^2} = 1{,}58 \times 10^{-5} \text{ m}$$

c. Los valores eficaces de u y ξ_x son independientes de x en una onda sonora plana y progresiva.

2.4. Solución de la ecuación de onda para el aire dentro de un tubo cerrado rígido. Para este ejemplo de propagación de onda, hemos de considerar un tubo cilíndrico hueco, cerrado por un extremo por una pared rígida y por el otro, por un pistón vibrante (ver Fig. 2.3). La frecuencia angular de vibración del pistón es ω, y su velocidad eficaz es u_0. Supondremos que el tubo tiene un diámetro lo suficientemente pequeño como para admitir que las ondas avanzan a lo largo del tubo con frentes de onda planos. Para que esto sea cierto, la relación de la longitud de onda al diámetro del tubo debe ser mayor que alrededor de 6.

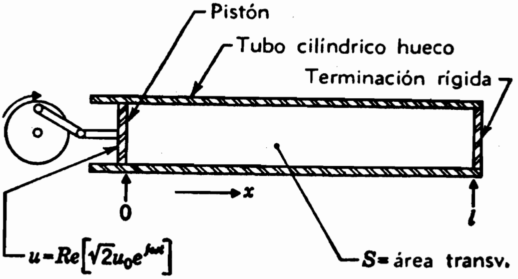


FIG. 2.3. Tubo rígidamente terminado con paredes laterales rígidas. La velocidad en $x = 0$ tiene un valor de $\sqrt{2}\, u_0 \cos \omega t$ m/s.

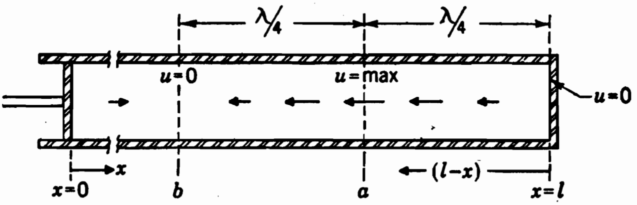


FIG. 2.4. Porción del tubo en la que se muestra la dirección, el sentido y la magnitud del movimiento de las partículas de aire como una función de $l - x$. En la posición *a*, la velocidad y el desplazamiento son máximos. En la posición *b*, son nulos.

Velocidad de las partículas. Elegiremos la forma de solución correspondiente a la Ec. (2.38). Poniendo u_0 igual a la velocidad eficaz del pistón vibrante en $x = 0$, y l igual a la longitud del tubo, tenemos, como condiciones límites, para $x = 0$, $u(0,t) = \sqrt{2}\, u_0\, e^{j\omega t}$, de modo que

$$u_+ + u_- = u_0$$

Para $x = l$, $u = 0$, de modo que

$$u_+e^{-jkl} + u_-e^{jkl} = 0 \qquad (2.39)$$

Recordando que

$$\operatorname{sen} y = \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2j}$$

se tiene

$$u_- = \frac{u_0e^{-jkl}}{-2j \operatorname{sen} kl} \qquad (2.40)$$

y

$$u_+ = \frac{u_0e^{jkl}}{2j \operatorname{sen} kl} \qquad (2.41)$$

lo que da

$$u(x,t) = \sqrt{2}\, u_0e^{j\omega t}\frac{\operatorname{sen} k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \qquad \checkmark \quad (2.42)$$

o

$$u = u_0\frac{\operatorname{sen} k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \qquad \checkmark \quad (2.43)$$

Obsérvese que se han omitido $\sqrt{2}$ y el exponencial de tiempo en la Ec. (2.43), de modo que tanto u_0 como u son cantidades eficaces complejas promediadas en el tiempo.

Con referencia a la Fig. 2.4, si la longitud l y la frecuencia se mantienen constantes, la velocidad de las partículas varía desde un valor cero en $x = l$ hasta un valor máximo en $l - x = \lambda/4$, es decir, para $l - x$ igual a un cuarto de onda. En toda la longitud del tubo la velocidad de las partículas varía de acuerdo con una función sinusoidal de distancia. Entre el extremo cerrado del tubo y el punto de $\lambda/4$, todos los movimientos vibratorios están *en fase*. En otros términos, no hay un desplazamiento de fase progresivo con x. Dícese que se trata de una onda estacionaria porque, en la ecuación, x y ct no aparecen como suma o como diferencia en el argumento de una función exponencial. Por lo tanto, la onda no se propaga.

En la región comprendida entre $l - x = \lambda/4$ y $l - x = \lambda/2$, la velocidad de las partículas tiene también la misma fase en todos los puntos, pero su amplitud decrece sinusoidalmente. Para $l - x = \lambda/2$, la velocidad es cero. En la región comprendida entre $l - x = \lambda/2$ y $l - x = \lambda$, la velocidad de las partículas varía con x siempre como una función sinusoidal, pero las partículas se mueven con una diferencia de fase de 180° con respecto a las contenidas entre 0 y $\lambda/2$. Así se advierte en la Ec. (2.43), donde los senos de los argumentos mayores que π son negativos.

Si fijamos nuestra posición en un valor particular de x y si mantenemos constante l, entonces, al variar la frecuencia, varían tanto el numerador como el denominador de la Ec. (2.43). Cuando kl es un múltiplo entero de π, la velocidad de las partículas resulta muy grande, excepto en $x = 0$ o en los puntos en que $k(l - x)$ es un múltiplo de π, es decir, en los puntos en que $l - x$ es igual a un múltiplo de $\lambda/2$. Luego, para $kl = n\pi$

$$l\Big|_{u=\infty} = \frac{n\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.44}$$

La Ec. (2.43) indicaría así una velocidad infinita en esta condición. En realidad, la presencia de alguna disipación en el tubo, que no se ha tenido en cuenta al derivar la ecuación de onda, mantiene finita la velocidad de las partículas, aunque ésta puede ser muy grande.

La velocidad eficaz de las partículas, u, será nula en las partes del tubo en que $k(l - x) = n\pi$ † siendo n entero o cero. Es decir,

$$x\Big|_{u=0} = l - \frac{\lambda}{2}n \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{2.45}$$

En otros términos, tendremos planos de velocidad cero en ciertos puntos a lo largo del tubo siempre que l sea mayor que $\lambda/2$.

En la Fig. 2.5 se ofrecen algunos ejemplos de velocidad de partículas para *l ligeramente mayor* que varios múltiplos de $\lambda/2$. Resaltan en particular dos cosas al inspeccionar estas gráficas. Primero, la cantidad n determina el número de medias longitudes de onda que existen entre los dos extremos del tubo. Segundo, para un valor fijo de u_0, la velocidad máxima de las partículas en el tubo depende de la parte de la onda sinusoidal que cae en $x = 0$. Por ejemplo, si $l - n\lambda/2 = \lambda/4$, la máxima amplitud en el tubo es igual a la del pistón. Si $l - n\lambda/2$ es aproximadamente cero, la velocidad máxima en el tubo resulta ser muy grande.

Elijamos una frecuencia para la cual $n = 2$. Dos factores determinan la amplitud de la función seno en el tubo. Primero, para $x = 0$ la curva sinusoidal debe pasar por el punto u_0. Segundo, para $x = l$ la onda sinusoidal debe pasar por cero. Es evidente que en estas condiciones sólo puede dibujarse una onda sinusoidal que satisfaga simultáneamente estas dos condiciones, de modo que la amplitud está determinada. De modo similar, podríamos elegir una frecuencia tal que $n = 2$, pero con la longitud del tubo apenas menor que 2 λ/2. En este caso, la onda se hubiera iniciado con pendiente positiva en lugar de con pendiente negativa en el punto $x = 0$.

---

† Para el tipo de fuente que hemos supuesto, y sin disipación, este caso no ocurre para $kl = n\pi$.

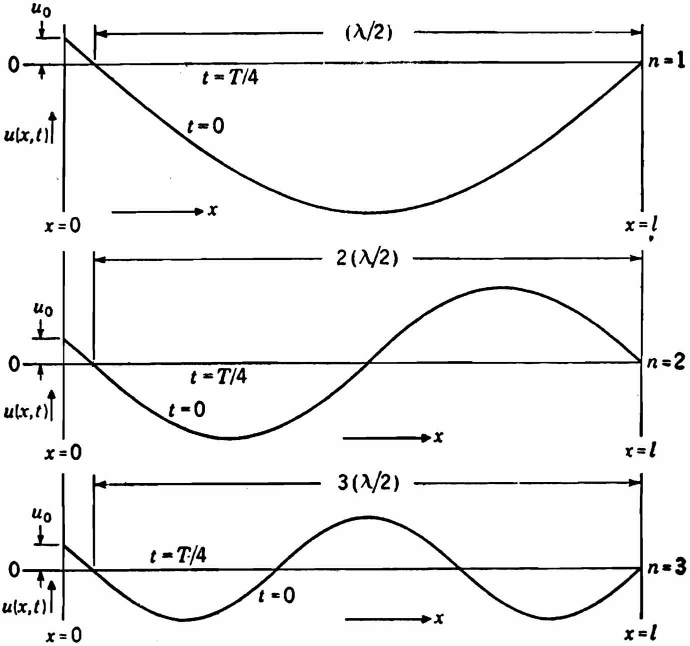


FIG. 2.5. Variación de la velocidad de las partículas $u(x,t)$ para $t = 0$ a lo largo del tubo de la Fig. 2.3 para tres frecuencias, es decir, tres longitudes de onda. En $x = 0$, la velocidad de las partículas es u_0, y para $x = l$, cero. El período es $T = 1/f$.

Presión sonora. Puede hallarse la presión sonora en el tubo a partir de la velocidad, con ayuda de la ecuación del movimiento [Ec. (2.4*a*)], la que, para el estado estacionario, deviene

$$p = -j\omega\rho_0 \int u \, dx \tag{2.46}$$

La constante de integración en la Ec. (2.46), resultante de la integración de la Ec. (2.4*a*), debe ser independiente de *x*, porque integramos con respecto a *x*. Esta constante representa, entonces, un incremento de la presión ambiente de todo el medio por el cual se propaga la onda. No existe tal incremento en nuestro tubo, de modo que hemos puesto igual a cero la constante de integración en la Ec. (2.46). La integración de la Ec. (2.46), una vez reemplazada *u* por su valor según la Ec. (2.42), da

$$p(x,t) = -j\rho_0 c \sqrt{2}\, u_0 e^{j\omega t} \frac{\cos k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \tag{2.47}$$

c

$$p = -j\rho_0 c u_0 \frac{\cos k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \tag{2.48}$$

Obsérvese que se han omitido el factor $\sqrt{2}$ y el exponencial del tiempo en la Ec. (2.48), de modo que tanto p como u_0 son cantidades eficaces complejas promediadas en el tiempo.

La presión eficaz p es cero en todos los puntos del tubo en que $k(l - x) = n\pi + \pi/2$, donde n es entero o cero.

$$x\Big|_{p=0} = l - \frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{2.49}$$

La presión será igual a cero en uno o más planos del tubo siempre que l sea mayor que $\lambda/4$. Se dan algunos ejemplos en la Fig. 2.6. También aquí es la cantidad n igual al número aproximado de medias longitudes de onda en el tubo.

Con referencia una vez más a la Fig. 2.5, que ha sido dibujada para $t = 0$, la velocidad instantánea de las partículas está en su máximo (como función del tiempo). Por comparación, en la Fig. 2.6, la presión instantánea es cero para $t=0$. Un instante posterior, $t = T/4 = 1/(4f)$, la velocidad instantánea se ha vuelto cero y la presión instantánea ha alcanzado su máximo. Las ecuaciones (2.42) y (2.47) dicen que cuando quiera que $k(l - x)$ es un número pequeño, la presión sonora está *atrasada* un cuarto de período respecto de la velocidad de las partículas. En algunos otros lugares del tubo, por ejemplo, cuando $(l - x)$ está comprendido entre $\lambda/4$ y $\lambda/2$, la presión sonora está *avanzada* un cuarto de período respecto de la velocidad.

Para visualizar más claramente la relación que existe entre p y u, refirámonos a las Figs. 2.5 y 2.6, para el caso $n = 2$. En la Fig. 2.5, el movimiento de las partículas es hacia la derecha cuando u es positiva y hacia la izquierda cuando u es negativa. Así, en el punto $2\lambda/2$, las partículas se acercan, de modo que un cuarto de período más tarde la presión sonora ha alcanzado su máximo valor en ese punto, como puede verse en la Fig. 2.6. En el punto $(l - x) = \lambda/2$, las partículas se separan, de modo que un cuarto de período después la presión alcanza su mínimo valor en ese punto.

Las Figs. 2.5 y 2.6 revelan además que en cualquier posición a lo largo del tubo en que es nula la magnitud de la velocidad, la magnitud de la presión es máxima, y viceversa. Luego, la Ec. (2.45) corresponde también a los máximos de presión.

Impedancia acústica específica. Nos queda todavía por expresar la impedancia acústica específica Z_s en un plano x cualquiera del tubo. Obteniendo la relación de la Ec. (2.48) a la Ec. (2.43) tenemos

$$Z_s = \frac{p}{u} = -j\rho_0 c \operatorname{ctg} kl' = jX_s \qquad \text{rayl MKS} \tag{2.50}$$

donde X_s es la reactancia, y donde hemos puesto

$$l - x \equiv l' \tag{2.51}$$

Es decir, l' es la distancia entre un plano cualquiera x en la Fig. 2.3 y el extremo del tubo en l. $-j$ indica que para las frecuencias bajas, en las que $\cot kl' \doteq 1/kl'$, la velocidad de las partículas está avanzada con respecto a la presión, en el tiempo, en 90°, y que la reactancia X_s es negativa. La impedancia es reactiva para todas las frecuencias y la

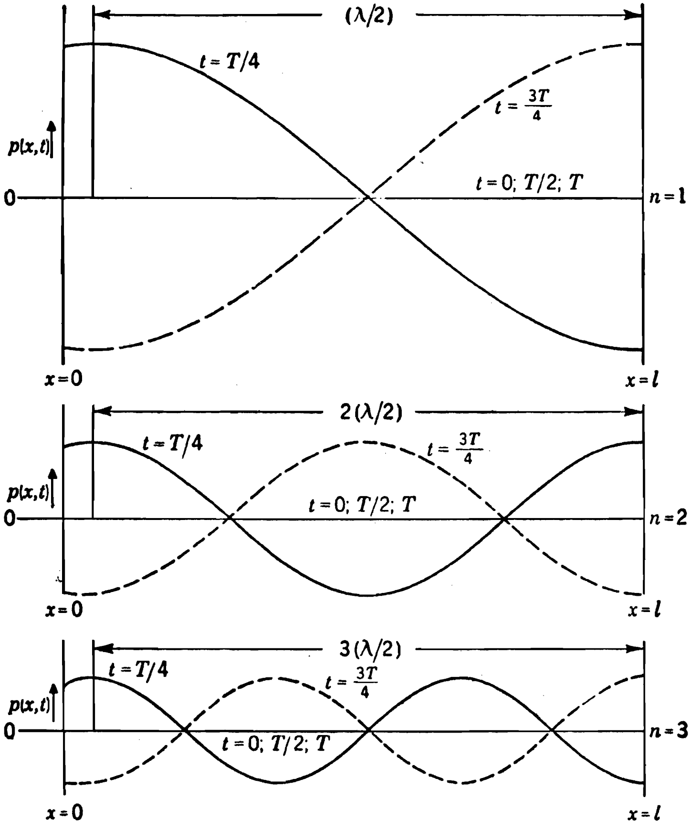


FIG. 2.6. Variación de la presión sonora $p(x,t)$ como función de la distancia a lo largo del tubo para tres frecuencias, es decir, tres longitudes de onda. Para $x = 0$, la velocidad de las partículas es u_0, y para $x = l$, la velocidad es nula. El período T es igual a $1/f$.

velocidad de las partículas o se adelanta o se atrasa 90° con respecto a la presión según que, respectivamente, X_s sea negativa o positiva. La reactancia X_s varía de la manera indicada en la Fig. 2.7. Si el valor de kl' es pequeño, podemos reemplazar la cotangente con los dos primeros términos de una serie:

$$\operatorname{ctg} kl' \doteq \frac{1}{kl'} - \frac{kl'}{3} \tag{2.52}$$

Esta aproximación es válida cuando quiera que sea muy pequeño el producto de la frecuencia por la distancia del extremo rígido del tubo al punto de medición. Si el segundo término es muy pequeño, se lo puede despreciar también respecto del primero.

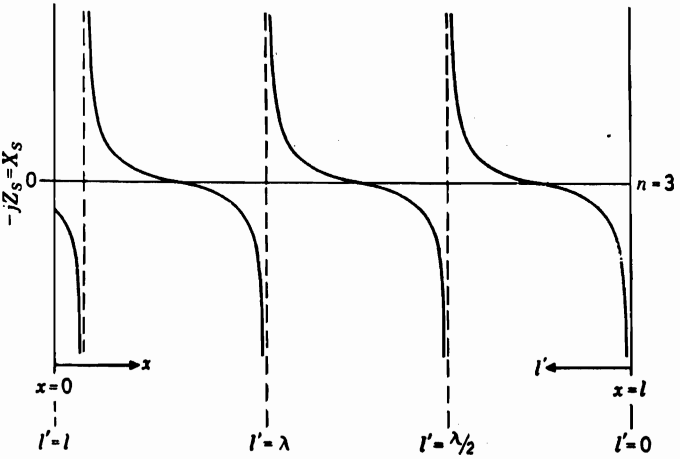


FIG. 2.7. La reactancia acústica específica (p_{ef}/u_{ef}) a lo largo del tubo de la Fig. 2.3 para una frecuencia determinada, es decir, una longitud de onda particular para la cual $3(\lambda/2)$ es un poco menor que la longitud del tubo l. En este caso, el número de ceros es 3, y el número de polos, 4.

Veamos cuán pequeña tiene que ser la distancia l' en comparación con la longitud de onda para que el segundo término de la Ec. (2.52) sea sólo el 3 por ciento o menos del primero. Es decir, calculemos l'/λ para la condición

$$\frac{2\pi l'}{3\lambda} \leq 0{,}03 \frac{\lambda}{2\pi l'} \tag{2.53}$$

Obtenemos

$$\frac{l'}{\lambda} \leqq 0{,}05 \tag{2.54}$$

En otros términos, si cot kl' ha de ser reemplazada dentro de una precisión del 3 por ciento por el primer término de su expansión en serie, l' tiene que ser menor que un vigésimo de largo de onda en magnitud

Tomando $l' < \lambda/20$, la Ec. (2.50) deviene

$$Z_s = jX_s = -j\frac{\rho_0 c}{kl'} = \frac{1}{j\omega(l'/\rho_0 c^2)} \equiv \frac{1}{j\omega C_s} \quad \text{rayl MKS} \qquad (2.55)$$

Por lo tanto, la *impedancia acústica específica* de un tubo corto puede representarse como una "capacitancia", llamada *compliancia acústica específica,* cuya magnitud es $C_s = l'/\rho_0 c^2$. Obsérvese que, además, $C_s = l'/\gamma P_0$, a causa de la Ec. (2.19).

La *impedancia acústica* es del mismo tipo, excepto por la aparición de un factor de área, de modo que

$$Z_A = \frac{p}{Su} = \frac{1}{j\omega(V/\rho_0 c^2)} \equiv \frac{1}{j\omega C_A} \quad \text{ohm acústico MKS} \qquad (2.56)$$

donde $V = l'S$ es el volumen, y S, el área de la sección transversal del tubo. C_A se llama *compliancia acústica* y es igual a $V/\rho_0 c^2$. Obsérvese también que $C_A = V/\gamma P_0$, por la Ec. (2.19).

Ejemplo 2.3. Se quiere usar un tubo cilíndrico como elemento de impedancia en un dispositivo acústico. (*a*) La impedancia deseada es la de una compliancia. ¿Qué longitud debe tener el tubo para que ofrezca una reactancia de $1{,}4 \times 10^3$ rayl MKS a una frecuencia angular de 1000 radian/seg? (*b*) ¿Cuáles son las magnitudes relativas del primer y segundo término de la Ec. (2.52) para este caso?

Solución. La reactancia del tubo es

(*a*)
$$X_s = 1{,}4 \times 10^3 = \frac{\gamma P_0}{\omega l'} = \frac{1{,}4 \times 10^5}{10^3 l'}$$

Por lo tanto, $l' = 0{,}1$ m.

$$\frac{kl'}{3} \div \frac{1}{kl'} = \frac{k^2 l'^2}{3} = \frac{\omega^2 l'^2}{3c^2} = \frac{10^6 \times 10^{-2}}{(3)\,(344{,}8)^2} = 0{,}028$$

Por lo tanto, el segundo término es alrededor del 3 por ciento del primero.

2.5. Onda plana progresiva libre. *Presión sonora.* Si la terminación rígida de la Fig. 2.3 se reemplaza con una terminación perfectamente absorsora, no se produce la onda regresiva o reflejada. Por lo tanto, la Ec. (2.37) deviene

$$p(x,t) = \sqrt{2}\, p_+ e^{jk(ct-x)} \qquad (2.57)$$

donde p_+ es la magnitud efectiva compleja de la onda. Esta ecuación es también aplicable a una onda plana que se propaga por el espacio libre.

Velocidad de las partículas. Según la Ec. (2.4*a*) en el estado estacionario, tenemos.

$$u = -\frac{1}{j\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (2.58)$$

Por lo tanto,

$$u(x,t) = \frac{\sqrt{2}\,p_+}{\rho_0 c}\, e^{jk(ct-x)} = \frac{p(x,t)}{\rho_0 c} \tag{2.59}$$

La velocidad de las partículas y la presión sonora están en fase. Ésta es una prueba matemática de la proposición hecha en relación con la discusión cualitativa de la onda propagada desde un plano vibrante en el Cap. 1 y la Fig. 1.1.

Impedancia acústica específica. La impedancia acústica específica es

$$Z_s = \frac{p}{u} = \rho_0 c \qquad \text{rayl MKS} \tag{2.60}$$

Esta ecuación expresa que en una onda plana progresiva libre, la impedancia acústica es puramente resistiva e igual al producto de la densidad media del gas por la velocidad del sonido. Esta cantidad particular conócese en general como *impedancia característica del gas,* dado que sólo depende de las propiedades del gas. Es una magnitud análoga a la impedancia característica de una línea eléctrica. Para el aire a 22°C y una presión barométrica de 10^5 newton/m², su magnitud es de 407 rayl MKS.

2.6. Onda esférica progresiva libre. *Presión sonora.* Una solución de la ecuación de onda esférica (2.24) es

$$p(r,t) = \sqrt{2}\left(\frac{A_+ e^{-jkr}}{r} + \frac{A_- e^{+jkr}}{r}\right) e^{j\omega t} \tag{2.61}$$

donde A_+ es la magnitud de la presión sonora eficaz de la onda de ida a la unidad de distancia del centro de la esfera, y A_- es la magnitud análoga correspondiente a la onda reflejada.

Si no hay superficies reflejantes en el medio, sólo hay que conservar el primer término de la ecuación, es decir,

$$p(r,t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+ e^{-jkx}}{r}\, e^{j\omega t} \tag{2.62}$$

Velocidad de las partículas. Con ayuda de la Ec. (2.4b), obtenemos las velocidades de las partículas en la dirección de r:

$$u(r,t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{\rho_0 c r}\, e^{j\omega t}\left(1 + \frac{1}{jkr}\right) e^{-jkr} \tag{2.63}$$

Impedancia acústica específica. La impedancia acústica específica se halla dividiendo la Ec. (2.62) por la Ec. (2.63),

$$Z_s = \frac{p}{u} = \rho_0 c\,\frac{jkr}{1 + jkr} = \frac{\rho_0 c k r}{\sqrt{1 + k^2 r^2}}\,\underline{/90^\circ - \operatorname{tg}^{-1} kr} \qquad \text{rayl MKS} \tag{2.64}$$

Las Figs. 2.8 y 2.9 son gráficas de la magnitud y el ángulo de fase de la impedancia como función de kr. Las partes real, R_s e imaginaria, X_s, se han representado separadamente en la Fig. 2.10.

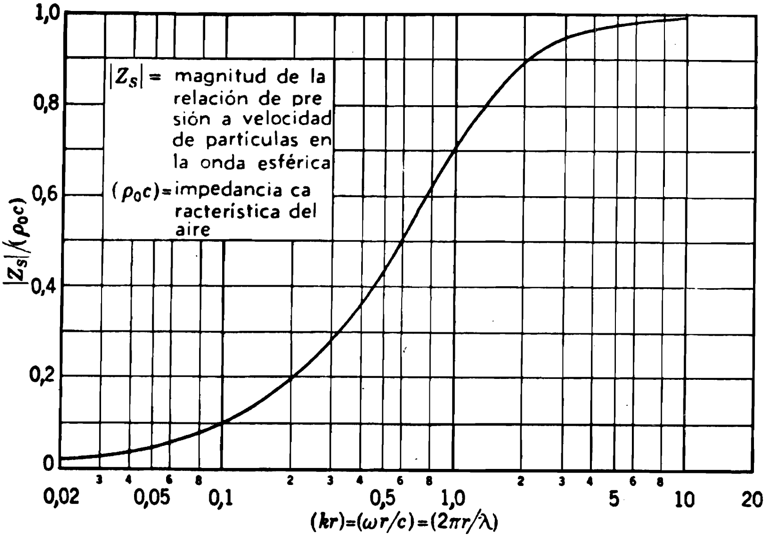


FIG. 2.8. Representación de la magnitud de la impedancia acústica específica relativa $|Z_s|/\rho_0 c$ para una onda esférica progresiva libre en función de kr, donde k es el número de onda igual a ω/c y r es la distancia desde el centro de la fuente esférica. $|Z_s|$ es la magnitud de la relación de la presión a la velocidad de las partículas en la onda esférica y $\rho_0 c$ es la impedancia característica del gas.

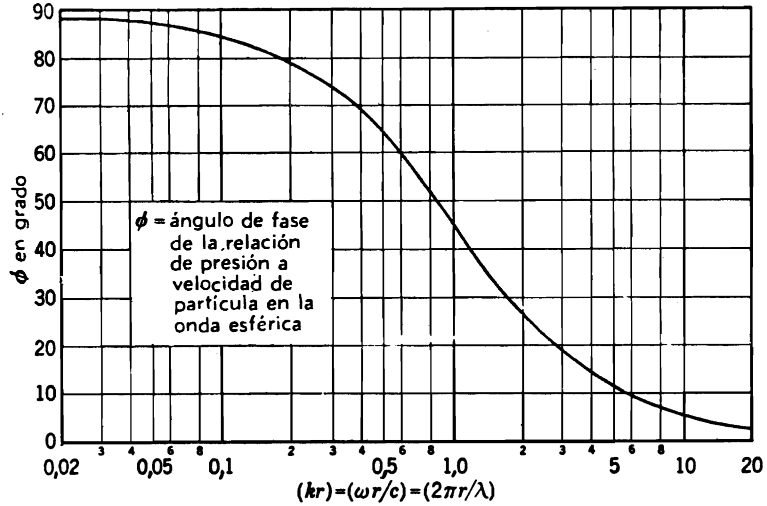


FIG. 2.9. Representación del ángulo de fase, en grados, de la impedancia acústica relativa $Z_s/\rho_0 c$ para una onda esférica en función de kr, donde k es el número de onda igual a ω/c ó $2\pi/\lambda$, y r es la distancia desde el centro de la fuente esférica

Para *valores grandes de kr,* es decir, para distancias grandes o para frecuencias altas. esta ecuación deviene aproximadamente

$$Z_s \doteq \rho_0 c \qquad \text{rayl MKS} \tag{2.65}$$

La impedancia en este caso es casi puramente resistiva y aproximadamente igual a la impedancia característica para una onda progresiva plana y libre. En otros términos, la impedancia acústica específica a una distancia grande de una fuente esférica en el espacio libre es casi igual a la que se encuentra en un tubo cuando no hay reflexión en el extremo opuesto al ocupado por la fuente.

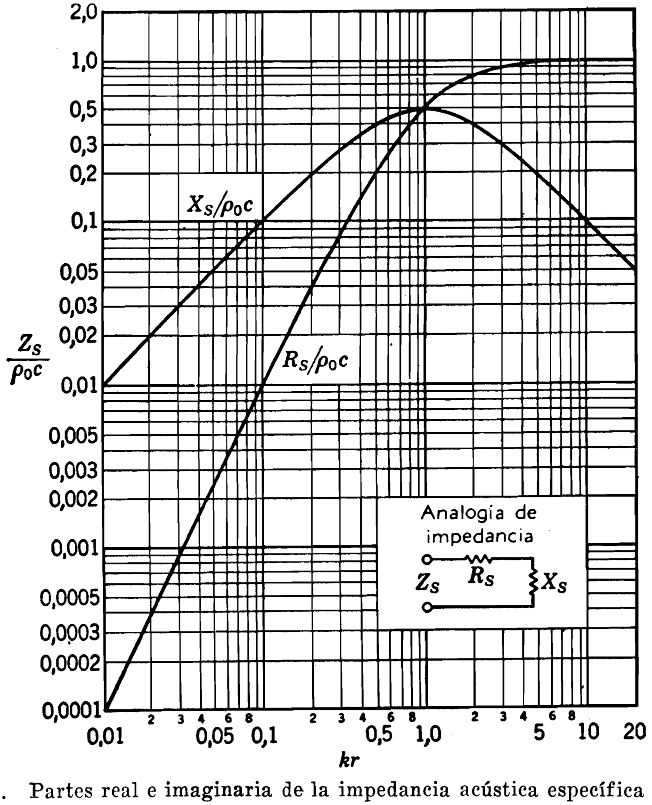


FIG. 2.10. Partes real e imaginaria de la impedancia acústica específica normalizada $Z_s/\rho_0 c$ de la carga de aire sobre una esfera pulsante de radio r situada en el espacio libre. La frecuencia se representa en una escala normalizada donde $kr = 2\pi fr/c = 2\pi r/\lambda$. Obsérvese también que la ordenada es igual a $Z_M/\rho_0 cS$, donde Z_M es la impedancia mecánica; y a $Z_A S/\rho_0 c$, donde Z_A es la impedancia acústica. La cantidad S es el área para la cual se determina la impedancia y $\rho_0 c$ es la impedancia característica del medio.

Las Ecs. (2.62) y (2.63) son importantes por cuanto ellas revelan la diferencia entre la respuesta de un micrófono sensible a la presión y la de un micrófono sensible a la velocidad de las partículas a medida que los micrófonos dichos se acercan a una fuente sonora esférica y pequeña, cuando la frecuencia es baja. A medida que disminuye r, la salida del micrófono sensible a la presión se duplica cada vez que se divide por dos la distancia del micrófono al centro de la fuente. En decibel, la salida aumenta 6 dB cada vez que se divide la distancia por dos. En el caso del micrófono de velocidad, la relación de la salida con la distancia no es tan sencilla. Sólo a distancias suficientemente grandes ($k^2r^2 >> 1$) aumenta la salida en 6 dB al dividir por dos la distancia. Para distancias menores, el segundo término dentro del paréntesis del segundo miembro de la Ec. (2.63) resulta ser grande, y la magnitud de u aumenta a un régimen mayor que el de +6 dB cada vez que la distancia se reduce a la mitad. Para distancias muy pequeñas ($k^2r^2 << 1$), el régimen de aumento de u se aproxima a un límite de +12 dB cada vez que se reduce a la mitad la distancia. Por esta razón, la voz de los vocalistas de radio suena más "baja" cuando cantan muy cerca de un micrófono de velocidad diseñado para que su respuesta sea correcta cuando está situado a una gran distancia de la fuente sonora.

Otro detalle importante que surge de la Ec. (2.64) es el siguiente. Es muy difícil radiar energía sonora por medio de un altavoz pequeño en las frecuencias bajas. Un pequeño altavoz puede ser asimilado a una

Tabla 2.1. Relaciones generales y de estado estacionario para la propagación de señales sonoras de pequeña amplitud en los gases.

Nombre	Ecuación general	Ecuación de estado estacionario
Ecuaciones de onda	$\frac{\partial^2(\ \ )}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\ \ )}{\partial t^2}$ $\nabla^2(\ \ ) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\ \ )}{\partial t^2}$ $\frac{\partial^2(pr)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(pr)}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2(\ \ )}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{c^2}(\ \ )$ $\nabla^2(\ \ ) = -\frac{\omega^2}{c^2}(\ \ )$ $\nabla^2(pr) = -\frac{\omega^2}{c^2}(pr)$
Ecuación de movimiento	$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0\frac{\partial u}{\partial t}$ $\text{grad } p = -\rho_0\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}$	$u = \frac{-1}{j\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}$ $p = -j\omega\rho_0\int u\,dx$ $\text{grad } p = -j\omega\rho_0\mathbf{q}$
Desplazamiento	$\xi = \int u\,dt$ $\xi = \int \mathbf{q}\,dt$	$\xi = \frac{u}{j\omega}$ $\xi = \frac{\mathbf{q}}{j\omega}$
Densidad incremental	$\rho = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}p = \frac{p}{c^2}$ $\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\rho_0\frac{\partial u}{\partial x}$	$\rho = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}p = \frac{p}{c^2}$ $\rho = -\frac{\rho_0}{j\omega}\frac{\partial u}{\partial x}$
Temperatura incremental	$\Delta T = \frac{T_0}{P_0}\frac{\gamma - 1}{\gamma}p$	$\Delta T = \frac{T_0}{P_0}\frac{\gamma - 1}{\gamma}p$

esfera pulsante de pequeño radio r. La impedancia acústica específica Z_s presentada a cada centímetro cuadrado de la esfera está dada por la Ec. (2.64) y la Fig. 2.10. Para las frecuencias bajas, la impedancia deviene casi puramente reactiva y la resistencia se hace muy, muy pequeña. Por lo tanto, la potencia radiada por un altavoz chico es muy escasa. En las frecuencias altas, $kr > 2$, la impedancia Z_s deviene casi puramente resistiva y adopta su valor máximo $\rho_0 c$, de modo que la potencia radiada para un valor dado de p_+ alcanza su máximo.

Las relaciones de estado estacionario más importantes derivadas en este capítulo se resumen en la tabla 2.1.

PARTE V. *Densidad de energía e intensidad.*

2.7. Densidad de energía. La densidad de energía constituye un concepto importante en acústica a causa de que, tratándose del sonido en los recintos, es necesario estudiar el flujo de energía desde la fuente a todos los puntos del recinto. La densidad de energía, es decir, los watt-segundos por unidad de volumen, es mayor cerca de la fuente que lejos de ella y es la variable que aparece en las ecuaciones que describen las condiciones acústicas. Por otra parte, el oído y la mayor parte de los medidores de nivel sonoro responden a la presión sonora eficaz. Debemos establecer, por lo tanto, la relación que existe entre la densidad y la presión sonora en los campos sonoros.

La densidad de energía asociada con la pequeña "caja" de gas en un instante dado cualquiera es la suma de las energías cinética y potencial por unidad de volumen de las partículas de aire contenidas en la caja. La densidad de energía cinética debida a la onda sonora, D_{KE} es

$$D_{\mathrm{KE}} = \frac{1}{2}\frac{Mu^2}{V_0} = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 \qquad (2.66)$$

donde u es la velocidad instantánea media de las partículas de aire de la caja, ρ_0 es la densidad media, y M/V_0 es la masa por unidad de volumen. †

La energía potencial debida a la onda sonora, D_{PE}, puede hallarse a partir de la ley de los gases. Para pequeñas variaciones del volumen de la caja, podemos escribir [ver Ecs. (2.8)],

$$D_{\mathrm{PE}} = -\frac{\int p\, d\tau}{V_0} \qquad (2.67)$$

Si diferenciamos la Ec. (2.9) y ponemos la expresión resultante en lugar de $d\tau$, la densidad de energía potencial resulta ser

$$D_{\mathrm{PE}} = \frac{\int p\, dp}{\gamma P_0} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{\gamma P_0} \qquad (2.68)$$

---

† Es decir, también la densidad media. (*N. del T.*)

Cuando la presión sonora es igual a cero, debe ser también cero la energía potencial debida a la onda sonora. La constante arbitraria de integración es por lo tanto igual a cero.

La densidad de energía total debida a la onda sonora $D = D_{KE} + D_{PE}$, es

$$D(t) = \frac{1}{2}\left(\rho_0 u^2 + \frac{p^2}{\gamma P_0}\right) \tag{2.69}$$

Esta ecuación es válida para cualquier instante en cualquier punto dado del espacio.

2.8. Densidad de energía en las ondas planas. *Densidad de energía en una onda plana progresiva.* Según las Ecs. (2.57) y (2.59), la presión y la velocidad de las partículas en una onda plana progresiva libre (de ida) es

$$p(x,t) = \text{Re}\,\sqrt{2}\,p_+ e^{jk(ct-x)} = \sqrt{2}\,|p_+| \cos\,[k(ct - x) + \theta] \tag{2.70}$$

$$u(x,t) = \text{Re}\,\frac{\sqrt{2}\,p_+}{\rho_0 c}\,e^{jk(ct-x)} = \frac{\sqrt{2}\,|p_+|}{\rho_0 c} \cos\,[k(ct-x)+\theta] \tag{2.71}$$

donde $p_+ = |p_+|e^{j\theta}$.

La densidad instantánea de energía para esta onda, en el estado estacionario, es, según las Ecs. (2.68) y (2.19) igual a

$$D(x,t) = |p_+|^2 \left(\frac{\rho_0}{\rho_0{}^2 c^2} + \frac{1}{\rho_0 c^2}\right) \cos^2\,[k(ct - x) + \theta]$$

$$= \frac{2|p_+|^2}{\rho_0 c^2}\;\frac{1 + \cos 2\omega(t - x/c + \theta/\omega)}{2}$$

$$= \frac{|p_+|^2}{\rho_0 c^2}\,[1 + \cos 2\omega(t - x/c + \theta/\omega)] \tag{2.72}$$

Esta ecuación expresa que para una onda plana progresiva libre, en cualquier instante, las densidades de energía cinética y energía potencial son iguales en un punto dado del espacio, pero varían con la posición o con el tiempo sinusoidalmente desde cero a dos veces sus valores medios. La situación es aquí diferente de la que se da en un péndulo, en el que la energía cinética y la energía potencial varían en oposición de fase, es decir, una es mínima cuando la otra es máxima y viceversa. En el presente caso, hay transporte de energía en el sentido que se aleja de la fuente, mientras que el péndulo es un sistema conservativo. †

Cuando se promedian sea sobre un lapso de tiempo igual a $t = T/2 = 1/2f$ o sobre una distancia en el espacio $x = \lambda/2 = c/2f$, hallamos que la *densidad media de energía* es

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_+|^2}{\rho_0 c^2} \qquad \text{watt-s/m}^3 \tag{2.73}$$

donde $|p_+|$ es la magnitud del valor eficaz (en el tiempo) de la presión sonora medida en un punto cualquiera de la onda sonora. Obsérvese también que $\rho_0 c^2 \equiv \gamma P_0$, según se ha observado antes. La inspección de la Ec. (2.60) demuestra que se puede poner

$$\frac{p_+}{\rho_0 c} \equiv u_+ \tag{2.74}$$

donde u_+ es el valor eficaz (en el tiempo) de la velocidad en un punto cualquiera de la onda. Luego,

$$D_{\text{med}} = |u_+|^2 \rho_0 \tag{2.75}$$

Las Ecs. (2.73) y (2.75) dan las relaciones que existen entre la presión sonora eficaz, la velocidad eficaz de las partículas, y la densidad de energía.

Densidad de energía en una onda estacionaria plana. Por las Ecs. (2.42) y (2.47) tenemos que

$$p(x,t) = \sqrt{2}\,\rho_0 c\,|u_0|\,\frac{\operatorname{sen}(\omega t + \theta)\cos k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \tag{2.76}$$

donde θ es el ángulo de fase de u_0.

$$u(x,t) = \sqrt{2}\,|u_0|\,\frac{\cos(\omega t + \theta)\operatorname{sen} k(l - x)}{\operatorname{sen} kl} \tag{2.77}$$

En este caso, las energías cinética y potencial están 90° fuera de fase. La situación es análoga a la de un péndulo porque en ambos casos se trata de un sistema conservativo.

La densidad instantánea de energía en una onda de esta clase en el estado estacionario, es, según las Ecs. (2.69) y (2.19), igual a

$$D(x,t) = |u_0|^2 \rho_0\,\frac{1 - \cos 2(\omega t + \theta)\cos 2k(l - x)}{1 - \cos 2kl} \tag{2.78}$$

---

† El caso acústico es, por otra parte, similar al de las ondas electromagnéticas, en las que las densidades de energía eléctrica y magnética cumplen relaciones similares a las que satisfacen la energía potencial y la energía cinética de las ondas sonoras. (*N. del T.*)

Cuando se promedia esta densidad de energía sobre un intervalo de tiempo igual a $T/2$ o una distancia igual a $\lambda/2$, encontramos que la *densidad media de energía* es

$$D_{\text{med}} = \frac{|u_0|^2\rho_0}{1 - \cos 2kl} \qquad \text{watt-s/m}^3 \qquad (2.79)$$

donde $|u_0|$ es la magnitud de la velocidad eficaz del pistón en $x = 0$ Esta ecuación demuestra que, para un valor constante de u_0, la densidad media de energía varía de $|u_0|^2\rho_0/2$ a infinito según el valor de $kl = 2\pi l/\lambda$.

Es preferible representar la densidad media de energía en términos de la presión eficaz. Si, por definición, relacionamos el valor eficaz de la presión al valor eficaz de la velocidad u_0 en $x = 0$ mediante la fórmula

$$p_1 \equiv \frac{\rho_0 c u_0}{\operatorname{sen} kl} \qquad (2.80)$$

tenemos

$$p(x,t) = \sqrt{2}\,|p_1| \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \cos k(l - x) \qquad (2.81)$$

Luego, la Ec. (2.79) deviene

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_1|^2}{2\rho_0 c^2} \qquad (2.82)$$

Aquí, $|p_1|$ es la magnitud del valor eficaz (en el tiempo) del valor *máximo* (en el espacio) de la presión sonora. Si medimos el valor eficaz de la presión sonora *en el espacio* desplazando un micrófono en vaivén sobre un largo de onda y promediando la salida variable en un rectificador de valor eficaz, entonces $|p_{\text{med}}| = |p_1|/\sqrt{2}$, y

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_{\text{med}}|^2}{\rho_0 c^2} \qquad \text{watt-s/m}^3 \qquad (2.83)$$

donde $|p_{\text{med}}|$ es la magnitud del valor eficaz de la presión sonora promediada *a la vez* en espacio y tiempo. Obsérvese que la Ec. (2.83) es idéntica a la Ec. (2.73).

Ejemplo 2.4. Calcular la densidad media de energía en una onda sonora sinusoidal, plana, progresiva y libre, que tiene un desplazamiento de partículas máximo de 0,01 cm a la frecuencia de 100 c/s.

Solución. Por la Ec. (2.3) encontramos que la velocidad eficaz de las partículas es $u_{ef} = \omega\xi_{ef}$. Luego

$$u_{ef}\ \frac{2\pi \times 100 \times 0{,}01}{\sqrt{2} \times 100} = 0{,}0445 \text{ m/s}$$

La densidad media de energía está dada por la Ec. (2.75),

$$D_{\text{med}} = (0{,}0445)^2 \times 1{,}18 = 2{,}34 \times 10^{-3} \text{ watt-s/m}^3$$

2.9. Densidad de energía en una onda progresiva libre esférica. La densidad de energía en una onda esférica progresiva libre es, según puede demostrarse,[5]

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_r|^2}{\rho_0 c^2}\left(1 + \frac{1}{2k^2r^2}\right) \tag{2.84}$$

donde $|p_r|$ es la magnitud del valor eficaz (en el tiempo) de la presión sonora en un punto a la distancia r del centro de la fuente esférica.

Si el producto de la distancia r y la frecuencia es grande ($2k^2r^2 \gg 1$), la densidad media de energía es la misma que para la onda plana progresiva libre o la onda estacionaria, como se desprende de las Ecs. (2.73) y (2.83). Cerca de la fuente, en cambio, la densidad de energía resulta ser muy grande. Esto se debe a que la impedancia [ver Ec. (2.64)] se hace muy reactiva y es, por consecuencia, grande la energía almacenada.

2.10. Flujo de energía sonora — Intensidad. Más adelante, en este texto, haremos frecuentes referencias al flujo de la energía sonora en los sistemas acústicos. Por la ley de la conservación de la energía, la energía acústica total que emerge de una fuente debe manifestarse en su totalidad, modificada o no, en el sistema. En una parte cualquiera del sistema acústico, debemos poder establecer la cantidad de energía que fluye en la unidad de tiempo, la que debe ser igual a la que emana en el mismo tiempo de la fuente, menos las pérdidas que pudieran ocurrir.

En la Parte II hemos definido la intensidad como la velocidad media en el tiempo con que la energía acústica fluye a través del área unitaria de un medio acústico. En el sistema MKS, la unidad de intensidad es el watt/m^2. La intensidad es en realidad el producto de la presión sonora por la componente en fase de la velocidad de las partículas.

Ecuación general de la intensidad. Podemos obtener la intensidad media I en una dirección dada en un punto dado en el medio efectuando la operación †

$$I = \operatorname{Re} p^* q \cos \phi \tag{2.85}$$

donde p^* es la conjugada compleja ‡ de la presión sonora eficaz p, q es la velocidad eficaz compleja de las partículas en la dirección de propagación de la onda, y ϕ es el ángulo entre la dirección de propagación y la dirección para la cual se determina la intensidad. El símbolo Re indica que se toma la parte real del producto.

---

[5] L. E. Kinsler y A. R. Frey, "Fundamentals of Acoustics", pp. 167-169, John Wiley & Sons, Inc. 1950.

† La potencia media suministrada por un generador eléctrico a un circuito es igual a la tensión multiplicada por la componente en fase de la corriente. Esta potencia resulta ser igual a $Re\ (E^*I)$, donde E e I son, respectivamente, la tensión y la corriente eficaces complejas.

‡ Si se representa p por medio de $|p|e^{j\theta}$, entonces $p^* = |p|e^{-j\theta}$. De modo similar, si p se representa como $p_R + jp_I$, entonces $p^* = p_R - p_I$.

Intensidad en una onda plana progresiva libre. En el caso de una onda plana progresiva libre, la intensidad es

$$I = \operatorname{Re} p_{+}e^{jkx} \frac{p_{+}}{\rho_0 c} e^{-jkx} \cos \phi \tag{2.86}$$

Otra manera de considerar la cuestión de la intensidad de una onda plana progresiva consiste en decir que toda la energía contenida en una columna de gas de longitud igual a c m debe pasar por la unidad de área considerada en 1 s. Por lo tanto, la intensidad es

$$I = cD_{\text{med}} \cos \phi \tag{2.87}$$

Así, independientemente de que la intensidad se determine con la Ec. (2.86) o la (2.87), tenemos para la onda plana progresiva libre que

$$I = \frac{|p_{+}|^2}{\rho_0 c} \cos \phi = |u_{+}|^2 \rho_0 c \cos \phi \tag{2.88}$$

Intensidad en una onda plana estacionaria. En una onda plana estacionaria, la presión y la velocidad está 90° fuera de fase en el tiempo [ver Ecs. (2.76) y (2.77)], de modo que la parte real del producto $p^{*}u$ es cero. Luego, para la onda plana estacionaria

$$I = 0 \tag{2.89}$$

Físicamente esto significa que vuelve a la fuente tanta energía como sale de ella.

Intensidad en una onda esférica progresiva libre. Para el caso de la onda esférica progresiva, obtenemos la presión p de la Ec. (2.62). Por definición, pongamos

$$p_r \equiv \frac{A_{+}}{r} e^{-jkr} \tag{2.90}$$

Luego,

$$p(r,t) = \sqrt{2}\, p_r e^{j\omega t} \tag{2.91}$$

La cantidad p_r es igual a la presión eficaz compleja en un punto cualquiera a la distancia r del centro de la fuente. Por lo tanto, la velocidad de las partículas $u(r,t)$ en el punto considerado es

$$u(r,t) = \frac{\sqrt{2}\, p_r}{\rho_0 c} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) e^{j\omega t} \tag{2.92}$$

es decir, la velocidad de partículas eficaz compleja es

$$u_r = \frac{p_r}{\rho_0 c}\left(1 - j\frac{1}{kr}\right) \tag{2.93}$$

Introduciendo la presión sonora p_r en el punto r y la Ec. (2.93) en la Ec. (2.85), obtenemos

$$I = \mathrm{Re}\, p_r^* \left[\frac{p_r}{\rho_0 c}\left(1 - \frac{j}{kr}\right)\right] \cos\phi = \frac{|p_r|^2}{\rho_0 c}\cos\phi \tag{2.94}$$

donde, como antes, ϕ es el ángulo entre la dirección de propagación de la onda y la dirección en que se determina la intensidad.

Podemos llegar a estos resultados de otra manera. La Ec. (2.93) establece que, para kr grande, p y u están en la onda esférica casi en fase de tiempo y que $p(r) = \varrho_0 c u(r)$, como lo muestra la Ec. (2.65). Por lo tanto, para kr grande, vemos por la Ec. (2.88) que en una onda esférica y para distancias grandes $I = |u_r|^2 \varrho_0 c \cos\phi$.

La potencia total para *cualquier* radio r es igual a $W = 4\pi r^2 I = 4\pi r^2 |p_r|^2/\varrho_0 c$. Luego, para una onda esférica,

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} \qquad \text{para } \phi = 0 \tag{2.95}$$

Por la ley de la conservación de la energía, W es independiente de r si no hay pérdidas en el gas, de modo que la intensidad varía en proporción inversa con el cuadrado de la distancia r.

De la Ec. (2.90) despréndese también que el cuadrado de la magnitud eficaz de la presión sonora en un punto cualquiera varía en proporción inversa con el cuadrado de la distancia r. Luego, dado que la intensidad I en un punto cualquiera varía del mismo modo, ella es directamente proporcional al cuadrado de la presión sonora en el mismo punto. Este resultado concuerda con el que muestra la Ec. (2.94).

Ejemplo 2.5. Una fuente sonora esférica está radiando sinusoidalmente en el espacio libre 1 watt de potencia acústica a 1000 c/s. Calcular (*a*) la intensidad en la dirección de propagación de la onda; (*b*) la presión sonora; (*c*) la velocidad de las partículas; (*d*) el ángulo de fase entre (*b*) y (*c*); (*e*) la densidad de energía; y (*f*) el nivel de presión sonora en un punto que está a 30 cm del centro de la fuente. (Suponer 22°C y 0,751 m Hg.)

Solución. a. La intensidad puede calcularse con la Ec. (2.95):

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi(0{,}3)^2} = 0{,}885 \text{ watt/m}^2$$

b. La presión sonora eficaz se obtiene con la Ec. (2.94):

$$|p_r| = \sqrt{I\varrho_0 c} = \sqrt{0{,}885 \times 407} = 18{,}97 \text{ newtons/m}^2$$

c. La velocidad eficaz de las partículas está dada por la Ec. (2.93).

$$kr = (2\pi \times 1000/344{,}8)\ (0{,}3) = 5{,}46$$

$$|u_r| = \frac{p_r}{\rho_0 c}\,\frac{\sqrt{1+k^2r^2}}{kr} = \frac{18{,}97}{407}\,\frac{\sqrt{1+29.8}}{5{,}46} = 0{,}0474 \text{ m/s}$$

d. El ángulo de fase θ entre p_r y u_r se calcula a partir de la Ec. (2.64):

$$\theta = 90^\circ - \operatorname{tg}^{-1} kr = 90^\circ - 79{,}6^\circ = 10{,}4^\circ$$

e. La densidad de energía está dada por la Ec. (2.84):

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_r|^2}{\rho_0 c^2}\left(1 + \frac{1}{2k^2r^2}\right) = \frac{360}{1{,}4 \times 10^5}\left(1 + \frac{1}{2 \times 29{,}8}\right)$$

$$\doteq 2{,}62 \times 10^{-3} \text{ watt-s/m}^3$$

f. El nivel de presión sonora se calcula con la Ec. (1.18):

$$\text{SPL} = 20 \log_{10} \frac{18{,}97}{2 \times 10^{-5}}$$

$$= 119{,}5 \text{ dB } re\ 2 \times 10^{-5} \text{ newton/m}^2\ (re\ 2 \times 10^{-4} \text{ microbar})$$

Este nivel de presión sonora es cerca de 15 dB más alto que el nivel más alto que puede medirse unos 7 m por encima de una orquesta sinfónica completa. En otros términos, 1 watt de potencia acústica crea un nivel de presión sonora muy elevado a cortas distancias de la fuente.

CAPÍTULO 3

CIRCUITOS ELECTROMECANOACÚSTICOS

PARTE VI. *Circuitos mecánicos.*

3.1. Introducción. El tema de la electromecanoacústica (a veces llamado analogías dinámicas) consiste en la aplicación de la teoría de los circuitos eléctricos para la resolución de los problemas mecánicos y acústicos. En la mecánica clásica, el fenómeno vibratorio se representa enteramente por medio de ecuaciones diferenciales. Esta misma situación se daba en los primeros tiempos de la telefonía y la radio. Con el desarrollo de la comunicación telefónica y radial, resultó evidente la conveniencia de una representación esquemática de los elementos y sus interconexiones. Estos diagramas esquemáticos permitían a los ingenieros visualizar el comportamiento de un circuito sin necesidad de resolver sus complicadas ecuaciones. La determinación del comportamiento de los sistemas de radio y televisión resulta así mucho más sencilla que si solo se dispusiera de las ecuaciones del sistema.

Los diagramas esquemáticos ofrecen otra importante ventaja además de la visualización. A menudo se tiene un componente de equipo para el cual se desean plantear las ecuaciones diferenciales correspondientes. Puede entonces dibujarse el diagrama esquemático por inspección. Luego, las ecuaciones diferenciales se escriben siguiendo el diagrama esquemático. La mayoría de los ingenieros emplean este procedimiento en lugar de intentar escribir directamente las ecuaciones diferenciales.

Los diagramas esquemáticos encuentran sus más simples aplicaciones en los circuitos que contienen elementos concentrados, es decir, aquellos en que la única variable independiente es el tiempo. En los sistemas distribuídos, que son comunes en acústica, puede haber tanto como tres variables de espacio y una variable de tiempo. Por lo tanto, el diagrama esquemático es más difícil de visualizar que las ecuaciones diferenciales y la teoría clásica vuelve a predominar. Hay sin embargo muchos problemas de acústica en que los elementos son concentrados y en los que, por consiguiente, puede usarse con ventajas el diagrama esquemático.

Para poder emplear representaciones esquemáticas en el estudio de los dispositivos acústicos y mecánicos, los métodos empleados en este texto deben satisfacer cuatro requisitos principales. Ellos son:

1. Deben permitir la formación del diagrama esquemático por inspección.
2. Deben admitir la manipulación conveniente para hacer posible la combinación de elementos eléctricos, mecánicos y acústicos en un único diagrama esquemático.
3. Deben preservar la identidad de cada elemento en los circuitos combinados de tal modo que se puede reconocer inmediatamente una fuerza, una tensión, una inductancia, etc.
4º Deben utilizar los símbolos y reglas familiares propios de la teoría de los circuitos eléctricos.

Algunos de los métodos ideados satisfacen uno o dos de los requisitos anteriores, pero no todos. El propósito de este capítulo es el de presentar un nuevo método adecuado para la manipulación de los sistemas combinados eléctricos, mecánicos y acústicos. Incorpora este método las buenas cualidades de los otros y satisface también los cuatro requisitos anteriores. Los símbolos utilizados coinciden dentro de lo posible con los que se emplean en los textos más antiguos [1–5].

3.2. Significados físico y matemático de los elementos de circuito. Los elementos de circuito que hemos de utilizar para formar los diagramas esquemáticos son los de la teoría de los circuitos eléctricos. Estos elementos y sus significados matemáticos están tabulados en la tabla 3.1 y es necesario que el estudiante los aprenda ahora. Hay generadores de dos tipos. Hay cuatro tipos de elementos de circuito: resistencia, capacitancia, inductancia y transformadores. Hay tres cantidades genéricas: (*a*) la caída a través de un elemento de circuito; (*b*) el flujo a través de un elemento de circuito; (*c*) la magnitud del elemento de circuito. [†]

Debe prestarse atención al hecho de que la cantidad a no está restringida a la tensión eléctrica e, ni b a la corriente eléctrica i. En algunos problemas a representará una fuerza f, una velocidad u, una presión p, o una velocidad de volumen U. En estos casos b representará, respectivamente, velocidad u, fuerza f, velocidad de volumen U, o presión p.

---

[1] B. Gehlshoj, ''Electromechanical and Electroacoustical Analogies'', Academy of Technical Sciences, Copenhagen, 1947.

[2] F. A. Firestone, A New Analogy between Mechanical and Electrical Systems, *J. Acoust. Soc. Amer.* **4**: 249-267 (1933); The Mobility Method of Computing the Vibrations of Linear Mechanical and Acoustical Systems: Mechanical-electrical Analogies, *J. Appl. Phys.*, **9**: 373-387 (1938).

[3] H. F. Olson, ''Dynamical Analogies'', D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1943.

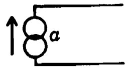
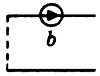
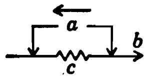
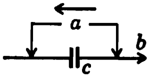
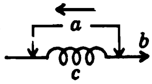
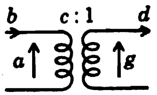
[4] W. P. Mason, Electrical and Mechanical Analogies, *Bell System Tech. J.* **20**: 405-414 (1941).

[5] A. Bloch, Electro-mechanical Analogies and Their Use for the Analysis of Mechanical and Electro-mechanical Systems, *J. Inst. Elec. Eng.*, **92**: 157-169 (1945).

[†] Entre los cuatro elementos de circuito, los tres primeros son bipolares. Esta lista es exhaustiva. El elemento de transformación es un cuadripolo. Hay otros cuadripolos sin pérdidas que podrían elegirse adicionalmente, por ej., el girador ideal.

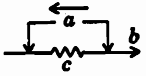
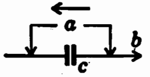
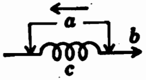
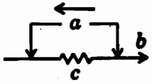
De modo similar, la cantidad c podría ser cualquier cantidad conveniente, tal como la masa, la compliancia, la inductancia, la resistencia, etc. El significado físico de los elementos de circuito c depende de la manera como se eligen las cantidades a y b, con la restricción de que el producto ab tiene en todos los casos la dimensión de una potencia. Todas las alternativas posibles están ilustradas en la tabla 3.2.

TABLA 3.1. Significado físico y matemático de los símbolos.

Símbolo	Nombre	Significado	
		Transitorio	Estado estacionario
	Generador de caída constante	La cantidad a es independiente de los que se conecta al generador. La flecha apunta hacia el terminal positivo del generador	
	Generador de flujo constante	La cantidad b es independiente de los que se conecta al generador. La flecha apunta en el sentido del flujo positivo	
	Elemento tipo resistencia	$a = bc$	$a = bc$
	Elemento tipo capacitancia	$a = \frac{1}{c} \int b\, dt$	$a = \frac{b}{j\omega c}$
	Elemento tipo inductancia	$a = c \frac{db}{dt}$	$a = j\omega cb$
	Elemento tipo transformación	$a = cg$ $cb = d$ $\frac{a}{b} = c^2 \frac{g}{d}$	$a = cg$ $cb = d$ $\frac{a}{b} = c^2 \frac{g}{d}$

Una idea importante que el estudiante debe fijar en su mente es que *las operaciones matemáticas asociadas con un símbolo dado son invariantes.* Si el elemento es del tipo de inductancia, por ejemplo, la caída a a su través es igual a la derivada respecto del tiempo del flujo b multiplicado por la magnitud del elemento c. Obsérvese que esta regla no se sigue siempre en la teoría de los circuitos eléctricos porque en ella junto al símbolo de un elemento de circuito del tipo de resistencia se escribe, por ejemplo indiscriminadamente resistencia o conductancia. Las operaciones invariantes que deben asociarse con cada símbolo son las indicadas en las columnas 3 y 4 de la tabla 3.1.

TABLA 3.2

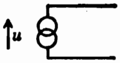
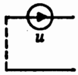
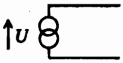
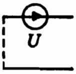
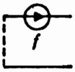
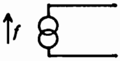
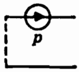
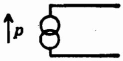
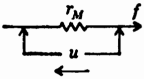
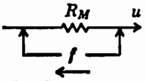
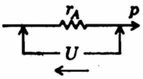
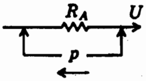
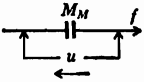
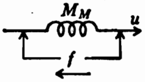
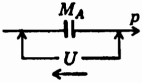
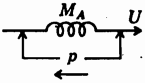
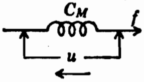
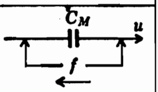
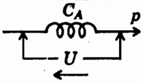
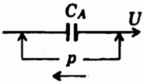
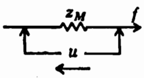
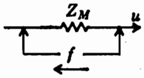
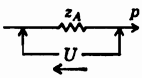
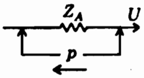
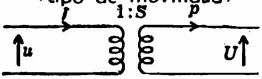
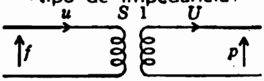
Elemento	Eléctrico	Mecánico		Acústico	
		Analogía de movilidad †	Analogía de impedancia	Analogía de impedancia †	Analogía de movilidad
a	e	u	f	p	U
b	i	f	u	U	p
	$c = R_E$	$c = \frac{1}{R_M} = r_M$	$c = R_M$	$c = R_A$	$c = \frac{1}{R_A} = r_A$
	$c = C_E$	$c = M_M$	$c = C_M$	$c = C_A$	$c = M_A$
	$c = L$	$c = C_M$	$c = M_M$	$c = M_A$	$c = C_A$
	$c = Z_E = \frac{e}{i}$	$c = z_M = \frac{u}{f} = \frac{1}{Z_M}$	$c = Z_M = \frac{f}{u} = \frac{1}{z_M}$	$c = Z_A = \frac{p}{U} = \frac{1}{z_A}$	$c = z_A = \frac{U}{p} = \frac{1}{Z_A}$

HOLA!!

CHAO!!

3.3. Analogías mecánicas. Los elementos de los circuitos mecánicos no necesitan ser representados siempre por medio de símbolos eléctricos. Dado que uno dibuja frecuentemente un diagrama de circuito mecánico por inspección del dispositivo del caso, resultan a veces útiles formas más obvias de los elementos mecánicos, por lo menos hasta que el estudiante se familiariza completamente con los circuitos análogos. Estableceremos por lo tanto un conjunto de elementos "mecánicos" para su uso como introducción a los elementos de la tabla 3.1.

TABLA 3.3. Conversión de la analogía tipo movilidad a la analogía tipo impedancia y viceversa.

Elemento	ANALOGIAS MECANICAS		ANALOGIAS ACUSTICAS	
	Tipo movilidad	Tipo de impedancia	Tipo de movilidad	Tipo de impedancia
Generador mecánico o acústico de impedancia infinita (movilidad cero)				
Generador mecánico o acústico de impedancia cero (movilidad infinita)				
Elemento disipativo (resistencia y responsibilidad)				
Elemento de masa				
Elemento de compliancia				
Elemento de impedancia				
Elemento de transformación	Mecánico a acústico (tipo de movilidad) 		Mecánico a acústico (tipo de impedancia) 	

En los circuitos eléctricos, hácense las mediciones de tensión aplicando los chicotes de un voltímetro *a través* de dos terminales del elemento en cuestión. La tensión eléctrica es una magnitud que puede medirse sin abrir el circuito. Para medir la corriente eléctrica, en cambio, es necesario abrir el circuito porque esta cantidad *fluye por el circuito* o elemento de circuito del caso. En los dispositivos mecánicos, a su vez, podemos medir la velocidad (o el desplazamiento) sin perturbar la máquina utilizando un captor de vibraciones capacitivo o inercial al efecto. No es la velocidad, sino la fuerza lo análogo a la corriente eléctrica. La fuerza no puede ser medida sin intervenir en el dispositivo.

Resulta evidente que si un elemento mecánico es estrictamente análogo a un elemento eléctrico, el primero debe estar caracterizado por una diferencia de velocidad entre (o a través de) sus dos terminales y una fuerza actuante. Análogamente, también el producto de la fuerza eficaz f en newton por la componente en fase de la velocidad eficaz u en metro/segundo es la potencia en watt. Llamaremos a este tipo de analogía, en que la velocidad corresponde a la tensión eléctrica y la fuerza a la corriente, *analogía tipo movilidad.* Se la llama también analogía "inversa".

Muchos textos agregan una analogía "directa". Es lo opuesto a la analogía inversa en cuanto que se hace corresponder en ella la fuerza a la tensión eléctrica y la velocidad a la corriente. En el presente texto llamaremos *analogía tipo impedancia* a esta clase de analogía electromecánica. Para familiarizar al estudiante con ambos conceptos, daremos varios ejemplos en las dos formas de analogía.

Impedancia mecánica Z_M, *y movilidad mecánica* z_M. La impedancia mecánica es la relación compleja entre la fuerza y la velocidad en un punto dado de un dispositivo mecánico. Usamos comúnmente el símbolo Z_M para denotar la impedancia mecánica. La unidad es el newton-segundo/metro, u ohm mecánico MKS.

La movilidad mecánica es la inversa de la impedancia mecánica. Es la relación compleja de la velocidad a la fuerza en un punto determinado de un dispositivo mecánico. La denotamos habitualmente con el símbolo z_M. La unidad es el metro/segundo-newton, o "mohm" mecánico MKS. †

Masa M_M. La masa es la cantidad física que accionada por una fuerza resulta acelerada en proporción directa con la fuerza. La unidad es el kilogramo. A primera vista, la masa parece ser una cantidad de un solo terminal, pues sólo necesita una conexión para ponerse en movimiento. No obstante, la fuerza que actúa sobre una masa se refiere a la tierra (sistema inercial), de modo que en realidad el segundo terminal de la masa es la tierra.

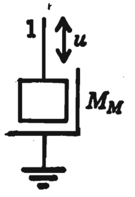


Fig. 3.1. Símbolo mecánico para la masa.

La Fig. 3.1 ilustra el símbolo mecánico utilizado para la masa. El extremo superior de la masa muévese con una velocidad u respecto de la tierra. El símbolo ⌟ representa el segundo terminal de la masa y tiene velocidad cero. La fuerza puede ser medida por medio de un dispositivo adecuado insertado entre el punto 1 y el elemento siguiente o generador conectado a este punto.

La masa M_M obedece al segundo principio de Newton, es decir

$$f(t) = M_M \frac{du(t)}{dt} \tag{3.1}$$

---

† La palabra "mohm" va por ohm de movilidad.

donde $f(t)$ es la fuerza instantánea en newton, M_M es la masa en kilogramo, y $u(t)$ es la velocidad instantánea en metro por segundo.

En el estado estacionario [ver Ecs. (2.33) a (2.35)], con una frecuencia angular igual a 2π veces la frecuencia de vibración, tenemos el caso especial del segundo principio de Newton,

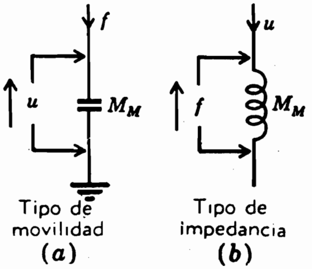
$$f = j\omega M_M u \tag{3.2}$$

donde $j = \sqrt{-1}$ como de costumbre y f y u son cantidades eficaces complejas.

El símbolo que usamos para reemplazar el símbolo mecánico en nuestros circuitos, según la analogía tipo movilidad, es del tipo de la capacitancia. Se lo ilustra en la Fig. 3.2*a*. La invariante operacional matemática asociada a este símbolo se da en la tabla 3.1. En el estado estacionario tenemos

$$a = \frac{b}{j\omega c} \quad \text{o} \quad u = \frac{f}{j\omega M_M} \tag{3.3}$$

Esta ecuación satisface la ley física expresada por la Ec. (3.2). Nótese la similitud de apariencia entre los símbolos mecánico y análogo de las Figs. 3.1 y 3.2*a*. En los circuitos eléctricos, la integral respecto del tiempo de la corriente que fluye por un capacitor es la carga. La cantidad análoga es en este caso la integral respecto del tiempo de la fuerza, y da la cantidad de movimiento.



Tipo de movilidad
(*a*)

Tipo de impedancia
(*b*)

FIG. 3.2. Símbolos para la masa en la analogía tipo (*a*) movilidad, y (*b*) impedancia.

El símbolo correspondiente a la masa en la analogía tipo impedancia es la inductancia, Fig. 3.2*b*. La operación invariante para el estado estacionario es $a = j\omega cb$ o $f = j\omega M_M u$. Satisface también la Ec. (3.2). Nótese sin embargo que en esta analogía uno de los lados del elemento de masa no está necesariamente a tierra; esto induce a menudo a confusión. En los circuitos eléctricos, la integral respecto del tiempo de la tensión aplicada a través de una inductancia da el flujo concatenado. La cantidad análoga es la cantidad de movimiento.

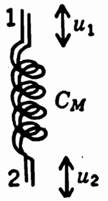


FIG. 3.3. Símbolo mecánico para la compliancia mecánica.

Compliancia mecánica C_M. Dícese que una estructura física es una compliancia mecánica C_M cuando accionada por una fuerza, sufre un desplazamiento en proporción directa con la fuerza. La unidad es el metro/newton. Los elementos de la compliancia tienen por lo general dos terminales aparentes.

El símbolo mecánico utilizado para representar una compliancia mecánica es el resorte, Fig. 3.3. El extremo superior del elemento se mueve con una velocidad u_1, y el extremo inferior, con una velocidad u_2. La fuerza necesaria para producir una diferencia entre las velocidades

u_1 y u_2 puede medirse interviniendo en la máquina sea en el punto 1 sea en el punto 2. Así como mediríamos una corriente en cualquiera de los extremos de un elemento de circuito eléctrico, medimos la fuer en cualquiera de los extremos de un elemento de compliancia.

La compliancia mecánica obedece a la siguiente ley física:

$$a = \frac{1}{c}\int b\,dt \quad \text{o} \quad f(t) = \frac{1}{C_M}\int u(t)\,dt \qquad (3.4$$

donde C_M es la compliancia mecánica en metro/newton y $u(t)$ es la velocidad instantánea en metro/segundo e igual $u_1 - u_2$, la diferenci de velocidad entre los dos extremos.

En el estado estacionario, con una frecuencia angular ω igual 2π veces la frecuencia de vibración, tenemos,

$$f = \frac{u}{j\omega C_M} \qquad (3.5$$

donde f y u son cantidades eficaces complejas.

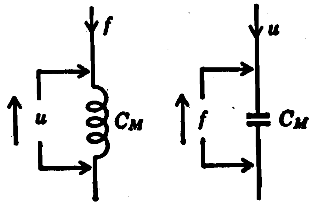
El símbolo de la analogía tipo movilidad que se utiliza para reemplazar el símbolo mecánico en los circuitos análogos es una inductancia, Fig. 3.4*a*. La operación matemática invariante asociada con este sím bolo se da en la tabla 3.1. En el estado estacionario tenemos

$$u = j\omega C_M f \qquad (3.6$$

En los circuitos eléctricos la integral respecto del tiempo de la tensió a través de una inductancia es el flujo concatenado. La cantida análoga es aquí la integral respecto de tiempo de la velocidad, vale decir, el desplazamiento.

Esta ecuación satisface la ley física expresada por la Ec. (3.5). Obsérvese la similitud de apariencia entre los símbolos mecánico y análogo de las Figs. 3.3 y 3.4

El símbolo correspondiente a la compliancia mecánica en la analogía tipo impedancia es una capacitancia, Fig. 3.4*b*. La operación invariante para el estado estacionario es $a = b/j\omega c$, o $f = u/j\omega C_M$, la q satisface también la Ec. (3.5). En los circuitos eléctricos, la integral respecto d tiempo de la corriente que fluye por u capacitor es la carga. La cantidad análoga en este caso es el desplazamiento.



Tipo de movilidad
(*a*)

Tipo de impedancia
(*b*)

FIG. 3.4. **Símbolos para la compliancia mecánica para las analogías (*a*) tipo movilidad, (*b*) tipo impedancia.**

Resistencia mecánica R_M, y responsibilidad mecánica r_M. Dícese qu una estructura mecánica constituye una resistencia mecánica R_M cuand accionada por una fuerza, se mueve con una velocidad directamen proporcional a la fuerza. La unidad es el ohm mecánico MKS.

Definimos también una cantidad r_M, la responsibilidad mecánica, como la recíproca de R_M. La unidad de responsibilidad mecánica es el mohm mecánico MKS.

La representación anterior para la resistencia mecánica está limitada por lo general a la resistencia viscosa. Exclúyese la resistencia friccional a causa de que en ella la relación de fuerza a velocidad no es constante. Los dos terminales de un elemento resistivo pueden localizarse por lo general por simple inspección.

El elemento mecánico utilizado para representar la resistencia viscosa es el amortiguador hidráulico representado esquemáticamente en la Fig. 3.5. El extremo superior del elemento se mueve con la velocidad u_1 y el extremo inferior, con la velocidad u_2. La fuerza necesaria para producir una diferencia entre estas dos velocidades puede medirse indiferentemente interviniendo en la máquina sea en el punto 1, sea en el punto 2.

La resistencia mecánica R_M obedece a la siguiente ley física:

$$f = R_M u = \frac{1}{r_M} u \tag{3.7}$$

donde f es la fuerza en newton, u es la diferencia entre las velocidades u_1 y u_2 de los dos extremos, R_M es la resistencia mecánica en ohm mecánico, es decir, newton/(metro/segundo) y r_M es la responsibilidad mecánica en mohm mecánico MKS, esto es, (metro/segundo)/newton.

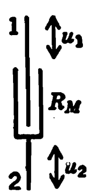
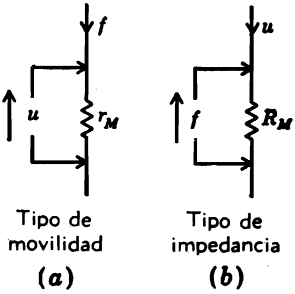


FIG. 3.5. Símbolo mecánico para la resistencia mecánica (viscosa).



Tipo de movilidad (*a*)

Tipo de impedancia (*b*)

FIG. 3.6. Símbolos para la resistencia mecánica en la analogía (*a*) tipo movilidad, (*b*) tipo impedancia.

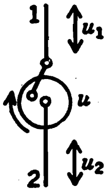


FIG. 3.7. Símbolo mecánico para el generador de velocidad constante.

El símbolo utilizado en la analogía tipo movilidad para reemplazar el símbolo mecánico en los circuitos es la resistencia, Fig. 3.6*a*. La operación matemática invariante asociada con este símbolo está indicada en la tabla 3.1. Tanto en el estado estacionario como en el transitorio tenemos

$$u = r_M f = \frac{1}{R_M} f \tag{3.8}$$

En el estado estacionario u y f se toman como cantidades eficaces complejas. Esta ecuación satisface la ley física expresada por la Ec. (3.7).

El símbolo correspondiente a la analogía tipo impedancia para la resistencia mecánica es el de la Fig. 3.6*b*. Satisface también la Ec. (3.7).

Generadores mecánicos. Los generadores mecánicos que hemos de considerar son de dos tipos, de velocidad constante y de fuerza constante. El *generador de velocidad constante* se representa como un motor muy poderoso asociado con un mecanismo de manivela de la manera indicada en la Fig. 3.7. Los extremos opuestos del generador tienen las velocidades u_1 y u_2. Una de estas velocidades, u_1 o u_2, está determinada por factores externos al generador. La diferencia entre las dos velocidades, u, en cambio, es una velocidad independiente de la carga conectada al generador.

Los símbolos que usamos en nuestras dos analogías para reemplazar el generador mecánico de velocidad constante son los ilustrados en la Fig. 3.8. Las operaciones matemáticas invariantes asociadas con estos símbolos se dan también en la tabla 3.1. Las puntas de flecha señalan el terminal "positivo" del generador. El doble círculo de la Fig. 3.8*a* indica que la movilidad interna del generador es cero. La línea cortada de la Fig. 3.8*b* indica en cambio que la impedancia interna del generador es infinita.

El *generador de fuerza constante* se representa aquí como un trasductor mecánico (por ej., un altavoz de bobina móvil) en cuyo primario se mantiene una corriente eléctrica de amplitud constante. Este generador produce una fuerza igual al producto de la corriente i, por la densidad de flujo B, por la longitud efectiva l del arrollamiento que corta el flujo ($f = Bli$). Este dispositivo aparece representado esquemáticamente en la Fig. 3.9. Los extremos del generador tienen velocidades u_1 y u_2 determinadas ambas por factores externos al generador. La fuerza que el generador produce y que puede ser medida interviniendo en el dispositivo en el punto 1 o en el punto 2, es una fuerza constante, independiente de la carga conectada al generador.

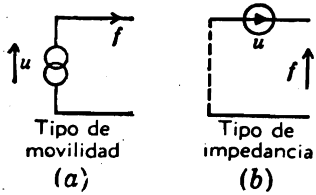


FIG. 3.8. Símbolos para el generador de velocidad constante en las analogías (*a*) tipo movilidad, (*b*) tipo impedancia.

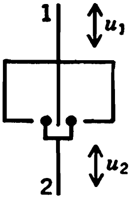


FIG. 3.9. Símbolo mecánico para el generador de fuerza constante.

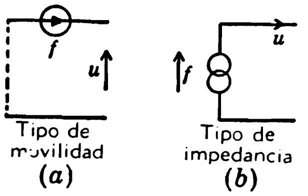


FIG. 3.10. Símbolos para el generador de fuerza constante en las analogías (*a*) tipo movilidad, (*b*) tipo impedancia.

Los símbolos utilizados en nuestras dos analogías para reemplazar al símbolo mecánico del generador de fuerza constante se dan en la Fig. 3.10. Las operaciones matemáticas invariantes asociadas con estos símbolos se exponen en la tabla 3.1. Las flechas apuntan en el sentido del flujo positivo. En este caso, la línea cortada indica una movilidad infinita y el doble círculo, una impedancia nula.

Palancas. PALANCA SIMPLE. Es evidente que una palanca es un dispositivo estrechamente análogo al transformador. La palanca, en su forma más simple, consiste en una barra sin peso que descansa sobre un punto de apoyo inmóvil, dispuesto de tal manera que al aplicar una fuerza hacia abajo en un extremo, aparece en el otro una fuerza dirigida hacia arriba (ver Fig. 3.11). Según la física elemental, la ecuación de igualdad de los momentos respecto del punto de apoyo es

$$f_1 l_1 = f_2 l_2$$

o, si el sistema no está en equilibrio y los desplazamientos son pequeños,

$$u_1 l_2 = u_2 l_1 \qquad (3.9)$$

Además,

$$\left.\begin{aligned} z_{M1} &= \frac{u_1}{f_1} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 z_{M2} \\ Z_{M1} &= \frac{f_1}{u_1} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 Z_{M2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser representadas por un transformador ideal (Fig. 3.12) con una relación de transformación $(l_1/l_2) : 1$ en la analogía tipo movilidad, o $(l_2/l_1) : 1$ en la analogía tipo impedancia.

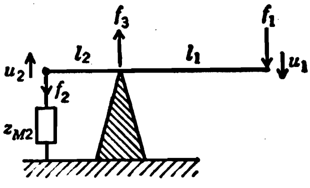
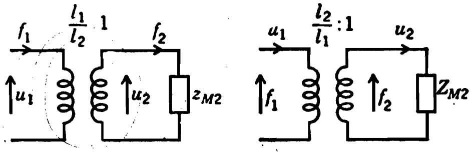


FIG. 3.11. Palanca simple.



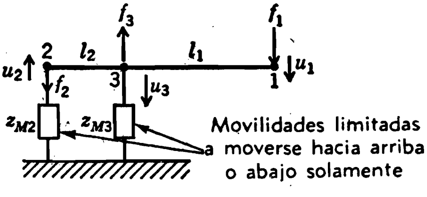
Tipo de movilidad (*a*)

Tipo de impedancia (*b*)

FIG. 3.12. Símbolos correspondientes a la palanca simple en las analogías (*a*) tipo movilidad, (*b*) tipo impedancia.

PALANCA FLOTANTE. Como ejemplo de palanca flotante simple, consideremos una barra sin peso que descansa sobre un punto de apoyo que cede a la fuerza. La barra está dispuesta de tal modo que una fuerza dirigida hacia abajo aplicada a un extremo tiende a producir una fuerza dirigida hacia arriba en el otro. Se da un ejemplo en la Fig. 3.13.

Para resolver este tipo de problema, comenzamos por es-



Movilidades limitadas a moverse hacia arriba o abajo solamente

FIG. 3.13. Palanca flotante.

cribir la ecuación de los momentos. Sumando los momentos respecto del apoyo central, tenemos

$$l_1 f_1 = l_2 f_2$$

y sumando los momentos alrededor del apoyo del extremo,

$$(l_1 + l_2) f_1 = l_2 f_3 \tag{3.11}$$

Cuando las fuerzas no están en equilibrio y suponemos desplazamientos infinitesimales, las velocidades están relacionadas con las fuerzas por medio de las movilidades, de modo que

$$\begin{aligned} u_3 &= z_{M3} f_3 = z_{M3} \frac{l_1 + l_2}{l_2} f_1 \\ u_2 &= z_{M2} f_2 = z_{M2} \frac{l_1}{l_2} f_1 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Además, por superposición, y según se advierte por simple geometría,

$$u_1' = u_3 \frac{l_1 + l_2}{l_2} \qquad \text{para } u_2 = 0$$

$$u_1'' = u_2 \frac{l_1}{l_2} \qquad \text{para } u_3 = 0$$

de modo que

$$u_1 = u_1' + u_1'' = \frac{l_1 + l_2}{l_2} u_3 + \frac{l_1}{l_2} u_2 \tag{3.13}$$

y, finalmente,

$$\frac{u_1}{f_1} = z_{M1} = z_{M3} \left(\frac{l_1 + l_2}{l_2} \right)^2 + z_{M2} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 \tag{3.14}$$

Esta ecuación puede ser representada mediante el circuito análogo de la Fig. 3.14. La palanca carga el generador con dos movilidades conectadas en serie, cada una de las cuales compórtase como una palanca simple cuando la otra es igual a cero. Se verá que ésta es la manera de obtener el equivalente de dos masas en serie sin un punto común de velocidad cero (tierra). Así se hará en el ejemplo 3.3.

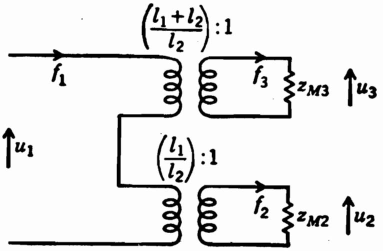

$\left(\frac{l_1+l_2}{l_2}\right):1$
f_1
f_3
z_{M3}
u_3
u_1
$\left(\frac{l_1}{l_2}\right):1$
f_2
z_{M2}
u_2

FIG. 3.14. Símbolo tipo movilidad para la palanca flotante.

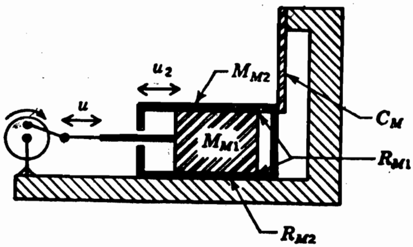


FIG. 3.15. Dispositivo mecánico de seis elementos.

Ejemplo 3.1. El dispositivo mecánico de la Fig. 3.15 consiste en un pistón de masa M_{M1} que se desliza contra una superficie aceitada dentro de un cilindro de masa M_{M2}. Este cilindro se desliza a su vez por una ranura aceitada cortada en un cuerpo rígido. Las resistencias de deslizamiento (viscosas) son R_{M1} y R_{M2}, respectivamente. El cilindro está sostenido por un elástico de compliancia C_M. El generador mecánico mantiene una velocidad sinusoidal constante de frecuencia angular ω y valor eficaz u m/s. Calcular la fuerza f producida por el generador.

Solución. Aunque la fuerza se calculará finalmente a partir del análisis del circuito análogo del tipo de movilidad, será útil dibujar el diagrama de circuito mecánico correspondiente al dispositivo en cuestión. Este paso intermedio resultará especialmente útil para los estudiantes que no están familiarizados con el uso de las analogías. Su empleo elimina virtualmente toda posibilidad de error en el circuito final.

Para dibujar el circuito mecánico, observemos primero los puntos de empalme de dos o más elementos. Con esto se localizan todos los terminales de elemento que se mueven con la misma velocidad. Hay en este ejemplo dos velocidades, u y u_2, además de la velocidad de ''tierra'' o velocidad cero. Estas dos velocidades están representadas en el diagrama de circuito mecánico por las velocidades de dos barras rígidas imaginarias, 1 y 2, en la Fig. 3.16, las que oscilan en dirección vertical. El dibujo del circuito se hace acoplando todos los terminales de elemento de velocidad u a la primera barra y todos los terminales de velocidad u_2 a la segunda barra. Todos los terminales de velocidad cero se unen a una barra de tierra. Obsérvese que una masa tiene siempre un terminal de tierra.† Tres elementos de la Fig. 3.15 tienen un terminal de velocidad u: el generador, la masa M_{M1}, y la resistencia viscosa R_{M1}. Se los une a la barra 1. Cuatro elementos tienen un terminal con velocidad u_2: las resistencias viscosas R_{M1} y R_{M2}, la masa M_{M2}, y la compliancia C_M. Estos terminales se unen a la barra 2. Cinco elementos tienen un terminal con velocidad cero; el generador, las dos masas, la resistencia viscosa R_{M2}, y la compliancia C_M.

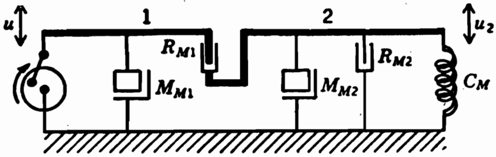


FIG. 3.16. Circuito mecánico para el dispositivo de la Fig. 3.15.

---

† Puede darse una excepción a esta regla cuando el dispositivo mecánico comprende una o más palancas flotantes, según se ha visto.

Estamos ahora en condiciones de transformar el circuito mecánico en un circuito análogo del tipo de movilidad. Esto se hace simplemente reemplazando los elementos mecánicos con los elementos análogos del tipo de movilidad. El circuito deviene el de la Fig. 3.17. Recordemos que, en la analogía tipo movilidad, la fuerza "fluye" por el elemento y la velocidad es la caída a través del elemento. Los resistores deben individualizarse con r minúsculas. Según se ha visto anteriormente, $r_M = 1/R_M$ y su unidad es el mohm mecánico MKS.

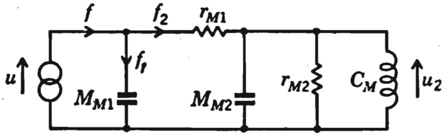
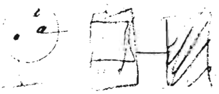


FIG. 3.17. Circuito análogo del tipo de movilidad para el dispositivo de la Fig. 3.15.

Las ecuaciones correspondientes a este circuito se plantean de la manera usual, usando las reglas dadas en la tabla 3.1. Determinemos $z_M = u/f$, la movilidad mecánica que se ofrece al generador. La movilidad mecánica de los tres elementos en paralelo de la parte derecha del diagrama es



$$\frac{u_2}{f_2} = \frac{1}{\dfrac{1}{\cancel{1/}j\omega M_{M2}} + \dfrac{1}{r_{M2}} + \dfrac{1}{j\omega C_M}}$$

$$= \frac{1}{j\omega M_{M2} + R_{M2} + \dfrac{1}{j\omega C_M}}$$

Incluyendo el elemento r_{M1}, la movilidad de la parte del circuito por la cual fluye la fuerza f_2 es, entonces,

$$\frac{u}{f_2} = r_{M1} + \frac{1}{j\omega M_{M2} + R_{M2} + \dfrac{1}{j\omega C_M}}$$

Obsérvese ahora que la movilidad mecánica de entrada z_M está dada por

$$z_M = \frac{u}{f} = \frac{u}{f_1 + f_2}$$

y

$$f_1 = \frac{u}{1/j\omega M_{M1}} = j\omega M_{M1} u$$

Introduciendo f_1 y f_2 en la expresión precedente de z_M se tiene la movilidad de entrada

$$z_M = \frac{u}{f} = \frac{1}{j\omega M_{M1} + \dfrac{1}{r_{M1} + \dfrac{1}{j\omega M_{M2} + R_{M2} + \dfrac{1}{j\omega C_M}}}} \tag{3.15a}$$

La impedancia mecánica es la recíproca de z_M:

$$Z_M = \frac{f}{u} = j\omega M_{M1} + \cfrac{1}{r_{M1} + \cfrac{1}{j\omega M_{M2} + R_{M2} + \cfrac{1}{j\omega C_M}}} \tag{3.15b}$$

El resultado es

$$f = Z_M u \quad \text{newton} \tag{3.16}$$

Ejemplo 3.2. Como otro ejemplo de circuito mecánico, consideremos las dos masas de 2 y 4 Kg de la Fig. 3.18. Se supone que descansan sobre una superficie plana libre de fricción y que están acopladas recíprocamente a través de un generador de velocidad constante que puede también deslizarse libremente sobre la superficie plana sin fricción. Sea su velocidad

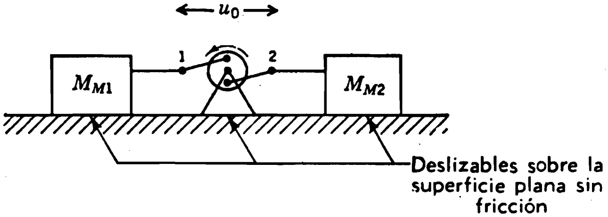


FIG. 3.18. Dispositivo mecánico de tres elementos.

$$u_0 = 2 \cos 1000t \quad \text{cm/s}$$

Dibujar el circuito análogo tipo de movilidad y determinar la fuerza f producida por el generador. Determinar también la movilidad que se presenta al generador.

Solución. Las masas no tienen la misma velocidad respecto de tierra. La diferencia entre las velocidades de las masas es u_0. El elemento representativo de la masa es el que muestra la Fig. 3.2*a*, con un extremo puesto a masa y el otro moviéndose con la velocidad de la masa.

El circuito análogo del tipo de movilidad correspondiente a este ejemplo es el ilustrado por la Fig. 3.19. La velocidad u_0 es igual a $u_1 + u_2$, donde u_1 es la velocidad con *respecto a la tierra de* M_{M1} y u_2 es la de M_{M2}. La fuerza es

$$\begin{aligned} f_{ef} &= \frac{(\tilde{u}_0)_{ef}}{(1/j\omega M_{M1}) + (1/j\omega M_{M2})} \\ &= \frac{j\omega M_{M1} M_{M2}}{M_{M1} + M_{M2}} u_0 \\ &= \frac{j1000 \times 2 \times 4 \times 0{,}02}{(2+4)\sqrt{2}} = j18{,}9 \text{ newton} \end{aligned} \tag{3.17}$$

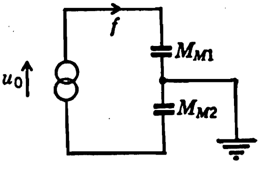


FIG. 3.19. Circuito análogo del tipo de movilidad para el dispositivo de la Fig. 3.18.

La j indica que la fase temporal de la fuerza está avanzada 90° con respecto a la de la velocidad del generador.

Es obvio que cuando una de las masas es muy grande en comparación con la otra, la fuerza es la necesaria para mover la masa más pequeña, solamente. Este ejemplo ilustra el único caso típico en que dos masas pueden estar en serie sin la introducción de palancas flotantes. Sobre todo, sólo dos masas pueden estar en serie a causa de que es indispensable una tierra común.

La movilidad presentada al generador es

$$z_M = \left(\frac{u_0}{f}\right)_{\text{ef}} = \frac{M_{M1} + M_{M2}}{j\omega M_{M1} M_{M2}}$$

$$= \frac{6}{j1000 \times 8} = -j7{,}5 \times 10^{-4} \text{ mohm} \qquad (3.18)$$

Ejemplo 3.3. La Fig. 3.20 ilustra un ejemplo de dispositivo mecánico que comprende una palanca flotante. Las masas conectadas a los puntos 2 y 3 pueden suponerse como descansando en elásticos de alta compliancia. La fuerza impulsora f_1 se supondrá como teniendo una frecuencia muy superior a las frecuencias de resonancia de las masas y sus soportes elásticos, de modo que

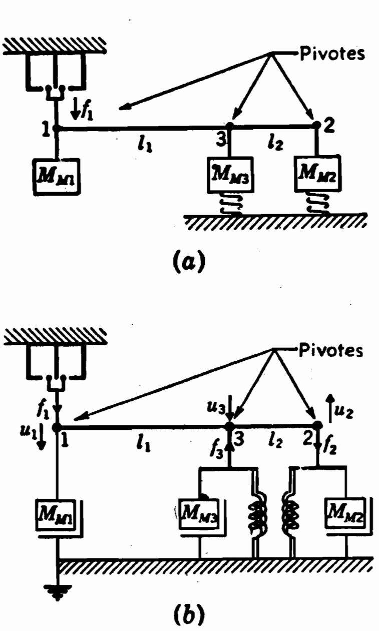

Pivotes
f_1
1
l_1
3
l_2
2
M_{M1}
M_{M3}
M_{M2}
(a)
Pivotes
f_1
u_1
u_3
f_3
u_2
f_2
(b)

FIG. 3.20. (*a*) Dispositivo mecánico con palanca flotante. (*b*) Diagrama mecánico de (*a*). Las compliancias de los resortes son muy grandes, de modo que la totalidad de f_2 y f_3 mueve las masas M_{M2} y M_{M3}.

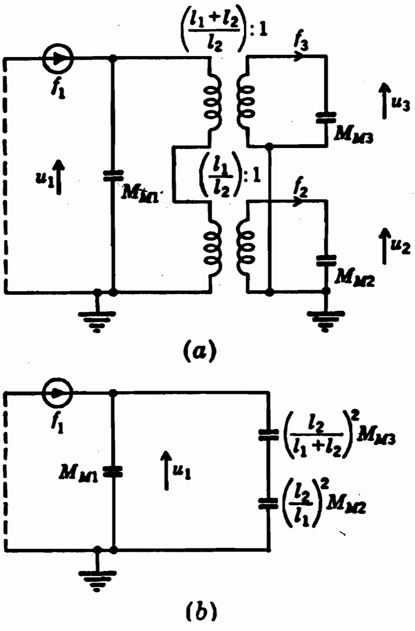

$\left(\frac{l_1+l_2}{l_2}\right):1$
f_1
f_3
u_3
M_{M3}
u_1
M_{M1}
$\left(\frac{l_1}{l_2}\right):1$
f_2
u_2
M_{M2}
(a)
f_1
M_{M1}
u_1
$\left(\frac{l_2}{l_1+l_2}\right)^2 M_{M3}$
$\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 M_{M2}$
(b)

FIG. 3.21. (*a*) Circuito análogo del tipo de movilidad para el dispositivo de la Fig. 3.20. (*b*) Igual que (*a*), pero eliminando el transformador.

$$z_{M2} \doteq \frac{1}{j\omega M_{M2}}$$

$$z_{M3} \doteq \frac{1}{j\omega M_{M3}}$$

Supongamos, también, que hay una masa conectada al punto 1 de la palanca sin peso, con una movilidad

$$z_{M1} = \frac{1}{j\omega M_{M1}}$$

Calcular la movilidad total presentada al generador de fuerza constante f_1.

Solución. Por inspección, el circuito análogo del tipo de movilidad se dibuja de la manera ilustrada por la Fig. 3.21*a* y *b*. Calculando $z_M = u_1/f_1$, tenemos

$$z_M = \frac{1}{j\omega\left[\dfrac{M_{M2}M_{M3}l_2^2}{M_{M3}l_1^2 + M_{M2}(l_1 + l_2)^2} + M_{M1}\right]} \tag{3.19}$$

Obsérvese que si $l_2 \to 0$, la movilidad es simplemente la de la masa M_{M1}. Además, si $l_1 \to 0$, la movilidad es la de M_{M1} y M_{M3}, esto es

$$z_M = \frac{1}{j\omega(M_{M3} + M_{M1})} \tag{3.20}$$

Es posible, con ayuda de una o más palancas flotantes, tener una o más masas sin terminal de tierra.

PARTE VII. *Circuitos acústicos.*

3.4. Elementos acústicos. Los circuitos acústicos son a menudo más difíciles de dibujar que los mecánicos, a causa de que no es tan fácil identificar sus elementos. Como en el caso de los circuitos mecánicos, las formas más obvias de los elementos resultan útiles como paso intermedio para llegar al diagrama de circuito análogo. Una vez que el estudiante se familiarice con los circuitos acústicos, podrá pasar directamente del dispositivo acústico al circuito equivalente final.

En los dispositivos acústicos, la cantidad que podemos medir más fácilmente sin modificación del dispositivo es la presión sonora. Esta medición se hace insertando un pequeño tubo sonda, hueco, en el campo sonoro, en el punto deseado. La sonda termina en una cara del diafragma de un micrófono. La otra cara del diafragma queda expuesta a la presión atmosférica. Cuando hay una diferencia de presión sobre las caras del diafragma, éste se mueve. La diferencia entre la presión atmosférica y la que existe en el campo sonoro es la presión sonora p.

Debido a que podemos medir la presión sonora por medio de semejante sonda sin perturbar el dispositivo acústico, la presión sonora se ofrece como lo análogo a la tensión eléctrica en los circuitos eléctricos. Esta elección exige que consideremos la corriente como lo análogo a cierta cantidad que sea proporcional a la velocidad. Como hemos de ver en breve, conviene hacer la corriente análoga a la velocidad de volumen, esto es, el volumen de gas desplazado en un segundo.

Se halla un argumento muy favorable a esta elección cuando se consideran las relaciones que gobiernan el flujo de aire dentro de dispositivos acústicos tales como altavoces, micrófonos, y filtros de ruido.

Dentro de los micrófonos de cierto tipo, por ejemplo, hay una cavidad de aire que se conecta con el exterior por medio de un tubito (ver. Fig. 3.22). Supongamos, ahora, que el extremo exterior de este tubito se halla expuesto a un campo sonoro. La onda sonora provoca el movimiento de las partículas de aire dentro del tubo. Hay evidentemente un empalme entre el tubo y la cavidad en el extremo interior del primero, punto A. Planteémosnos ahora la cuestión: ¿Qué cantidad física es continua en este punto de empalme?

En primer término, la presión sonora justo dentro del tubo en el punto A es la misma que hay en la cavidad justo afuera de A. Es decir, hay continuidad de presión sonora. En segundo lugar, la cantidad de aire que sale por el extremo interior del tubo en un intervalo dado de tiempo es la cantidad que entra en la cavidad en el mismo intervalo. La masa de aire, en otras palabras, que sale del tubo en la unidad de tiempo es igual a la masa de gas por segundo que entra en la cavidad. Debido a que la presión es la misma en los dos lugares, la densidad del gas tiene que ser también la misma, por lo que se deduce que hay continuidad de la velocidad de volumen (metro cúbico/segundo) en el empalme. La continuidad de la velocidad de volumen debe conservarse aun en el caso en que se reúnan varios tubos o cavidades en el mismo punto. De lo contrario quedaría violada la ley de conservación de la masa.

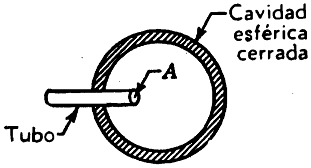


Fig. 3.22. Cavidad cerrada conectada al aire exterior por medio de un tubo de área transversal S. El empalme entre el tubo y la cavidad se produce en A.

Arribamos así a la conclusión de que la cantidad que *fluye por* los elementos acústicos debe ser la velocidad de volumen U en metro cúbico/segundo, y la caída en los elementos acústicos tiene que ser la presión p en newton/metro cuadrado. Esta conclusión indica que la analogía tipo impedancia es la preferida en los circuitos acústicos. El producto de la presión sonora eficaz p por la componente en fase de la velocidad de volumen eficaz U da la potencia acústica en watt.

En esta parte, hemos de discutir los aspectos más generales de los circuitos acústicos. En el Cap. 5 de este libro, explicamos con todo detalle las aproximaciones involucradas y las reglas adecuadas para aplicar los conceptos aquí enunciados en los problemas prácticos.

Masa acústica M_A. La masa acústica es una cantidad proporcional a la masa pero que tiene las dimensiones del kilogramo/metro^4. Está asociada con la masa de aire acelerada por una fuerza neta que actúa de modo de desplazar el gas sin comprimirlo apreciablemente. El concepto de aceleración sin compresión es muy importante y debe tenérselo presente. Ayudará al estudiante a distinguir la masa acústica de otros elementos.

El elemento acústico que se utiliza para representar la masa acústica es un tubo lleno del gas del caso, Fig. 3.23.

La ley física que gobierna el movimiento de una masa sobre la que actúa una fuerza es el segundo principio de Newton, $f(t) = M_M\, du(t)/dt$.

Esta ley puede ser expresada en términos acústicos del siguiente modo:

$$\frac{f(t)}{S} = \frac{M_M}{S}\,\frac{d[u(t)S]}{dt\,S} = p(t) = \frac{M_M}{S^2}\,\frac{dU(t)}{dt}$$

$$p(t) = M_A\,\frac{dU(t)}{dt} \qquad (3.21)$$

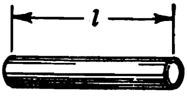


FIG. 3.23. Tubo de longitud l y sección transversal S.

donde $p(t)$ = diferencia instantánea entre las presiones en newton/m^2 existentes en los extremos de una masa de gas M_M (Kg) que experimenta aceleración.

M_A = M_M/S^2 = masa acústica en Kg/m^4 del gas que se acelera. Esta cantidad es casi igual a la masa del gas dentro del tubo continente dividida por el cuadrado del área transversal. Para ser más exactos, debemos observar que el gas que se encuentra en la inmediata vecindad de los extremos del tubo se suma a la masa total. Por lo tanto, hay correcciones "de extremo" que deben ser tomadas en cuenta. Estas correcciones se discuten en el Cap. 5 (páginas 138 a 145).

$U(t)$ = velocidad de volumen instantánea del gas en m^3/s a través de cualquier sección transversal del tubo. La velocidad de volumen $U(t)$ es igual a la velocidad lineal $u(t)$ multiplicada por el área transversal S.

En el estado estacionario, con una velocidad angular ω, tenemos

$$p = j\omega M_A U \qquad (3.22)$$

donde p y U son cantidades eficaces complejas.

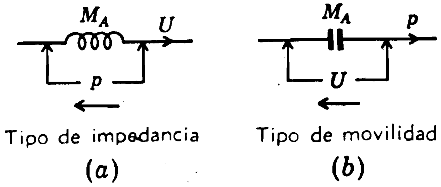


FIG. 3.24. Símbolos para la masa acústica según la analogía (a) del tipo de impedancia, (b) del tipo de movilidad.

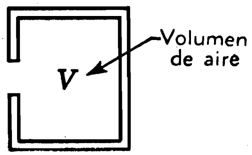


FIG. 3.25. Volumen de aire cerrado V con abertura para la entrada de variaciones de presión.

El símbolo correspondiente a la analogía del tipo de impedancia para la masa acústica es el de la Fig. 3.24*a*, y el de la analogía del tipo de movilidad, el de la Fig. 3.24*b*. En el estado estacionario vale la Ec. (3.22) para cualquiera de los dos. Las flechas apuntan en el sentido del flujo positivo o de la caída positiva.

Compliancia acústica C_A. La compliancia acústica es una cantidad constante que tiene la dimensión de m^5/newton. Está asociada con un volumen de aire que es comprimido por una fuerza neta sin desplazamiento apreciable del centro de gravedad del aire del volumen. En otras palabras, la compresión sin aceleración es lo que identifica la compliancia acústica.

El elemento acústico que se usa para representar la compliancia acústica es un volumen de aire dibujado como en la Fig. 3.25.

La ley física que gobierna la compresión de un volumen de aire cuando sobre él actúa una fuerza neta se dio en la forma $f(t) = (1/C_M) \int u(t)\,dt$. Pasando a términos acústicos,

$$\frac{f(t)}{S} = \frac{1}{C_M S} \int u(t) \frac{S}{S}\,dt \quad \text{o} \quad p(t) = \frac{1}{C_M S^2} \int U(t)\,dt$$

o

$$p(t) = \frac{1}{C_A} \int U(t)\,dt \tag{3.23}$$

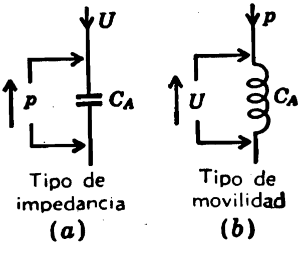
donde $p(t)$ = presión instantánea en newton/m^2 que actúa en el sentido de comprimir el volumen V de aire.

$C_A = C_M S^2$ = compliancia acústica en m^5/newton del volumen de aire que es comprimido. La compliancia acústica es casi igual al volumen de aire dividido por γP_0, como veremos en el Cap. 5 (páginas 134 a 137).

$U(t)$ = velocidad instantánea de volumen en m^3/s del aire que entra al volumen que es comprimido. La velocidad de volumen $U(t)$ es igual a la velocidad lineal $u(t)$ multiplicada por el área transversal S.

En el estado estacionario con una frecuencia angular ω, tenemos

$$p = \frac{U}{j\omega C_A} \tag{3.24}$$



Tipo de impedancia
(a)

Tipo de movilidad
(b)

FIG. 3.26. Símbolos para la compliancia acústica en las analogías (*a*) del tipo de impedancia, (*b*) del tipo de movilidad.

donde p y U se toman como cantidades eficaces complejas.

El elemento análogo del tipo de impedancia para la compliancia acústica aparece en la Fig. 3.26*a* y el del tipo de movilidad, en la Fig. 3.26*b*. En el estado estacionario se satisface la Ec. (3.24) para los dos casos.

Resistencia acústica R_A, y responsibilidad acústica r_A. La resistencia acústica R_A está asociada con las pérdidas disipativas que ocurren cuando hay movimiento viscoso de cierta cantidad de gas a través de una malla fina o por un tubo capilar. Es una cantidad constante que tiene la dimensión del newton-segundo /m^5. La unidad es el ohm acústico MKS.

FIG. 3.27. Pantalla de malla fina que sirve como símbolo acústico para la resistencia acústica.

El elemento acústico utilizado para representar la resistencia acústica es una pantalla de malla fina dibujada como lo indica la Fig. 3,27.

La recíproca de la resistencia acústica es la responsibilidad acústica r_A. La unidad es el mohm acústico MKS y tiene la dimensión del $m^5/(\text{newton-segundo})$.

La ley física que gobierna los efectos disipativos en un sistema mecánico se dio en la forma $f(t) = R_M u(t)$, o, en términos de cantidades acústicas,

$$p(t) = R_A U(t) = \frac{1}{r_A} U(t) \tag{3.25}$$

donde $p(t)$ = diferencia entre las presiones instantáneas en newton/m² a través del elemento disipativo. En el estado estacionario p es una cantidad eficaz compleja.

$R_A = R_M/S^2$ = resistencia acústica en ohm acústico, es decir, newton-segundo/m⁵.

$r_A = r_M S^2$ = responsibilidad acústica en mohm acústico, es decir, $m^5/(\text{newton-segundo})$.

$U(t)$ = velocidad de volumen instantánea en m³/segundo del gas que pasa a través del área transversal de la resistencia. En el estado estacionario, U es una cantidad eficaz.

El símbolo correspondiente a la analogía del tipo de impedancia para la resistencia acústica es el de la Fig. 3.28*a* y el de la analogía del tipo de movilidad, el de la Fig. 3.28*b*.

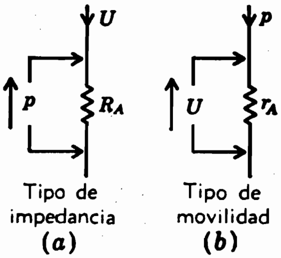


FIG. 3.28. Símbolos para la responsabilidad acústica en las analogías (*a*) del tipo de impedancia, (*b*) del tipo de movilidad.

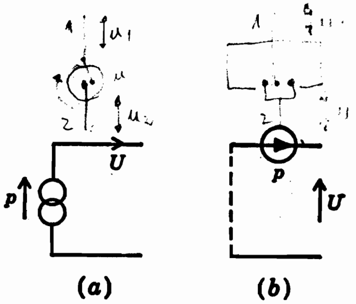


FIG. 3.29. Símbolos para el generador de presión constante en las analogías (*a*) del tipo de impedancia, (*b*) del tipo de movilidad.

Generadores acústicos. Los generadores acústicos pueden ser del tipo de velocidad de volumen constante o del tipo de presión constante. Los motores primarios en los circuitos acústicos son exactamente iguales a los de las Figs. 3.7 y 3.9, excepto que u_2 es a menudo cero y u_1 es la velocidad de un pequeño pistón de área S. Recordando que $u = u_1 - u_2$, vemos que el generador de la Fig. 3.7 tiene una velocidad de volumen constante $U = uS$ y que el de la Fig. 3.9 tiene una presión constante $p = f/S$.

Los dos tipos de símbolos análogos para los generadores acústicos están respectivamente ilustrados en las Figs. 3.29 y 3.30. Las flechas apuntan en el sentido del terminal positivo o del flujo positivo. Como antes, el doble círculo indica impedancia o movilidad cero y la línea cortada, impedancia o movilidad infinita.

Sistemas rotacionales mecánicos. Los sistemas rotacionales mecánicos se tratan del mismo modo que los sistemas mecánicos rectilíneos. Las siguientes cantidades son análogas en los dos sistemas:

Sistema rectilíneo	*Sistema rotacional*
f = fuerza, newton	T = cupla, newton-m
v = velocidad, m/s	θ = velocidad angular, radián/s
ξ = desplazamiento, m	Φ = desplazamiento angular, radián
$Z_M = f/v$ = impedancia mecánica, ohm mecánico MKS	$Z_R = T/\theta$ = impedancia rotacional, ohm rotacional MKS
$z_M = v/f$ = movilidad mecánica, mohm mecánico MKS	$z_R = \theta/T$ = movilidad rotacional, mohm rotacional MKS
R_M = resistencia mecánica, ohm mecánico MKS	R_R = resistencia rotacional, ohm rotacional MKS
r_M = responsibilidad mecánica, mohm mecánico MKS	r_R = responsibilidad rotacional, mohm rotacional MKS
M_M = masa, Kg	I_R = momento de inercia, Kg-m^2
C_M = compliancia mecánica, m/newton	C_R = compliancia rotacional, radián/(newton-metro)
W_M = potencia mecánica, watt	W_R = potencia rotacional, watt

Ejemplo 3.4. El dispositivo acústico de la Fig. 3.31 consiste en tres cavidades V_1, V_2 y V_3, dos pantallas de malla fina R_{A1} y R_{A2}, cuatro cortas secciones de tubo, T_1, T_2, T_3 y T_4, y un generador de presión constante. Debido a que el aire d los tubos no está confinado, la compresión es despreciable. Debido a que el aire d las cavidades está confinado, el movimiento medio es muy pequeño. Sea la fuerza del generador

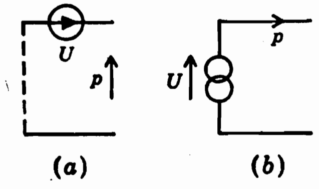


FIG. 3.30. Símbolos para el generador de velocidad de volumen constante en las analogías (*a*) del tipo de impedancia, (*b*) del tipo de movilidad.

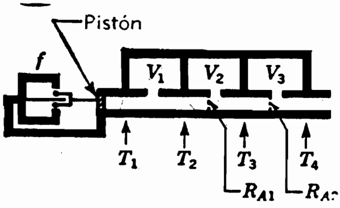


FIG. 3.31. Dispositivo acústico formado por cuatro tubos, tres cavidades y dos mallas, excitado por un generador de presión constante.

$$f = 10^{-5} \cos 1000t \text{ newton}$$

el radio del tubo $a = 0{,}5$ cm; la longitud de cada una de las secciones, $l = 5$ cm; el volumen de cada cavidad, $V = 10$ cm^3; y la magnitud de las dos resistencias acústicas $R_A = 10$ ohm acústico MKS. Despreciando las correcciones de extremo calcular la velocidad de volumen U_0 en el extremo del tubo T_4.

Solución. Recordando que hay continuidad de la velocidad de volumen y de la presión en los empalmes, podemos dibujar el circuito análogo del tipo de impedancia por inspección. Se lo da en la Fig. 3.32. La línea inferior del diagrama esquemático representa la presión atmosférica, lo que significa que en ella es cero la presión variacional p. En cada uno de los empalmes de elementos de 1 a 4, hay una distinta presión variacional. El extremo del cuarto tubo (T_4) está abierto a la atmósfera, lo que requiere que M_{A4} se conecte directamente a la línea de base de la Fig. 3.32.

Obsérvese que la velocidad de volumen del gas que sale del tubo T_1 es igual a la suma de las velocidades de volumen del gas que entra en V_1 y T_2. La velocidad de volumen del gas que sale de T_2 es la misma que fluye a través de la malla R_{A1} y es igual a la suma de las que entran en V_2 y T_3.

Una prueba de la validez del circuito análogo es su comportamiento para corriente continua. Si se elimina el pistón y se sopla por el extremo del tubo T_1 (Fig. 3.31), se observa un flujo constante de aire a la salida de T_4. Las dos mallas R_{A1} y R_{A2} ofrecen cierta resistencia a este flujo. De modo similar, en el diagrama de la Fig. 3.32, una presión constante p producirá un flujo constante U a través de M_{A4}, con la sola interposición de las resistencias R_{A1} y R_{A2}.

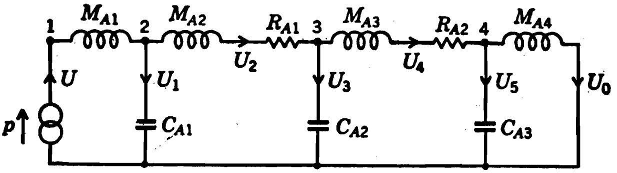


FIG. 3.32. Circuito análogo del tipo de impedancia para el dispositivo acústico de la Fig. 3.31.

De paso, observemos que puede presentarse una compliancia acústica en un circuito que no tiene terminal al potencial de tierra sólo si ella es producida por un diafragma elástico. Por ejemplo, si la resistencia R_{A1} de la Fig. 3.31 se reemplazara con un diafragma impermeable pero elástico, el elemento R_{A1} de la Fig. 3.32 sería reemplazado por un elemento de compliancia con sus dos terminales por encima del potencial de tierra. En este caso no podría mantenerse un flujo constante a través del dispositivo de la Fig. 3.31, como tampoco podría mantenérselo en el circuito de la Fig. 3.32 si el elemento R_{A1} se reemplazara con una compliancia.

Determine el valor de los elementos de la Fig. 3.32:

$$p = \frac{f}{S} = \frac{10^{-5} \cos 1000t}{\pi(5 \times 10^{-3})^2} = 0{,}1273 \cos 1000t \qquad \text{newton/m}^2$$

$$M_{A1} = M_{A2} = M_{A3} = M_{A4} = \frac{\rho_0 l}{S} = \frac{1{,}18 \times 0{,}05}{7{,}85 \times 10^{-5}} = 750 \text{ kg/m}^4$$

$$C_{A1} = C_{A2} = C_{A3} = \frac{V}{\gamma P_0} = \frac{10^{-5}}{1{,}4 \times 10^5} = 7{,}15 \times 10^{-11} \text{ m}^5\text{/newton}$$

$$R_{A1} = R_{A2} = 10 \text{ ohms acústico MKS}$$

Como es habitual en la teoría de los circuitos eléctricos, calculamos U_0 indirectamente. Primero, tomamos arbitrariamente $U_0 = 1$ m³/s y calculamos la relación p/U_0:

$$p_4 = j\omega M_{A4} U_0 = j7{,}5 \times 10^5 \text{ newton/m}^2$$
$$U_5 = j\omega C_{A3} p_4 = -5{,}36 \times 10^{-2} \text{ m}^3\text{/s}$$
$$U_4 = U_5 + U_0 = 0{,}946$$

$$p_3 = (R_{A2} + j\omega M_{A3})U_4 + p_4 = 9{,}46 + j14{,}6 \times 10^{7}$$
$$U_3 = j\omega C_{A2}p_3 = -0{,}1043 + j6{,}77 \times 10^{-7}$$
$$U_2 = U_3 + U_4 = 0{,}842 + j6{,}77 \times 10^{-7}$$
$$p_2 = (R_{A1} + j\omega M_{A2})U_2 + p_3 = 17{,}37 + j2{,}091 \times 10^{6}$$
$$U_1 = j\omega C_{A1}p_2 = -0{,}1496 + j1{,}242 \times 10^{-6}$$
$$U = U_2 + U_1 = 0{,}692 + j1{,}919 \times 10^{-6}$$

$$p = j\omega M_{A1}U + p_2 = 15{,}93 + j2{,}61 \times 10^{6} = \frac{p}{U_0} \qquad \text{para } U_0 = 1$$

El valor deseado de U_0 es

$$U_0 = p\frac{U_0}{p} = \frac{0{,}1273 \cos 1000t}{15{,}93 + j2{,}61 \times 10^{6}}$$
$$\doteq 4{,}88 \times 10^{-8} \cos (1000t - 90^\circ)$$
$$\doteq 4{,}88 \times 10^{-8} \operatorname{sen} 1000t$$

En otros términos, la impedancia es principalmente la de las cuatro masas acústicas en serie, de modo que U_0 está atrasado respecto de p en casi 90°.

Ejemplo 3.5. El resonador de Helmholtz se utiliza frecuentemente para eliminar una componente de frecuencia indeseada en los sistemas acústicos. La Fig. 3.3 ofrece un ejemplo. Un generador de fuerza constante G produce una serie de tonos,

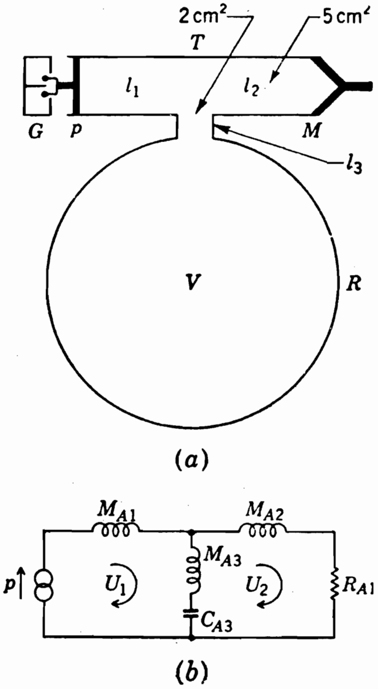


FIG. 3.33. (*a*) Dispositivo acústico formado por un generador de fuerza constante *G*, pistón *P*, tubo *T* de longitud $l_1 + l_2$, micrófono *M*, y resonador de Helmholtz de volumen *V* y tubo de conexión según se indica. (b) Circuito análogo del tipo impedancia para el dispositivo de (*a*).

entre los cuales hay uno indeseado. Estos tonos actúan un micrófono *M* cuya impedancia acústica es de 500 ohm acústico MKS. Si el tubo *T* tiene un área transversal de 5 cm², $l_1 = l_2 = 5$ cm, $l_3 = 1$ cm, $V = 1000$ cm³ y el área transversal de l_3 es de 2 cm², ¿cuál es la frecuencia eliminada por el sistema?

Solución. Por inspección podemos dibujar el circuito del tipo de impedancia de la Fig. 3.33*b*. Los valores de los elementos son:

$$M_{A1} = M_{A2} = \frac{\rho_0 l_1}{S_T} = \frac{1{,}18 \times 0{,}05}{5 \times 10^{-4}} = 118 \text{ kg/m}^4$$

$$M_{A3} = \frac{\rho_0 l_3}{S_R} = \frac{1{,}18 \times 0{,}01}{2 \times 10^{-4}} = 59 \text{ kg/m}^4$$

$$C_{A3} = \frac{V}{\gamma P_0} = \frac{10^{-3}}{1{,}4 \times 10^5} = 7{,}15 \times 10^{-9} \text{ m}^5\text{/newton}$$

$$R_{A1} = 500 \text{ ohm acústico MKS}$$

Es evidente que la velocidad de volumen U_2 del trasductor *M* será cero cuando la rama en derivación está en resonancia. Luego,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{M_{A3}C_{A3}}} = \frac{10^4}{\sqrt{42{,}2}} = 1540 \text{ radián/s}$$

$$f = 245 \text{ c/s}$$

PARTE VIII. *Trasductores.*

Defínese el trasductor como un dispositivo capaz de transformar la energía de una forma en otra. De importancia en este texto es el trasductor electromecánico que sirve para transformar energía eléctrica en energía acústica y viceversa. Hay muchos tipos de tales trasductores. En la acústica nos ocupamos de micrófonos, auriculares telefónicos, altavoces y captores de vibraciones y productores de vibraciones que son por lo general redes reversibles pasivas y lineales.

El tipo de trasductor electromecánico elegido para realizar cada uno de estos instrumentos depende de factores tales como las impedancias eléctrica y mecánica deseadas, durabilidad y coste. No será posible discutir aquí todos los métodos de trasducción electroacústica. Nos limitaremos en cambio a los métodos electromagnético y electrostático. Pero nos ocuparemos también de los trasductores mecanoacústicos para la conversión de la energía mecánica en energía acústica.

3.5. Trasductores electromecánicos. En los altavoces y micrófonos empléanse generalmente dos tipos de trasductores electromecánicos, el electromagnético y el electrostático. Ambos pueden ser representados mediante transformadores con propiedades que permiten la reunión de circuitos eléctricos y mecánicos en un único diagrama esquemático.

Trasductor electromagnético-mecánico. Este tipo de trasductor puede caracterizarse mediante cuatro terminales, de los cuales dos tienen tensión y corriente asociadas, mientras que los otros dos tienen velocidad y fuerza como magnitudes comensurables. Son ejemplos familiares el altavoz y el micrófono de bobina móvil y el auricular o el micrófono de reluctancia variable:

El tipo más simple de trasductor de bobina móvil consiste en un conductor simple dispuesto en un campo magnético, Fig. 3.34. Cuando el conductor se mueve hacia arriba con la velocidad u, como en la Fig. 3.34*a*, aparece en él una diferencia de potencial e de tal modo orientadas que el terminal 2 es positivo. Si, por el contrario, el alambre se halla fijo en el campo magnético (Fig. 3.34*b*) y se hace pasar por él una corriente i que entra por el terminal 2 (por lo tanto, 2 es positivo) se producirá una fuerza que actúa sobre el alambre hacia arriba, en la misma dirección y sentido que los indicados previamente para la velocidad.

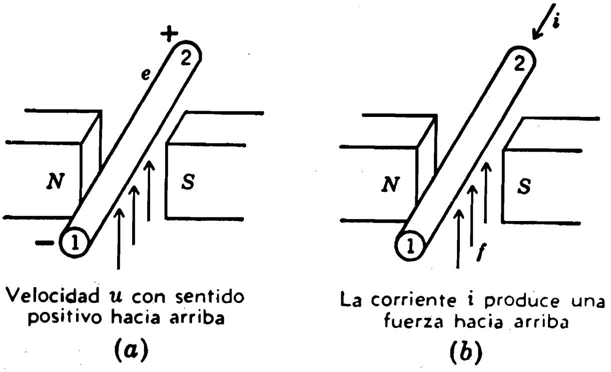

+
e
2
N
S
−
1
Velocidad u con sentido positivo hacia arriba
(a)
i
2
N
S
1
f
La corriente i produce una fuerza hacia arriba
(b)

Fig. 3.34. Forma simplificada del trasductor de bobina móvil consistente en un conductor rectilíneo simple que corta un campo magnético de densidad de flujo B (*a*) El conductor se mueve verticalmente con velocidad constante, de modo que genera una tensión a través de los terminales de 1 y 2. (*b*) Una corriente constante entra por el terminal 2 y produce una fuerza en el conductor, de dirección vertical.

Las ecuaciones básicas aplicables al trasductor de bobina móvil son

$$f = Bli \qquad (3.26a)$$

$$e = Blu \qquad (3.26b)$$

donde i = corriente eléctrica en ampere
f = fuerza de "circuito abierto", en newton, producida sobre el circuito mecánico por la corriente i
B = densidad de flujo magnético en weber/m^2
l = longitud efectiva en metro del conductor eléctrico que se mueve en ángulo recto a través de las líneas de fuerza magnéticas de densidad de flujo B
u = velocidad en m/s
e = tensión eléctrica de "circuito abierto", en volt, producida en el circuito eléctrico por la velocidad u

Los segundos miembros de las Ecs. (3.26) tienen el mismo signo porque cuando u y f tienen el mismo sentido los terminales eléctricos tienen los mismos signos.

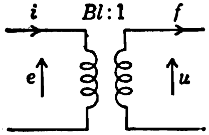


Fig. 3.35. Símbolo analógico para el trasductor electromagnético-mecánico de la Fig. 3.34. El lado mecánico es del tipo de movilidad.

El símbolo análogo para este tipo de trasductor es el transformador "ideal" ilustrado en la Fig. 3.35. Los "arrollamientos" de este transformador ideal tienen una impedancia infinita y el transformador obedece a las Ecs. (3.26) a todas las frecuencias, incluso la frecuencia cero. El lado mecánico de este símbolo es necesariamente del tipo de movilidad si hay corriente en el primario. Las operaciones matemáticas invariantes asociadas con este símbolo están dadas en la tabla 3.1. Ellas conducen directamente a las Ecs. (3.26). Las flechas apuntan en los sentidos de los flujos o los potenciales positivos.

Trasductor electrostático-mecánico. Este tipo de trasductor puede caracterizarse también mediante cuatro terminales, en dos de los cuales pueden medirse tensión y corriente, mientras que en los otros dos pueden medirse velocidad y fuerza. Este trasductor queda satisfactoriamente descrito por las relaciones matemáticas.

$$e = -\tau\xi \tag{3.27a}$$

$$f = \tau q \tag{3.27b}$$

donde e = tensión eléctrica de "circuito abierto" en volt producida por el desplazamiento ξ
ξ = desplazamiento, en metro, de una dimensión del dispositivo piezoeléctrico
q = carga eléctrica en coulomb almacenada en el dieléctrico del dispositivo piezoeléctrico
f = fuerza en "circuito abierto", en newton, producida por la carga eléctrica q
τ = coeficiente de acoplamiento[†] cuya dimensión es la de newton/coulomb o volt/metro. Es un número real cuando la red es lineal, pasiva y reversible.

Un ejemplo lo constituye el micrófono piezoeléctrico a cristal, tal como el ilustrado en la Fig. 3.36. Una fuerza aplicada uniformemente sobre la cara del cristal produce un desplazamiento hacia adentro de magnitud ξ. Como resultado de este desplazamiento aparece una tensión e entre los terminales eléctricos 1 y 2. Supongamos que un desplazamiento positivo (hacia adentro) del cristal hace que el terminal 1 se vuelva positivo. Para pequeños desplazamientos, la tensión inducida es proporcional al desplazamiento. La inversa de este efecto ocurre cuando no actúa ninguna fuerza mecánica sobre el cristal pero en cambio hay un generador eléctrico conectado a los terminales 1 y 2. Si el generador externo está conectado de modo que el terminal 1 es positivo, prodúcese una fuerza interna f que actúa en el sentido de expandir el cristal. Para desplazamientos pequeños, la fuerza desarrollada f es proporcional a la carga eléctrica q almacenada en el dieléctrico del cristal.

[†] El coeficiente de acoplamiento se define a menudo en diferentes términos en los textos avanzados sobre trasductores electrostático-mecánicos. Por ejemplo, en algunos textos se lo define como la raíz cuadrada de $C'_M C'_E \tau^2 \pi^2/8$, donde C'_M y C'_E se definen más adelante según la Ec. (3.37). El autor no pretende que la definición del coeficiente de acoplamiento que se da en este texto sea adoptada como norma; por el contrario, el término se usa simplemente por conveniencia en la discusión.

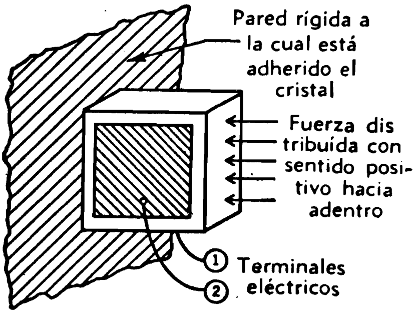

Pared rígida a la cual está adherido el cristal
Fuerza distribuída con sentido positivo hacia adentro
① Terminales
② eléctricos

FIG. 3.36. Trasductor piezoeléctrico montado sobre una pared rígida.

Las Ecs. (3.27) son a menudo de uso incómodo por cuanto contienen términos de carga y desplazamiento. Se prefiere considerar la corriente y la velocidad, ya que estas cantidades intervienen directamente en las ecuaciones de potencia. La conversión a corriente y velocidad puede hacerse por medio de las relaciones

$$u = \frac{d\xi}{dt} = j\omega\xi \tag{3.28a}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = j\omega q \tag{3.28b}$$

de modo que las Ecs. (3.27) devienen

$$e = -\frac{\tau}{j\omega}u \tag{3.29a}$$

$$f = \frac{\tau}{j\omega}i \tag{3.29b}$$

Desafortunadamente, el símbolo análogo usual para este tipo de trasductor no es tan simple como para el de tipo electromagnético-mecánico. La Fig. 3.37 ilustra dos formas posibles. Los lados mecánicos responden a la analogía del tipo de impedancia. Discutamos primero la Fig. 3.37*a*.

El elemento C'_M es la compliancia mecánica del trasductor. Con el fin de medir C'_M, aplícase una fuerza impulsora sinusoidal f a los terminales 3 y 4 del trasductor y se mide el resultante desplazamiento sinusoidal. Durante esta medición se mantienen *en cortocircuito* ($e = 0$ los terminales eléctricos. Se usa una frecuencia impulsora muy baja para que puedan despreciarse la reactancia de masa y la resistencia mecánica.

El elemento C'_E es la capacitancia eléctrica del cristal medida a baja frecuencia con los terminales mecánicos 3 y 4 en *circuito abierto* ($u = 0$). La aplicación de una corriente i al primario produce una tensión a través del capacitor C'_E igual a $i/j\omega C'_E$. Ésta produce a su vez una fuerza de circuito abierto.

$$f = \frac{i}{j\omega C'_E} \tau C'_E = \frac{\tau i}{j\omega} \tag{3.30}$$

Una velocidad u aplicada al secundario del trasductor por medio de un generador externo produce una corriente a través del capacitor C'_E igual a $-uC'_E\tau$. Ésta a su vez genera una tensión de circuito abierto.

$$e = -uC'_E\tau \frac{1}{j\omega C'_E} = -\frac{\tau u}{j\omega} \tag{3.31}$$

Las Ecs. (3.30) y (3.31) son iguales a las Ecs. (3.29).

En la Fig. 3.37*b*, C_M es también la compliancia mecánica del trasductor, pero medida de diferente manera. Aplícase una fuerza impulsora sinusoidal a los terminales 3 y 4 del trasductor a una frecuencia muy baja, de modo que la reactancia de masa y la resistencia mecánica sean despreciables, y mídese el resultante desplazamiento sinusoidal. Durante esta medición los terminales eléctricos 1 y 2 se mantienen *en circuito abierto* ($i = 0$).

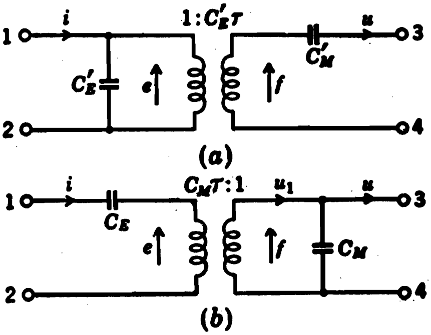


FIG. 3.37. Dos formas de símbolo análogo para el trasductor piezoeléctrico. Los lados mecánicos son del tipo de impedancia.

El elemento C_E es la capacitancia eléctrica medida a baja frecuencia con los terminales mecánicos *en cortocircuito* ($f = 0$).

La aplicación de una corriente i al primario producirá una velocidad a través de la compliancia C_M igual a $C_M\tau i$. Esta velocidad producirá una fuerza de circuito abierto

$$f = \frac{\tau i}{j\omega} \tag{3.32}$$

Una velocidad u aplicada al secundario del transformador por medio de un generador externo produce una fuerza a través de la compliancia C_M igual a $-u/j\omega C_M$. Esta fuerza producirá a su vez una tensión a través de C_M igual a

$$e = -\frac{\tau u}{j\omega} \tag{3.33}$$

Las Ecs. (3.32) y (3.33) resultan ser iguales a las Ecs. (3.29). Los trasductores de la Fig. 3.37 son idénticos. Los elementos de la Fig. 3.37 están relacionados por las ecuaciones

$$C'_E = \frac{C_E}{1 + C_M C_E \tau^2} \tag{3.34}$$

$$C_M = \frac{C'_M}{1 + C'_M C'_E \tau^2} \tag{3.35}$$

$$C_E = C'_E(1 + C'_M C'_E \tau^2) \tag{3.36}$$

$$C'_M = C_M(1 + C_E C_M \tau^2) \tag{3.37}$$

donde C'_E = capacitancia eléctrica medida con los "terminales" mecánicos bloqueados de modo que no hay movimiento ($u=0$)

C_E = capacitancia eléctrica medida con los "terminales" mecánicos obrando sobre una impedancia mecánica cero de modo que no aparece fuerza alguna ($f = 0$)

C_M = compliancia mecánica medida con los terminales eléctricos abiertos ($i = 0$).

C'_M = compliancia mecánica medida con los terminales eléctricos en cortocircuito ($e = 0$).

La elección entre los símbolos análogos de alternativa de la Fig. 3.37 se basa de ordinario en el uso que ha de dársele al trasductor. Si el trasductor mecánico es un micrófono, funcionará por lo común asociado con el circuito de reja de una válvula de alto vacío, de modo que los terminales eléctricos se hallan esencialmente en circuito abierto. En este caso es de preferir el circuito de la Fig. 3.37*b*, porque puede despreciarse C_E en el análisis por ser $i = 0$. En cambio, si el trasductor es un altavoz, es accionado por lo común mediante un amplificador de baja impedancia, de modo que los terminales eléctricos se hallan esencialmente en cortocircuito. En este caso el circuito de la Fig. 3.37*a* es el preferido, porque $C'_E\omega$ es pequeña en comparación con la admitancia de salida del amplificador.

El circuito de la Fig. 3.37*a* corresponde más aproximadamente al hecho físico que el de la Fig. 3.37*b*. Si el cristal pudiera mantenerse inmóvil ($u = 0$) al aplicar una tensión entre los terminales 1 y 2, no habría energía mecánica almacenada. Toda la energía almacenada sería eléctrica. Tal es el caso en el circuito (*a*), pero no en el circuito (*b*). En otros aspectos, los dos circuitos son idénticos.

En las frecuencias más altas, la masa M_M y la resistencia R_M del cristal deben ser incorporadas al circuito. Estos elementos se agregan en serie con el terminal 3 de la Fig. 3.37.

Estos símbolos análogos indican una importante diferencia entre los acoplamientos de tipo electromagnético y de tipo electrostático. Para el caso electromagnético, utilizamos de ordinario una analogía de tipo de movilidad, pero para el caso electrostático utilizamos de ordinario la analogía de impedancia.

En la parte siguiente hemos de introducir un método diferente para tratar los trasductores electrostáticos. Este nuevo método involucra una analogía del tipo de movilidad en lugar de la analogía del tipo de impedancia. Será inmediatamente aparente la simplificación resultante en el análisis. El nuevo método permite también el uso de la analogía de impedancia en el caso del trasductor electromagnético.

3.6. Trasductores mecanoacústicos. Este tipo de trasductor se presenta en el punto de empalme entre las partes mecánicas y acústicas de un circuito análogo. Un ejemplo es el plano en el cual el diafragma de un altavoz actúa sobre el aire. Este trasductor se caracteriza también con cuatro terminales. En dos de los terminales pueden medirse fuerza y velocidad. En los otros dos, presión y velocidad de volumen. Las ecuaciones básicas aplicables a los trasductores mecanoacústico son

$$f = Sp \tag{3.38a}$$

$$U = Su \tag{3.38b}$$

donde f = fuerza en newton
p = velocidad en newton/m^2
U = velocidad de volumen en m^3/s
u = velocidad en m/s
S = área en m^2

Los símbolos análogos para este tipo de trasductor se dan en la tabla 3.3. (p. 53). Ellos conducen directamente a las Ecs. (3.38).

3.7. Ejemplos de cálculo de trasductores.

Ejemplo 3.6. Un altavoz ideal de bobina móvil produce 2 watt de potencia acústica en una carga acústica de 4×10^4 ohm acústico MKS cuando es impulsado por un amplificador que tiene una salida de tensión constante de 1,0 volt. El área del diafragma es de 100 cm^2. ¿Qué tensión de circuito abierto producirá cuando sea accionado como micrófono con una velocidad eficaz de diafragma de 10 cm/s?

Solución. Según la Fig. 3.35 vemos que, siempre,

$$e = Blu$$

La potencia disipada W nos da la velocidad de volumen eficaz del diafragma:

$$U = \sqrt{\frac{W}{R_A}} = \sqrt{\frac{2}{4 \times 10^4}} = 7{,}07 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

o

$$u = 0{,}707\ \text{m/s}$$

$$Bl = \frac{e}{u} = \frac{1}{0{,}707} = 1{,}41\ \text{volt/m-s}$$

Por lo tanto, la tensión circuito abierto para una velocidad eficaz de 0,1 m/s es

$$e = 1{,}41 \times 0{,}1 = 0{,}141\ \text{volt}$$

Ejemplo 3.7. Un cristal de fosfato de amonio dihidrógeno (ADP) del tipo de barra expansora de corte Z (discutido en el Cap. 6) tiene las siguientes propiedades mecánicas y eléctricas:

$\tau = 2 \times 10^8$ newton/coulomb o volt/m
$C_M = 9{,}5 \times 10^{-8}$ m/newton
$M_M = 1{,}47 \times 10^{-4}$ Kg
$C_E = 26 \times 10^{-12}$ farad
$R_M =$ despreciable por pequeña

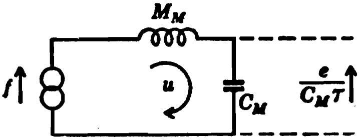


FIG. 3.38. Circuito análogo del tipo de impedancia para un micrófono de cristal.

Este cristal ha de usarse en un micrófono con un diafragma circular (sin peso). Determinar el diámetro del diafragma si el micrófono debe rendir una tensión de circuito abierto de —70 dB *re* 1 volt con un nivel de presión sonora de 74 dB *re* 0,0002 microbar a 10.000 c/s.

Solución. El circuito para este trasductor, con el transformador eliminado, es el de la Fig. 3.38. Dado que sólo se pretende la tensión de circuito abierto, puede descartarse C_E en los cálculos. f es la fuerza total aplicada por el diafragma al cristal. Calculando e tenemos

$$e = \frac{fC_{MT}}{1 - \omega^2 C_M M_M}$$

La fuerza f es igual al área del diafragma S multiplicada por la presión sonora p. Calculando p,

$$p = 0{,}0002 \text{ antilog } {}^{74}/_{20}$$
$$= 1 \text{ dina/cm}^2 = 0{,}1 \text{ newton/m}^2$$

Resolviendo e,

$$\frac{1}{e} = \text{antilog}\,\frac{70}{20} = 3{,}16 \times 10^3$$

o

$$e = 3{,}16 \times 10^{-4} \text{ volts}$$

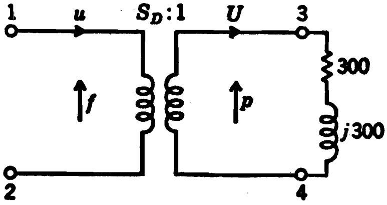


FIG. 3.39. Ejemplo de un trasductor mecanoacústico. La impedancia acústica de una bocina (terminales 3 y 4) carga el diafragma con una impedancia mecánica $S_D{}^2$ $(300 + j300)$ ohm mecánico MKS.

luego

$$S = \frac{f}{p} = \frac{3{,}16 \times 10^{-4}(1 - 9{,}5 \times 1{,}47 \times 10^{-12} \times 6{,}28^2 \times 10^9)}{0{,}1 \times 19}$$
$$= 1{,}57 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$S = 1{,}57 \text{ cm}^2$$

Esto corresponde a un diafragma de aproximadamente 1,41 cm de diámetro.

Ejemplo 3.8. Un diafragma de altavoz acóplase a la garganta de una bocina exponencial que tiene una impedancia acústica de $300 + j300$ ohm acústico MKS. Si el área del diafragma del altavoz es $S_D = 0{,}08$ m², determinar la carga de impedancia mecánica aplicada al diafragma por la bocina.

Solución. El circuito análogo es el de la Fig. 3.39. La impedancia mecánica en los terminales 1 y 2 representa la carga aplicada al diafragma:

$$Z_M = \frac{f}{u} = S_D{}^2\,(300 + j300)$$
$$= 6{,}4 \times 10^{-3}\,(300 + j300)$$
$$= 1{,}92 + j1{,}92 \text{ ohm mecánico MKS}$$

PARTE IX. *Teoremas circuitales, energía y potencia.*

En esta parte discutiremos la conversión de un tipo de analogía a otro, el teorema de Thévenin, las relaciones de energía y potencia, las impedancias de trasductor, y las combinaciones de trasductores.

3.8. Conversión de la analogía del tipo de movilidad a la analogía del tipo de impedancia. En las partes precedentes hemos visto que los trasductores electromagnéticos y electrostáticos requieren dos distintos tipos de analogía si es que han de ser representados por las redes ilustradas en la tabla 3.1. La necesidad de los dos tipos de analogía resulta también aparente desde el punto de vista de la facilidad para dibujar el circuito análogo por simple inspección. La analogía de movilidad ~~es~~ mejor para los sistemas mecánicos y la de impedancia, para los sistemas acústicos. Sin embargo, los circuitos que hemos de usar contienen muchas veces elementos eléctricos, mecánicos y acústicos. Dado que no es posible mezclar las analogías en un mismo circuito, necesitamos un método sencillo para pasar de una a otra.

Podemos derivar una analogía de la otra si reconocemos que:

1. Los elementos en serie en el circuito de una analogía corresponden a elementos en paralelo en la otra analogía.
2. Los elementos de resistencia se transforman en elementos de responsibilidad, los de capacitancia, en los de inductancia, y los de inductancia, en los de capacitancia.
3. La suma de las caídas a lo largo de los elementos en serie en una malla de una analogía corresponde a la suma de las corrientes en un nodo de la otra analogía.

Esto equivale a decir que una analogía es *dual* de la otra. En la teoría de los circuitos eléctricos se aprende que las cantidades que "fluyen" en un circuito son las mismas que "caen" en el circuito dual del primero. Lo mismo es válido aquí.

Para facilitar la conversión de un tipo de analogía al otro, utilizaremos un método que hemos de llamar el método del "punto"[6]. Supongamos que tenemos la analogía del tipo de movilidad de la Fig. 3.17 y que queremos obtener la correspondiente analogía del tipo de impedancia. El procedimiento es el siguiente, Fig. 3.40:

1. Marquemos un punto en el centro de cada malla del circuito y otro fuera de todas las mallas. Numeremos sucesivamente todos estos puntos.
2. Unamos todos los puntos mediante líneas, de modo que pase una línea a través de cada elemento y que ninguna línea pase por más de un elemento.
3. Dibujemos un nuevo circuito de modo tal que cada línea que une dos puntos contenga ahora un elemento inverso del que la línea corta

---

[6] M. F. GARDNER y J. L. BARNES, "Transients in Linear Systems", pp. 46-49, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1942.

en el circuito original. El elemento inverso de un elemento dado resulta de comparar los elementos que aparecen en las respectivas columnas de la tabla 3.3 para las dos clases de analogía. La inversión completa (dual) de la Fig. 3.40 aparece en la Fig. 3.41.

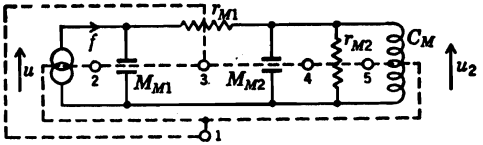


FIG. 3.40. Método del "punto" para formar el dual de la Fig. 3.17.

4. Calculando las fuerzas o las velocidades en los dos circuitos, según las reglas de la tabla 3.1, obtiénense los mismos resultados.

Después de completada la formación de un circuito análogo es conveniente preguntarse, en relación con cada uno de los elementos si al tender su valor a cero o a infinito se comporta el circuito del mismo modo en que lo haría el sistema real Si la respuesta es afirmativa, el circuito es probablemente correcto.

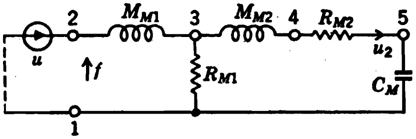


FIG. 3.41. Dual del circuito de la Fig. 3.40. Resolviendo este circuito en relación con las fuerzas y las velocidades según las reglas de la tabla 3.1, obtiénense los mismos resultados que en la solución del circuito de la Fig. 3.40.

3.9. Teorema de Thévenin. De acuerdo con la exposición anterior parece posible representar el funcionamiento de un trasductor como una combinación de elementos eléctricos, mecánicos y acústicos. La interconexión entre el circuito eléctrico y el mecánico tiene lugar por medio de un trasductor electromecánico. De modo similar, la interconexión entre el circuito mecánico y el acústico, se realiza por medio de un trasductor mecanoacústico. Puede enunciarse un teorema de Thévenin para el circuito combinado del mismo modo que para el circuito eléctrico puro.

Los requisitos que deben satisfacerse para el enunciado y la aplicación correctos del teorema de Thévenin son que todos los elementos sean lineales y que no haya efecto de histéresis.

En los párrafos siguientes demostraremos la aplicación del teorema de Thévenin a un problema sobre altavoces. Representaremos simplemente con Z_{MR} en la analogía tipo impedancia, o z_{MR} en la analogía tipo movilidad, la impedancia de radiación mecánica presentada por el aire al diafragma vibrante de un altavoz. La naturaleza física exacta de Z_{MR} será estudiada en el Cap. 5.

Admitamos que un altavoz electromagnético simple (de bobina móvil) está constituído por un diafragma que tiene sólo masa y una bobina móvil que tiene sólo resistencia eléctrica (ver Fig. 3.42*a*). Supongamos que este altavoz está impulsado por un generador de tensión constante. Aplicando el teorema de Thévenin, queremos hallar el generador mecánico equivalente u_0 y la movilidad mecánica equivalente z_{MS} del altavoz, visto desde la superficie de contacto del diafragma con el aire. El circuito de la Fig. 3.42*a* vuelve a dibujarse en la Fig. 3.42*b* después de eliminado el transformador. La Fig. 3.42*c* muestra el circuito equivalente de Thévenin. Llegamos a los valores u_0 y z_{MS} en dos pasos.

1. Determinamos primero la velocidad en circuito abierto u_0 terminando el altavoz en una movilidad infinita, $z_{MA} = \infty$ (es deciar, $Z_{MA} = 0$) y medimos entonces la velocidad del diafragma u_0. Como se ha visto en la Parte II, podemos obtener $Z_{MA} = 0$ acústicamente conectando el diafragma a un tubo de longitud igual a un cuarto de onda. Esto es posible en baja frecuencia.

La inspección de la Fig. 3.42b muestra que

$$u_0 = \frac{eBl}{j\omega M_{MD}R_E + (Bl)^2} \qquad (3.39)$$

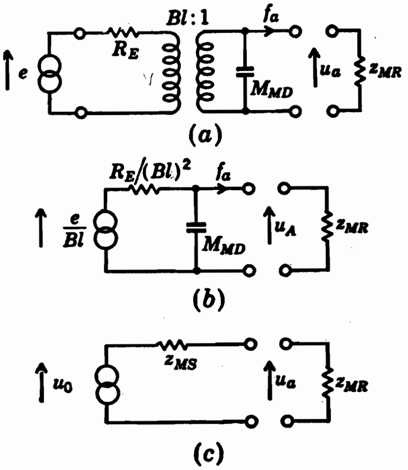


FIG. 3.42. Circuitos análogos para un altavoz de bobina simplificado que radia sonido en el aire. (*a*) Circuito análogo. (*b*) Igual que *a*, sin transformador. (*c*) Circuito equivalente de Thévenin.

2. Ponemos en cortocircuito el generador *e* sin alterar la impedancia de malla en esta parte del circuito eléctrico. Determinamos luego la movilidad z_{MS} mirando desde los terminales del altavoz. Por ejemplo, z_{MS} para el circuito de la Fig. 3.42*b* es igual a la combinación en paralelo de $1/j\omega M_{MD}$ y $R_E/(Bl)^2$ es decir,

$$z_{MS} = \frac{R_E}{j\omega M_{MD}R_E + (Bl)^2} \qquad (3.40)$$

El circuito equivalente de Thévenin del altavoz, mirando al diafragma desde afuera, aparece en la Fig. 3.42*c*, donde u_0 y la movilidad z_{MS} están dadas respectivamente por las Ecs. (3.39) y (3.40).

La aplicación del teorema de Thévenin de la manera explicada es un ejemplo de cómo pueden aplicarse ventajosamente a las analogías acústicas y mecánicas los teoremas generales de la teoría de los circuitos eléctricos.

3.10. Relaciones de energía y potencia. *Elementos eléctricos.* Las expresiones para la energía almacenada en los elementos de inductancia y capacitancia de los circuitos eléctricos son familiares para la mayoría de los estudiantes:

$$\text{Energía magnética almacenada instantánea} = T(t) = \tfrac{1}{2}L[i(t)^2] \quad (3.41)$$

$$\text{Energía eléctrica almacenada instantánea} = V(t) = \tfrac{1}{2}C[e(t)^2] \quad (3.42)$$

donde $i(t)$ y $e(t)$ son, respectivamente, la corriente instantánea en la inductancia y la tensión instantánea a través de la capacitancia.

En el estado estacionario de frecuencia angular ω, estas ecuaciones devienen

$$T(t) = \tfrac{1}{2}L|i|^2(1 + \cos 2\omega t) \quad (3.43)$$

$$V(t) = \tfrac{1}{2}C|e|^2(1 + \cos 2\omega t) \quad (3.44)$$

donde $|i|$ y $|e|$ son las magnitudes eficaces de la corriente y la tensión, complejas, en los elementos L y C, respectivamente. Las cantidades T y V tienen una componente constante y una componente que alterna a doble frecuencia. En promedio, la componente alterna es cero, de modo que,

$$T_{\text{med}} = \tfrac{1}{2}L|i|^2 \quad \text{Watt-s} \quad (3.45)$$

y

$$V_{\text{med}} = \tfrac{1}{2}C|e|^2 \quad \text{Watt-s} \quad (3.46)$$

En promedio, la potencia disípase sólo en los elementos resistivos. La potencia instantánea $W(t)$ disipada en una resistencia R por una corriente alterna es

$$W(t) = R|i|^2(1 + \cos 2\omega t) \quad (3.47)$$

En promedio, la componente alterna es cero, de modo que

$$W_{\text{med}} = R|i|^2 \quad \text{Watts} \quad (3.48)$$

Elementos mecánicos y acústicos. El estudiante está también familiarizado, por sus estudios de mecánica, con las relaciones de potencia y energía en los elementos mecánicos: masa, compliancia y resistencia. En la tabla 3.4 se ofrece un resumen de los valores de estado estacionario de W_{med} T_{med} y V_{med} para los elementos eléctricos, acústicos y mecánicos. Es interesante observar que T_{med} para la analogía de movilidad tiene la misma forma que V_{med} para la analogía de impedancia, y viceversa. Estamos ahora en condiciones de usar estos conceptos de energía y potencia en el análisis de los circuitos electromecanicoacústicos completos.

Funciones de energía y potencia para los circuitos combinados. En un circuito electromecanicoacústico completo de un dispositivo tal como un altavoz, pueden usarse las relaciones de energía y potencia de los elementos individuales para determinar las potencias totales, activa y reactiva, suministradas por el generador. Como ejemplo, consideremos en detalle el circuito de altavoz ilustrado en la Fig. 3.43. El

TABLA 3.4. Valores medios de la potencia disipada y la energía almacenada †.

Elemento (ver Tabla 3.2)		Eléctrico	Tipo de analogía	Mecánico	Acústico
W_{med}		$R\|i\|^2$	Movilidad	$r_M\|f\|^2$	$r_A\|p\|^2$
			Impedancia	$R_M\|u\|^2$	$R_A\|U\|^2$
T_{med}		$\frac{1}{2}L\|i\|^2$	Movilidad	$\frac{1}{2}C_M\|f\|^2$	$\frac{1}{2}C_A\|p\|^2$
			Impedancia	$\frac{1}{2}M_M\|u\|^2$	$\frac{1}{2}M_A\|U\|^2$
V_{med}		$\frac{1}{2}C_E\|e\|^2$	Movilidad	$\frac{1}{2}M_M\|u\|^2$	$\frac{1}{2}M_A\|U\|^2$
			Impedancia	$\frac{1}{2}C_M\|f\|^2$	$\frac{1}{2}C_A\|p\|^2$

† Se usan valores eficaces para las cantidades variables en el tiempo.

trasductor es del tipo electromagneticomecánico, y exige por lo tanto una analogía de movilidad en la parte mecánica y en la parte acústica del circuito.

Lógicamente, la potencia total suministrada por el generador al circuito debe ser igual a la suma de las potencias disipadas en los elementos resistivos, ya que el sistema es pasivo. La potencia entregada por el altavoz al aire está dada por la potencia disipada en la responsibilidad acústica r_A. Según la tabla 3.4, hallamos que para el caso de la analogía de movilidad la potencia total en el circuito de la Fig. 3.43 es

$$W_{med} = R_E|i|^2 + r_M|f_3|^2 + r_A|p|^2 \tag{3.49}$$

Sabemos que el total de la energía inductiva T_{med} almacenada en el circuito debe ser la suma de las energías almacenadas en los elementos inductivos individuales. Según la tabla 3.4 y para la analogía de movilidad, la energía T_{med} total en la Fig. 3.43 es

$$T_{med} = \tfrac{1}{2}L|i|^2 + \tfrac{1}{2}C_M|f_2|^2 \tag{3.50}$$

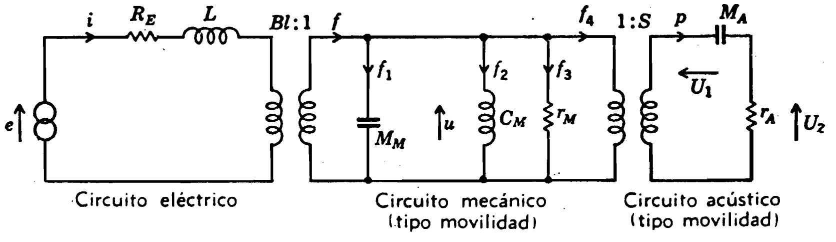


FIG. 3.43. Circuito análogo completo para un altavoz de radiación directa del tipo de bobina móvil.

De modo similar, la energía capacitiva V_{med} almacenada en los elementos del tipo de capacitancia es

$$V_{\text{med}} = \tfrac{1}{2}M_M|u|^2 + \tfrac{1}{2}M_A|U_1|^2 \tag{3.51}$$

Por vía de justificación de la elección de las unidades MKS decidida anteriormente en este texto, destaquemos que la adición directa de las potencias y energías eléctrica, mecánica y acústica es posible en las Ecs. (3.49) a (3.51) siempre que todas las cantidades estén dadas en el sistema MKS. En cambio, si se usaran volt y ampere en la parte eléctrica, y las unidades CGS en las partes mecánica y acústica, la energía estaría dada en joule en el circuito eléctrico y en erg en los circuitos mecánico y acústico. La conversión de erg en joule requiere la multiplicación de la cantidad de erg por 10^{-7} antes de hacer la suma.

Potencias activa y reactiva: potencia vectorial. Es cosa corriente en la teoría de los circuitos eléctricos hablar de la potencia vectorial: la combinación en cuadratura de las potencias activa y reactiva. Por definición, la potencia vectorial suministrada por un generador es el producto de la corriente por el complejo conjugado de la tensión en la fuente:

$$\text{Potencia vectorial} = W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = e^*i \tag{3.52}$$

donde e^* es el complejo conjugado de la tensión eficaz e en la fuente e i es la corriente eficaz de la fuente. Obsérvese que si $e = |e| \angle \phi$, es $e^* = |e| \angle -\phi$.

Puesto que $i = e/Z$, puede escribirse como modo alternativo,

$$W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = \frac{|e|^2}{Z} \tag{3.53}$$

donde $|e|$ es la magnitud eficaz de la tensión a través de la impedancia compleja Z. Es evidente que la potencia activa W_{med} debe ser siempre positiva en un circuito pasivo. La potencia reactiva, en cambio, puede ser indiferentemente positiva o negativa, siendo *positiva en los circuitos predominantemente capacitivos, y negativa en los circuitos predominantemente inductivos.* La unidad de W_{med} es el watt, y la Q_{med} el VAR, sigla de "voltampere reactivo".

En lugar de la Ec. (3.53) es también posible escribir

$$W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = |i|^2Z^* \tag{3.54}$$

donde Z^* es el complejo conjugado de Z. Por ejemplo, si $Z = R + jX$, $Z^* = R - jX$.

En un circuito complejo, tal como el dado en la Fig. 3.43, la potencia vectorial total suministrada por el generador se halla sumando las potencias vectoriales suministradas a cada uno y todos los elementos del circuito. En los circuitos puramente eléctricos escribimos

$$W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = \sum e_k^*i_k = \sum |i_k|^2Z_k^* = \sum \frac{|e_k|^2}{Z_k} \tag{3.55}$$

donde i_k es la corriente compleja en el elemento de orden k de impedancia Z_k. La tensión a través del elemento de orden k es e_k. En los circuitos electromecanoacústicos vale una ecuación similar. Por ejemplo, a partir de la Fig. 3.43, recordando que se trata de una analogía de movilidad, hallamos que

$$W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = |i|^2(R_E - jL\omega) - \frac{|f_1|^2}{jM_M\omega} - |f_2|^2 jC_M\omega$$

$$+ |f_3|^2 r_M + |p|^2\left(\frac{j}{M_A\omega} + r_A\right)$$

o

$$W_{\text{med}} + jQ_{\text{med}} = (|i|^2R_E + |f_3|^2r_M + |p|^2r_A)$$

$$+ 2j\omega\left(-\frac{1}{2}L|i|^2 + \frac{1}{2}\frac{|f_1|^2}{M_M\omega^2} - \frac{1}{2}|f_2|^2C_M + \frac{1}{2}\frac{|p|^2}{M_A\omega^2}\right) \qquad (3.56)$$

Vemos que las cantidades contenidas dentro del primer paréntesis son exactamente las mismas que aparecen en la Ec. (3.49). Consideremos los términos del segundo paréntesis. Por la Ec. (3.2) vemos que $|f_1|^2 = \omega^2 M_M^2 |u|^2$ y, por la Ec. (3.22) que $|p|^2 = \omega^2 M_A^2 |U_1|^2$. Por lo tanto, la comparación del segundo paréntesis de la Ec. (3.56) con las Ecs. (3.50) y (3.51) demuestra que el valor de este segundo paréntesis es igual a $V_{\text{med}} - T_{\text{med}}$.

En general, la potencia reactiva es

$$Q_{\text{med}} = 2\omega(V_{\text{med}} - T_{\text{med}}) \qquad (3.57)$$

Las energías totales almacenadas, V_{med} y T_{med} se hallan mediante los procedimientos descritos en relación con las Ecs. (3.50) y (3.51). Debe observarse que *en resonancia* la energía media almacenada en los elementos del tipo de inductancia es exactamente igual a la energía media almacenada en los elementos del tipo de capacitancia, de modo que la potencia reactiva total suministrada por el generador es cero.

Finalmente, se ve en las Ecs. (3.54) y (3.57) que la impedancia presentada al generador es igual a

$$Z = \frac{W_{\text{med}} - jQ_{\text{med}}}{|i|^2} = \frac{W_{\text{med}} + j2\omega(T_{\text{med}} - V_{\text{med}})}{|i|^2} \qquad (3.58)$$

3.11. Impedancia de los trasductores. Examinemos un poco más de cerca la impedancia que se presenta en los terminales de los trasductores electromecánicos. Se ha popularizado en los últimos años, entre los especialistas en circuitos eléctricos, la expresión de las ecuaciones de los circuitos en la forma matricial. La notación matricial constituye una forma simplificada de escribir los sistemas de ecuaciones lineales [7]. Expresare-

---

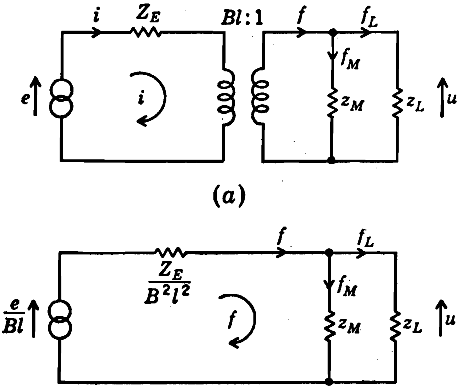
[7] P. LeCorbeiller, "Matrix Analysis of Electric Networks", Harvard University Press, Cambridge, Mas., y John Wiley and Sons, Inc. New York, 1950.

INSTITUTO VIPRO

mos las propiedades de los trasductores en la forma matricial para los que están familiarizados con este método. La explicación de las diversas operaciones matemáticas que pueden realizarse sobre las matrices está fuera del alcance de este libro.

Recomiéndase al estudiante no familiarizado con la teoría de las matrices emplear directamente las ecuaciones simultáneas de las que se derivan las matrices. No obstante, no es necesario un conocimiento de la teoría de las matrices para entender la totalidad del material de este libro.

Determinemos la matriz de impedancia del trasductor electromecánico de la Fig. 3.44*a*. En este circuito Z_E es la impedancia eléctrica medida con los terminales mecánicos "bloqueados", es decir, con $u = 0$; z_M es la movilidad mecánica de los elementos mecánicos del trasductor medida



(*a*)

(*b*)

FIG. 3.44. Circuitos análogos de un trasductor electromecánico. La parte mecánica es del tipo de movilidad.

con el circuito eléctrico en "circuito abierto", esto es, con $i = 0$; y z_L es la movilidad mecánica de la carga acústica impuesta al diafragma. La cantidad Bl es el producto de la densidad de flujo por la longitud efectiva de alambre que corta perpendicularmente las líneas del campo magnético.

Eliminando el transformador en la Fig. 3.44*a* obtiénese el circuito de dos mallas de la Fig. 3.44*b*, cuyas ecuaciones son

$$e = iZ_E + uBl \tag{3.59}$$

$$0 = -iBl + u(Z_M + Z_L) \tag{3.60}$$

donde $Z_M = 1/z_M$, $Z_L = 1/z_L$, y $f = Bli$. La matriz de impedancias deriva de estas ecuaciones y es

$$Z = \begin{bmatrix} Z_E & Bl \\ -Bl & Z_M + Z_L \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

La impedancia eléctrica total Z_{ET} vista desde el generador de tensión se halla, a partir de la matriz o de las Ecs. (3.59) y (3.60), como

$$Z_{ET} = Z_E + \frac{(Bl)^2}{Z_M + Z_L} \tag{3.62}$$

El segundo término del lado derecho se llama por lo común *impedancia mocional* a causa de que, si se bloquea el lado mecánico de modo que no haya movimiento, es $Z_{ET} = Z_E$. Esta ecuación pone en evidencia un hecho inesperado, esto es, que el trasductor electroacústico es un inversor de *impedancias*. Por inversor entendemos el circuito en que una reactancia de masa en el lado mecánico deviene una reactancia de capacitancia al trasferirla al lado eléctrico del transformador y viceversa. De modo similar, una inductancia en el lado eléctrico se refleja como una compliancia sobre el lado mecánico. Estas proposiciones están bien ilustradas por el circuito de la Fig. 3.47.

Para un trasductor electrostático mecánico del tipo ilustrado por la Fig. 3.45, las ecuaciones circuitales son

$$e_0 = iZ_E — u \frac{\tau}{j\omega} \tag{3.63}$$

$$0 = —i \frac{\tau}{j\omega} + u(Z_M + Z_L) \tag{3.64}$$

donde

$Z_E \equiv Z'_E + 1/j\omega C'_E =$ impedancia eléctrica con el movimiento mecánico bloqueado

$Z_L =$ impedancia mecánica de la carga acústica sobre el diafragma

$Z_M \equiv R_M + j\omega M_M + 1/j\omega C_M =$ impedancia mecánica de los elementos mecánicos del trasductor medida con $i = 0$

$C_M = C'_M/(1 + C'_M C'_E \tau^2) =$ compliancia mecánica en el trasductor con $i = 0$

La matriz de impedancia es

$$Z = \begin{bmatrix} Z_E & — \tau/j\omega \\ — \tau/j\omega & Z_M + Z_L \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

Esta matriz es simétrica respecto de la diagonal, como en cualquier red eléctrica pasiva ordinaria. En cambio, la matriz (3.61) es antisimétrica. En los problemas transitorios hay que reemplazar $j\omega$ con el operador $s = d/dt$.[6]

La matriz de impedancia del trasductor electrostático es de forma casi idéntica a la del trasductor electromagnético, con la única diferencia de que los términos mutuos tienen el mismo signo, en contraste con el cambio de signo que se observa en el caso electromagnético.

Para el trasductor electrostático la impedancia total es

$$Z_{ET} = Z_E - \frac{\tau^2/j^2\omega^2}{Z_M + Z_L} = Z_E + \frac{\tau^2/\omega^2}{Z_M + Z_L} \tag{3.66}$$

El segundo término del segundo miembro es también una impedancia mocional, como en el caso anterior.

Vemos nuevamente que el trasductor actúa como una especie de inversor de *impedancia.* Una reactancia mecánica positiva agregada $(+X_M)$ aparece a través del trasductor como una reactancia eléctrica negativa.

Pueden ilustrarse algunos hechos de interés suponiendo que tenemos un trasductor electrostático y un trasductor electromagnético, ambos controlados por rigidez, de modo que

$$Z_M + Z_L = \frac{1}{j\omega C_{M1}} \tag{3.67}$$

Introduciendo la Ec. (3.67) en la (3.62) se tiene

$$Z_{ET} = Z_E + j\omega(B^2l^2C_{M1}) \tag{3.68}$$

La compliancia mecánica C_M aparece en el lado eléctrico como una inductancia de magnitud $B^2l^2C_{M1}$. Introduciendo ahora la Ec. (3.67) en la (3.66),

$$Z_{ET} = Z_E + j\frac{\tau^2C_{M1}}{\omega} \tag{3.69}$$

La compliancia C_M de este trasductor aparece en el lado eléctrico como una capacitancia negativa, esto es, C_{M1} aparece como inductancia cuya magnitud varía en proporción inversa con ω^2. El efecto de esto es sim-

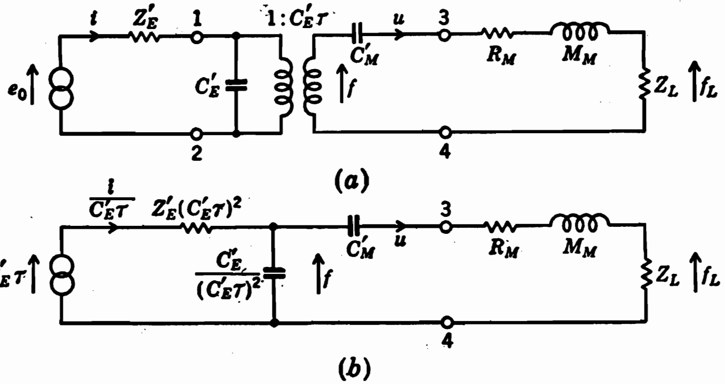


FIG. 3.45. Circuitos análogos para un trasductor electrostático-mecánico. El lado mecánico es del tipo de impedancia.

plemente el de reducir el valor de C_M. Otra manera de considerar esta cuestión es la de observar que, por la Fig. 3.45, con $R_M = M_M = 0$ y $Z_L = 1/j\omega C_{ML}$, la compliancia total es menor que C_M a causa de la compliancia agregada C_{ML}.

3.12. Combinación de trasductores electrostáticos y electromagnéticos. El ingeniero tiene que considerar a veces la unión de un trasductor electrostático y un trasductor electromagnético tanto eléctrica como mecánicamente, digamos, por ejemplo, por medio de un lazo de realimentación. La inspección de las Figs. 3.44*a* y 3.45*a* revela que no es posible hacer semejante conexión de manera directa, por cuanto tenemos una analogía de movilidad en el secundario de un circuito y una analogía de impedancia en el del otro.

Se conoce un método para salvar esta dificultad.[8] La inspección de las matrices de impedancia [Ecs. (3.61) y (3.65)] revela que podría usarse el mismo circuito para los dos tipos de trasductor siempre que se introdujera algún medio para cambiar uno de los signos de los términos mutuos. Introdúcese para ello el "operador β".

El operador β. El método para transformar una de las matrices de impedancia en la otra consiste en multiplicar los términos mutuos de una de las matrices de impedancia por un operador arbitrario β. Este operador es un "rotador de dirección" de 90°, y

$$\begin{aligned} \beta^2 &= -1 \\ \beta^4 &= 1 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Por ejemplo, el circuito del trasductor electrostático puede dibujarse de la manera que indica la Fig. 3.46. La matriz de impedancias de este circuito es

$$Z = \begin{bmatrix} Z_E & \tau\beta/j\omega \\ -(\tau\beta/j\omega) & Z_M + Z_L \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

La impedancia total de este circuito, con aplicación de la Ec. (3.71) anterior, es la dada por la Ec. (3.66). Es de advertir que la cantidad β^2 no debe ser reemplazada por (—1) hasta tanto se haya reducido las

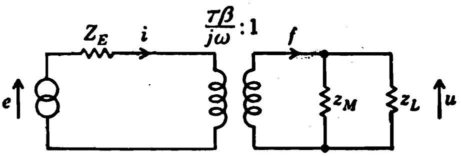


FIG. 3.46. Circuito análogo del tipo de movilidad, usando el operador β, para la consideración de los trasductores electrostático-mecánicos. En los problemas transitorios hay que reemplazar $j\omega$ por el operador s.

---

[8] F. V. HUNT, "Symmetry in the Equations for Electromechanical Coupling", *Paper* B1, presentado a la 39ª asamblea de la Acoustical Society of America. El Prof. Hunt ha utilizado este concepto del operador β de muchas maneras útiles.

ecuaciones a sus formas finales. Evítase así el problema de tener que decidir si un número negativo tiene que ser reemplazado por j o por β al tomar su raíz cuadrada. En la Fig. 3.46, yendo de izquierda a derecha, $u = iz\tau/j\omega\underline{/}\beta$, y, yendo de derecha a izquierda, la tensión de circuito abierto $e_0 = f_0\tau z/j\omega\underline{/—\beta}$, de modo que las impedancias de trasferencia en los dos sentidos tienen diferente signo.

Cuando β y j aparecen ambas en la relación de trasformación, los valores de las componentes de energía almacenada T_{med} y V_{med} son iguales a las que se hallan cuando ninguna de las dos aparece en la relación de trasformación, dado que

$$j^2\beta^2 = \frac{j^2}{\beta^2} = 1 \tag{3.72}$$

Analíticamente, los resultados para la potencia y la energía son iguales a los que se hallan en relación con las Ecs. (3.50), (3.51), (3.56) y (3.57).

De una manera similar, el circuito de un trasductor electromagnético puede dibujarse como el de la Fig. 3.37b si la relación del trasductor es $jBl\beta C_M\omega:1$. En este caso, la matriz de impedancia sería

$$Z = \begin{bmatrix} Z_E & -Bl\beta \\ -Bl\beta & Z_M + Z_L \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

La impedancia eléctrica total se halla a partir de esta matriz y resulta igual a la de la Ec. (3.62).

Ejemplo 3.9. Un auricular de bobina móvil actuado por frecuencias superiores a su primer frecuencia de resonancia puede ser representado mediante el circuito de la Fig. 3.42a. Sus características mecánicas y eléctricas son

R_E = 10 ohms
B = 10^4 gauss (1 weber/m^2)
l = 3 m
M_{MD} = 2 g
$z_{MR} = j\omega 2{,}7 \times 10^{-4}$ m/newton-s

donde z_{MR} es la movilidad que ve el diafragma cuando el auricular está aplicado al oído, M_{MD} es la masa del diafragma, R_E y l son la resistencia y la longitud del hilo que forma la bobina móvil, y B es la densidad de flujo cortado por la bobina móvil. Determinar el nivel de presión sonora producido en el oído a 1000 c/s cuando el auricular es excitado por un amplificador de muy baja impedancia interna con una tensión de salida de 5 volts. Suponer que el área del diafragma es de 5 cm^2.

Solución. En la Fig. 3.47a se da el circuito del auricular con los valores dados en unidades MKS. Eliminando el transformador, obtiénese el circuito de la Fig. 347b. Resolviendo, tenemos

$$\begin{aligned} u &= f_2 z_{MR} = (4 \times 10^{-4}p)j6280(2{,}7 \times 10^{-4}) \\ &= j6{,}78 \times 10^{-4}p \\ f_D &= j\omega M_{MD}u = —8{,}54 \times 10^{-3}p \\ f &= f_D + f_2 = —8{,}14 \times 10^{-3}p \\ {}^5/_3 &= u + 1{,}111f = p(6{,}78 \times 10^{-4} — 9 \times 10^{-3}) \end{aligned}$$

$$|p| = \frac{1{,}667 \times 10^2}{0{,}9} = 185 \text{ newton/m}^2$$

$$\text{SPL} = 20 \log \frac{185}{2 \times 10^{-5}} = 139{,}3 \text{ dB } re \text{ } 0{,}0002 \text{ microbar}$$

Ejemplo 3.10. Dos trasductores, uno de cristal piezoeléctrico y otro de bobina móvil en campo magnético, se conectan a una masa M_{M2} de 1,533 Kg, del modo indicado en la Fig. 3.48*a*. Determinar la energía eléctrica almacenada en el capacitor C_E a 100 c/s para las siguientes constantes.

$e = 1$ volt

$R_E = 10$ ohm

$B = 1$ weber/m²

$l = 30$ m

$C_E = 4 \times 10^{-9}$ farad

$M_{M1} = 1{,}0$ kg

$C_{M1} = 10^{-6}$ m/newton

$\tau = 1{,}28 \times 10^7$

$\omega = 628$ radián/s

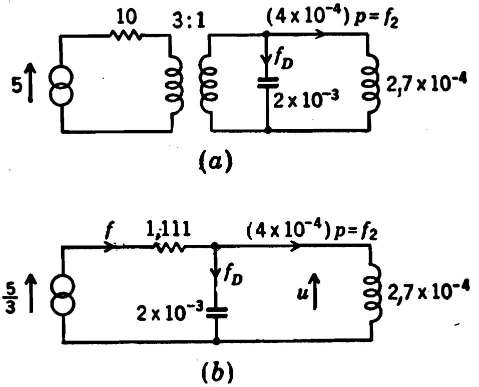


FIG. 3.47. Circuitos análogos para el Ejemplo 3.9.

Solución. Los trasductores se muestran esquemáticamente en (*b*), Fig. 3.48. En (*c*) se muestra una ulterior simplificación de este diagrama. Determinemos primero el valor de z_{M1}. Observamos que el dual de (*d*) está dado por (*e*):

$$\frac{1}{z_{M1}} = Z_{M1} = j\omega(M_{M1} + M_{M2}) - j\frac{1}{C_M\omega}$$
$$= j(629 + 964) - j1593 = 0$$

En otros términos, la movilidad es infinita para 100 c/s. Por lo tanto, el circuito (*c*) se simplifica a la forma (*f*). Por superposición, i_2 puede ser descompuesta en dos partes, i_2' e i_2'', dadas por los circuitos (*g*) y (*h*), de modo que $i_2 = i_2'' - i_2'$:

$$\frac{\tau}{Bl\omega} = \frac{1{,}28 \times 10^7}{1 \times 30 \times 628} = 680$$

$$\frac{1}{\omega C_E} = 4 \times 10^5$$

$$i'_2 = \frac{e\tau\beta/Blj\omega}{(R_E\tau^2/B^2l^2\omega^2) + (1/j\omega C_E)} = \frac{eBl\omega}{jR_E\tau} = \frac{1}{j6800}$$

$$i''_2 = \frac{e\omega^2B^2l^2}{R_E\tau^2} = \frac{1}{(10)\,(680)^2} = \frac{1}{4{,}64 \times 10^6}$$

$$i_2 = i''_2 - i'_2 = j1{,}47 \times 10^{-4}$$
$$|i_2| = 1{,}47 \times 10^{-4} \text{ amp}$$

La caída de tensión en el capacitor es

$$|e_c| = 1{,}47 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^5 = 59 \text{ volt}$$

La energía almacenada en el capacitor C_E es

$${}^1/_2 C_E|e_c|^2 = 2 \times 10^{-9} \times 3{,}48 \times 10^3 = 7 \times 10^{-6} \text{ watt-s}$$

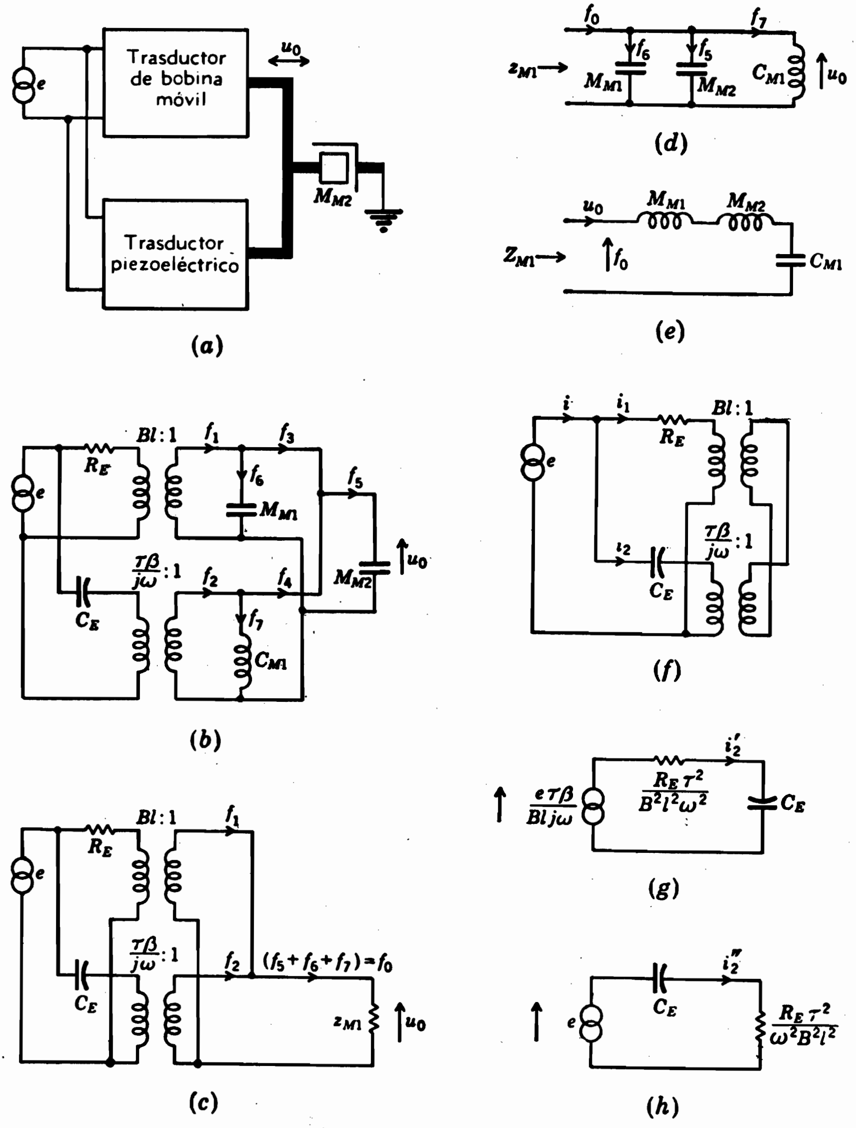

e
Trasductor de bobina móvil
u_0
M_{M2}
Trasductor piezoeléctrico
(a)
f_0
f_7
f_6
f_5
z_{M1}
M_{M1}
M_{M2}
C_{M1}
u_0
(d)
u_0
M_{M1}
M_{M2}
Z_{M1}
f_0
C_{M1}
(e)
$Bl:1$
f_1
f_3
R_E
e
f_6
M_{M1}
f_5
u_0
$\frac{\tau\beta}{j\omega}:1$
f_2
f_4
M_{M2}
C_E
f_7
C_{M1}
(b)
i
i_1
$Bl:1$
R_E
e
i_2
$\frac{\tau\beta}{j\omega}:1$
C_E
(f)
i_2'
$\frac{e\tau\beta}{Blj\omega}$
$\frac{R_E\tau^2}{B^2l^2\omega^2}$
C_E
(g)
$Bl:1$
f_1
R_E
e
$\frac{\tau\beta}{j\omega}:1$
f_2
$(f_5+f_6+f_7)=f_0$
C_E
z_{M1}
u_0
(c)
i_2''
C_E
e
$\frac{R_E\tau^2}{\omega^2B^2l^2}$
(h)

FIG. 3.48. Trasductores combinados electrostático-electromagnéticos. (*a*) Diagrama mecánico en bloques del dispositivo. (*b*) Circuito análogo con movilidades en el lado mecánico. El operador β se utiliza para el trasductor piezoeléctrico. (*c*) Igual que *b*, excepto que las tres movilidades en paralelo están reemplazadas por z_{M1}, como lo muestra *d*. (*e*) Dual de *d*. (*f*) Debido a que el circuito *d* es de movilidad infinita, *b* se simplifica a esta forma. (*g*) y (*h*) Solución de *f* por superposición.

CAPÍTULO 4

RADIACIÓN DEL SONIDO

Con el fin de especificar de manera completa una fuente sonora, necesitamos conocer, además de otras propiedades, sus características direccionales para todas las frecuencias de interés. Algunas fuentes son no direccionales, lo que equivale a decir que radian el sonido igualmente en todas las direcciones, y, como tales, denomínanse radiadores esféricos. Otras pueden ser altamente direccionales, sea porque su tamaño es inherentemente grande en comparación con la longitud de onda, sea a causa de su diseño especial.

El radiador de sonido más elemental es una fuente esférica cuyo radio es pequeño en comparación con un sexto de longitud de onda. Este radiador se llama *fuente simple* o *fuente puntual.* Sus propiedades se especifican por la magnitud de la velocidad de su superficie y por su fase en relación con cierta referencia. Las fuentes más complicadas, tales como el radiador plano o curvo, pueden ser consideradas analíticamente como compuestas por una combinación de fuentes simples, cada una de las cuales tiene su propia velocidad y fase.

Una consideración de particular interés en el diseño de altavoces y bocinas es la de sus características direccionales. Este capítulo constituye una importante base para los que más adelante se ocuparán de los altavoces, sonodeflectores (''baffles''), bocinas y fuentes de ruido.

Es necesario que el estudiante aprenda desde un principio los conceptos básicos que gobiernan la radiación del sonido. Estos conceptos resultan entonces muy útiles al estudiar el comportamiento de un sistema dado o al planear un nuevo sistema. Se dan en este capítulo algunos ejemplos como ilustración de la aplicabilidad de los conceptos básicos.

PARTE X. *Diagramas direccionales.*

El *diagrama direccional* de un trasductor utilizado para la emisión o la recepción del sonido constituye una descripción, presentada de ordinario gráficamente, de la respuesta del trasductor en función de la dirección de la onda trasmitida o incidente, en un plano y una frecuencia especificados.

El *ancho de haz* de un diagrama direccional se utiliza en este texto en su significación de distancia angular entre dos puntos, a uno y otro lado, respectivamente, del eje principal, para los cuales el nivel de presión sonora es 6 dB menor que para $\theta = 0$.

4.1. Fuente esférica.[1,2] La fuente esférica es la de más simple consideración por cuanto su radiación es uniforme en todas las direcciones. Según hemos visto, de acuerdo con la Ec. (2.62), la presión sonora en un punto que está a la distancia r en una dirección cualquiera del centro de una fuente esférica de radio cualquiera en el espacio libre es

$$p(r,t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{r}\,e^{j(\omega t - kr)} \tag{4.1}$$

donde A_+ es la magnitud de la presión sonora eficaz a la unidad de distancia del centro de la esfera.

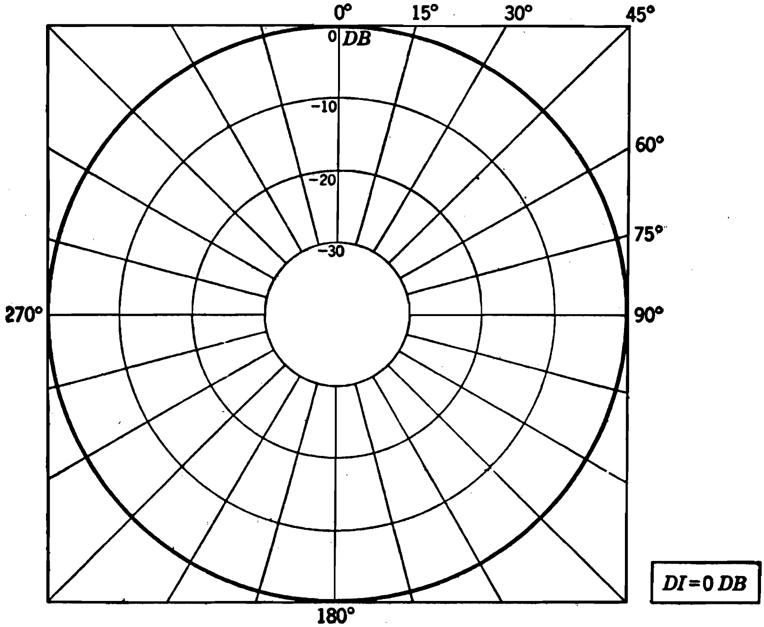


FIG. 4.1. Diagrama direccional de una fuente no direccional. Este diagrama corresponde a un plano dado que pasa por el centro de la fuente. El índice de directividad (definido en la Parte XI) es igual a 0 dB para todos los ángulos.

---

[1] P. M. MORSE, "Vibration and Sound", 2ª Ed., pp. 311-326, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1948.

[2] L. E. KINSLER y A. R. FREY, "Fundamentals of Acoustics", pp. 163-173, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.

Diagramas direccionales. La Fig. 4.1 da, en coordenadas polares, el diagrama direccional de una fuente esférica correspondiente a un plano que pasa por el centro de la esfera. Trátase, evidentemente, de una fuente no direccional.

Fuente simple (fuente puntual).[3] Para el caso especial de una fuente muy pequeña, cuyo radio a es pequeño en comparación con un sexto de la longitud de onda (es decir, $ka << 1$), la velocidad en la superficie de la esfera es [ver Ec. (2.63)],

$$u(a,t) \doteq \frac{\sqrt{2}\,A_+}{\rho_0 ca}\,\frac{c}{j2\pi fa}\,e^{j(\omega t-ka)} \tag{4.2}$$

Las fuentes para las cuales es válida esta fórmula se llaman *fuentes simples.*

Introduciendo la Ec. (4.2) en la Ec. (4.1) da

$$p \doteq j\,\frac{U_0 f\rho_0}{2r}\,e^{-jk(r-a)} \tag{4.3}$$

donde U_0 = velocidad de volumen eficaz en m^3/s de la fuente muy pequeña, igual a $(4\pi a^2)u_{ef}$

p = presión sonora eficaz en newton/m^2 a la distancia r de la fuente simple.

Poder de una fuente simple.[3] La magnitud eficaz del flujo de aire total en la superficie de una fuente simple, en m^3/s (en cm^3/s en el sistema CGS) está dada por U_0 y se llama *poder de la fuente simple.*[†]

Intensidad a la distancia r. A una distancia r del centro de una fuente simple, la intensidad está dada por

$$I = \frac{|p|^2}{\rho_0 c} = \frac{U_0{}^2 f^2 \rho_0}{4r^2 c} \quad \text{watt/m}^2 \tag{4.4}$$

Cuando las dimensiones de una fuente son *mucho menores* que la longitud de onda, la radiación es siempre la misma independientemente de la forma del radiador a condición de que todas sus partes vibren esencialmente con la misma fase. La intensidad a una distancia cualquiera es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad de volumen y la frecuencia.

4.2. Combinación de fuentes simples.[4] Los principios básicos que gobiernan la característica direccional de un altavoz pueden estudiarse muy bien a partir de las combinaciones de fuentes simples. El método es similar al que se sigue en la óptica al aplicar el principio de interferencia de Huygens. Básicamente, nuestro problema consiste en sumar, vectorialmente, en el punto deseado del espacio, las presiones sonoras que llegan a éste desde las distintas fuentes simples. Veamos cómo se aplica este método.

---

[3] MORSE, *op. cit.*, pp. 312-313.

[†] En algunos textos se usa la amplitud de cresta del flujo total de aire en lugar del valor eficaz. En estos textos, la "fuerza de una fuente simple" es $\sqrt{2}(4\pi a^2)u_{ef}$.

[4] H. F. OLSON, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed., pp. 31-34, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1947.

Dos fuentes simples en fase. La situación geométrica está ilustrada en la Fig. 4.2. Se supone que la distancia r desde las dos fuentes puntuales al punto A en que se mide la presión sonora p es grande en comparación con la separación b entre las dos fuentes.

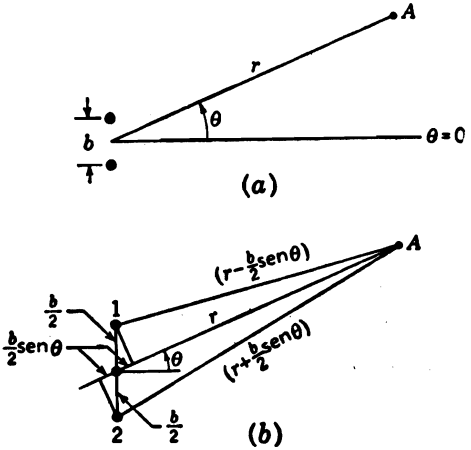


FIG. 4.2. Dos fuentes simples (puntuales) en fase, separadas por la distancia b, y a una distancia r y ángulo θ con respecto al punto de medición A.

La onda sonora esférica que llega al punto A a partir de la fuente 1 habrá recorrido la distancia $r - (b/2)$ sen θ, y la presión sonora será

$$p_1(r_1;t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{r} e^{j\omega t} e^{-j(2\pi/\lambda)[r-(b/2)\operatorname{sen}\theta]} \tag{4.5a}$$

La onda proveniente de la fuente 2 habrá recorrido en cambio la distancia $r + (b/2)$ sen θ, de modo que

$$p_2(r_2;t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{r} e^{j\omega t} e^{-j(2\pi/\lambda)[r+(b/2)\operatorname{sen}\theta]} \tag{4.5b}$$

La suma $p_1 + p_2$, suponiendo $r >> b$, da

$$p(r,t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{r} e^{j\omega t} e^{-j(2\pi/\lambda)r}\left(e^{j(\pi b/\lambda)\operatorname{sen}\theta} + e^{-j(\pi b/\lambda)\operatorname{sen}\theta}\right) \tag{4.6}$$

La multiplicación del numerador y el denominador de la Ec. (4.6) por exp $(j\pi b$ sen $\theta/\lambda)$ — exp $(-j\pi b$ sen $\theta/\lambda)$ y el reemplazo de los exponenciales con los senos, da

$$p(r,t) = \frac{\sqrt{2}\,A_+}{r}\, e^{j\omega t} e^{-j(2\pi r/\lambda)} \frac{\operatorname{sen}\,[(2\pi b/\lambda)\ \operatorname{sen}\ \theta]}{\operatorname{sen}\,[(\pi b/\lambda)\ \operatorname{sen}\ \theta]} \tag{4.7}$$

La ecuación para la magnitud eficaz $|p|$ del sonido es

$$|p| = \frac{2A_+}{r} \left| \frac{\operatorname{sen}\,[(2\pi b/\lambda)\ \operatorname{sen}\ \theta]}{2\ \operatorname{sen}\,[(\pi b/\lambda)\ \operatorname{sen}\ \theta]} \right| \tag{4.8}$$

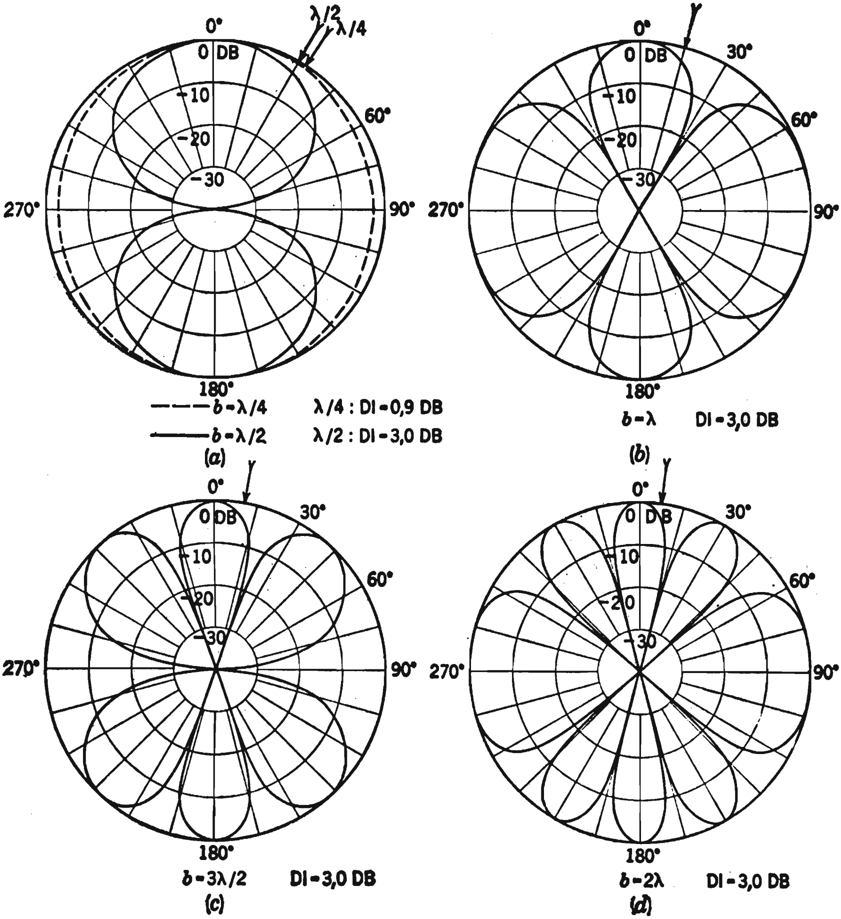


FIG. 4.3. Diagramas de directividad (o direccionalidad) de dos fuentes simples en fase, Fig. 4.2. Los diagramas direccionales son en realidad superficies de revolución alrededor del eje que une las dos fuentes, por lo que basta un solo plano para describirlos. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0^\circ$ y un ángulo de directividad cero. (El índice de directividad se discute en la Parte XI.)

La parte de esta ecuación comprendida entre las barras verticales expresa el diagrama de direccionalidad.

Con referencia a la Fig. 4.2, observamos que si b es muy pequeña en comparación con la longitud de onda, las dos fuentes se confunden prácticamente en una y la presión a la distancia r y un ángulo θ cualquiera es doble de la que se tendría con una sola fuente. El diagrama direccional es entonces el de la Fig. 4.1.

A medida que aumenta b, las presiones producidas por ambas fuentes en A estarán fuera de fase y el diagrama no será ya una circunferencia. En otros términos, las fuentes radiarán el sonido mejor en ciertas direcciones que en otras. Como ejemplo específico, sea $b = \lambda/2$. Para $\theta = 0$ ó 180°, es evidente que la presión producida en A es doble de la que produce cada fuente. En cambio, para $\theta = \pm 90°$, el tiempo de propagación entre las dos fuentes simples es justamente el necesario para que la radiación de una fuente cancele exactamente la de la otra. Por lo tanto, es nula la presión a lo largo del eje ± 90°. Tenga presente el estudiante que hemos limitado nuestra discusión al caso $r >> b$.

En la Fig. 4.3 se dan los diagramas direccionales, expresados en dB con referencia a la presión para $\theta = 0$, para dos fuentes en fase con separaciones $b = \lambda/4$, $\lambda/2$, λ, $3\lambda/2$, y 2λ.

Sobre los diagramas direccionales de este simple tipo de radiador puede hacerse una observación muy importante, válida para todos los radiadores. Cuanto mayor es la extensión del radiador (en este caso, cuanto mayor es b), tanto más agudo será el haz principal a lo largo del eje $\theta = 0$ para cualquier frecuencia dada y tanto mayor será el número de lóbulos. Como veremos en el párrafo siguiente, es posible suprimir los lóbulos laterales, esto es, todos, excepto los lóbulos principales a 0 y 180° aumentando simplemente el número de elementos.

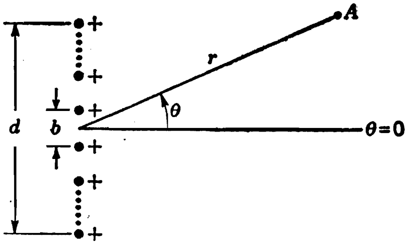


FIG. 4.4. Una formación lineal de n fuentes simples, en fase, separadas por la distancia b. El centro de la formación está a la distancia r y el ángulo θ con el punto de medición A.

Formación lineal de fuentes simples.[4] La Fig. 4.4 ilustra la geometría de este tipo de formación radiante. La presión sonora eficaz, producida en un punto A por n idénticas fuentes simples en fase dispuestas en línea recta, separadas una de otra por la distancia b y con la extensión total $d = (n - 1)b$ pequeña en comparación con la distancia r, es

$$p = \frac{nA_+}{r}\left|\frac{\text{sen}\,[(n\pi b/\lambda)\ \text{sen}\ \theta]}{n\ \text{sen}\,[(\pi b/\lambda)\ \text{sen}\ \theta]}\right| \qquad (4.9)$$

Como caso especial, supongamos que tienden a infinito el número n de fuentes y a cero la distancia de separación b. Luego, como antes,

$$d = (n - 1)b \doteq nb \qquad (4.10)$$

y

$$p = p_0 \left| \frac{\text{sen}\,[(\pi d/\lambda)\ \text{sen}\ \theta]}{(\pi d/\lambda)\ \text{sen}\ \theta} \right| \tag{4.11}$$

donde p_0 es la magnitud de la presión sonora eficaz a la distancia r y el ángulo $\theta=0$ respecto de la formación. Como antes, supónese que la extensión d de la formación es pequeña en comparación con la distancia r.

Se dan gráficas de la Ec. (4.9) para $n = 4$ y $d = \lambda/4$, $\lambda/2$, λ, $3\lambda/2$, y 2λ, en la Fig. 4.5. En la Fig. 4.6 se ofrecen gráficas similares para $n \rightarrow \infty$ y $b \rightarrow 0$, es decir, de la Ec. (4.11).

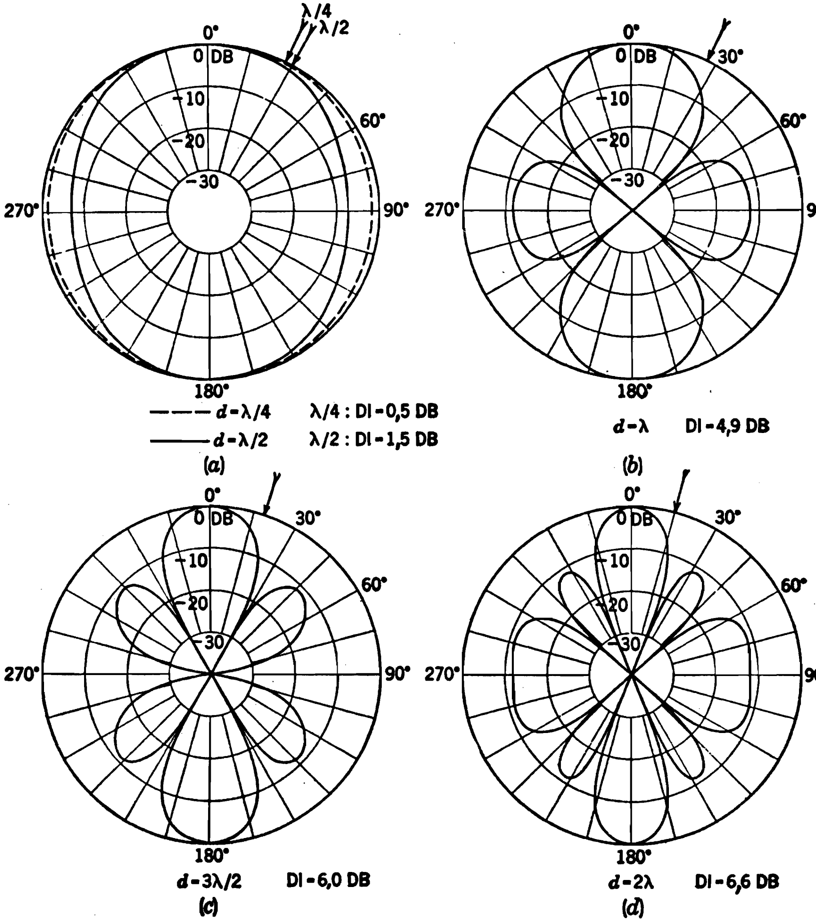
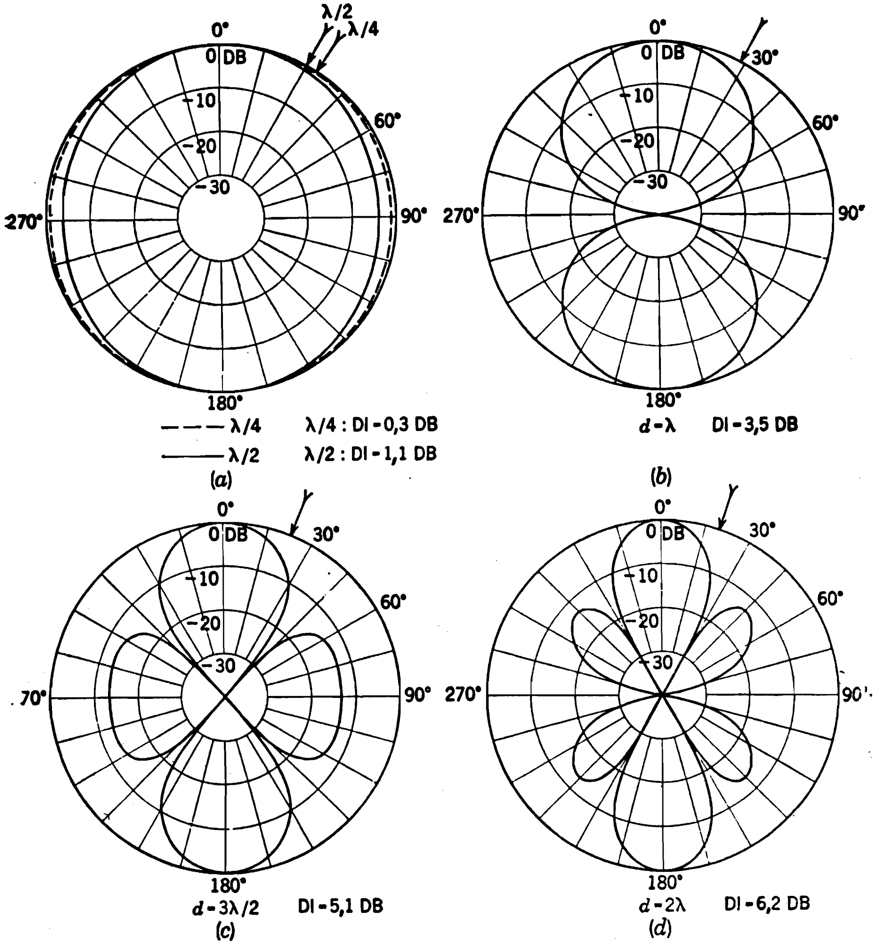


FIG. 4.5. Diagramas direccionales para una formación lineal de cuatro fuentes simples en fase, separadas por la distancia d. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0$ y un ángulo de índice de directividad cero.

La diferencia principal entre las Figs. 4.3, 4.5 y 4.6 se refiere, para una relación dada de longitud de la formación a la longitud de onda, a la supresión de los "lóbulos laterales". Esto es, el sonido se radia bien en los tres casos para $\theta = 0$ y $\theta = 180°$. Pero, a medida que se prolonga la formación y aumenta el número de elementos, la radiación deviene cada vez menor en las otras direcciones.

Fuente sonora tipo doblete. Un doblete, como fuente sonora, consiste en un par de fuentes sonoras simples separadas por una distancia b muy pequeña y que vibran en oposición de fase. La situación geométrica está ilustrada en la Fig. 4.7. La distancia r al punto A supónese grande en comparación con b.



– – – λ/4   λ/4 : DI - 0,3 DB
——— λ/2   λ/2 : DI - 1,1 DB
(a)

d - λ   DI - 3,5 DB
(b)

d - 3λ/2   DI - 5,1 DB
(c)

d - 2λ   DI - 6,2 DB
(d)

FIG. 4.6. Diagramas de directividad para una formación lineal que radia uniformemente en toda su longitud d. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0$ y se indica también, con la flecha, un ángulo de índice de directividad cero.

Puede advertirse sin dificultad que la presión sonora es cero para $\theta = 90°$ y $\theta = 270°$, a causa de que la contribución de las dos fuentes resulta nula por estar ambas 180° fuera de fase. Las presiones para $\theta = 0$ y $\theta = 180°$ dependerán de la relación de b a la longitud de onda λ. Por ejemplo, si $b = \lambda$, tendremos presión cero en estas direcciones, como ocurría para $b = \lambda/2$ en el caso de las dos fuentes en fase. En el caso actual hay un máximo de presión para $\theta = 0$ y $\theta = 180°$ para $b = \lambda/2$. †

El caso usual de interés, empero, es el de

$$b \ll \lambda \tag{4.12}$$

En este caso, la presión eficaz compleja p_d en el punto A es, como puede demostrarse,[5]

$$p_d(r\ \theta) = \frac{\rho_0 f U_0 b}{2r}\left(+k - j\frac{1}{r}\right)\cos\theta\, e^{-jkr} \tag{4.13}$$

donde U_0 = fuerza eficaz de cada fuente simple en m³/s.

La relación de la presión sonora compleja eficaz p_d producida por

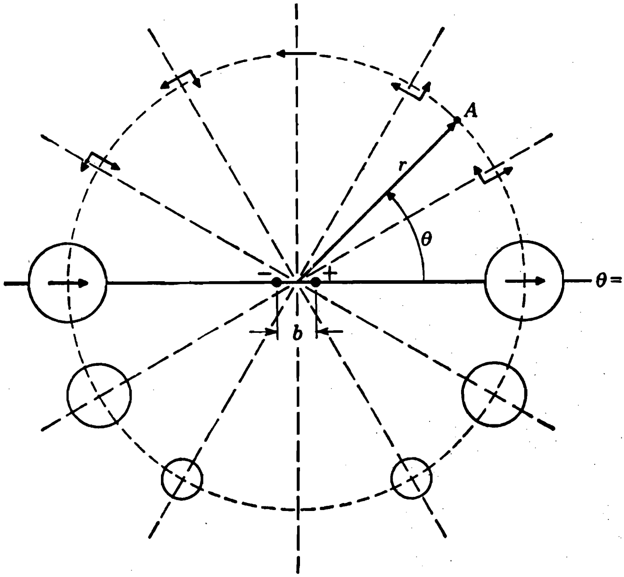


FIG. 4.7. Doblete acústico. Este tipo de fuente consiste en dos fuentes simples (puntuales) que vibran 180° fuera de fase. Están separadas por una distancia b y a la distancia r y ángulo θ respecto del punto de medición A. La parte inferior del gráfico muestra, por el tamaño de los círculos, la magnitud de la presión sonora en función del ángulo θ. La mitad superior muestra la variación de las componentes radial y tangencial de la velocidad de las partículas como función del ángulo θ.

---

† Nótese el cambio de referencia para el ángulo θ. (*N. del T.*)

[5] KINSLER and FREY, *op. cit.*, pp. 280-285.

el doblete a la p_s producida por una fuente simple resulta de dividir la Ec. (4.13) por la (4.3). Obtenemos

$$\frac{p_d}{p_s} = -\frac{b}{r}(1 + jkr)\cos\theta\, e^{-jka} \tag{4.14}$$

Cuando el cuadrado de la distancia r es grande en comparación con $\lambda^2/36$ ($k^2r^2 >> 1$), la Ec. (4.13) redúcese a

$$p_d = \frac{\rho_0\omega^2 U_0 b}{4\pi rc}\cos\theta\, e^{-jkr} \tag{4.15}$$

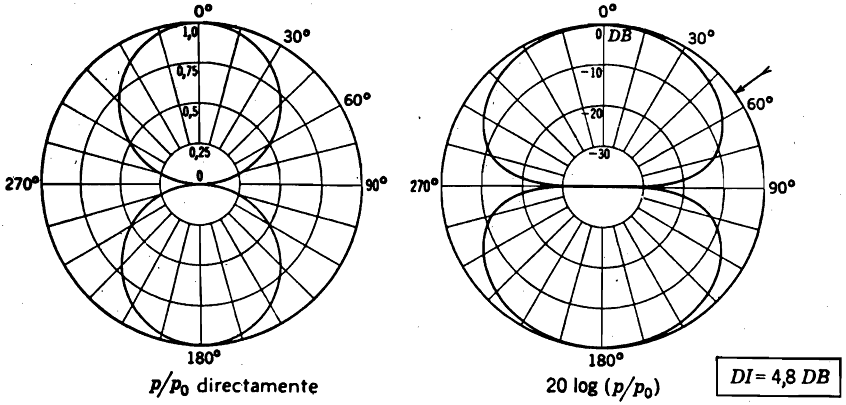
En este caso, la presión varía con θ de la manera inversa con la distancia r exactamente del mismo modo que en el caso de la fuente simple.

Cerca del doblete, para $r_2 << \lambda^2/36$, la Ec. (4.13) redúcese a

$$p_d = -\frac{\rho_0 f U_0 b}{2r^2}\cos\theta\, e^{j(\pi/2-kr)} \tag{4.16}$$

En este caso, la presión varía también con cos θ del modo indicado en la Fig. 4.8, pero varía en proporción inversa con el cuadrado de la distancia r. Estamos suponiendo siempre que $r >> b$.

Campo próximo y campo remoto: Debe tenerse siempre presente la diferencia entre los comportamientos de *campo próximo* y de *campo remoto* de las fuentes. Cuando se presenta en una publicación el diagrama direccional de un altavoz u otra fuente sonora, sobreentiéndese



p/p_0 directamente

(*a*)

20 log (p/p_0)

(*b*)

Fig. 4.8. Diagrama direccional de un doblete acústico. (*a*) Presión sonora relativa p/p_0 en función de θ. (*b*) 20 $\log_{10} p/p_0$ en función de θ. Se indica el índice de directividad para $\theta = 0$ y un ángulo de índice de directividad cero.

siempre que los datos se han tomado a una distancia r lo suficientemente grande como para que la presión sonora esté decreciendo linealmente con la distancia a lo largo de la línea radial que une el punto de medición con la fuente, como en el caso de la Ec. (4.15). Es éste el caso de campo remoto. Para que tal sea el caso, hay que satisfacer dos condiciones. Primero, la extensión b de la formación radiante debe ser pequeña en comparación con r, y r^2 debe ser grande en comparación con $\lambda^2/36$. En acústica, el factor de tamaño indicado tómase habitualmente mayor que 3 a 10.

Otro detalle de interés en relación con el doblete acústico. La velocidad de las partículas tiene dos componentes, una radial y otra perpendicular a ésta (o tangencial). Para $\theta = 0°$ y $180°$, la velocidad de las partículas está dirigida totalmente en dirección radial (ver Fig. 4.7). Para $\theta = 90°$ y $270°$, la velocidad de las partículas es totalmente tangencial. En las posiciones intermedias, la componente radial varía como el $\cos\theta$ y la componente tangencial, como $\operatorname{sen}\theta$.

Es un hecho interesante el de que para $\theta = 90°$ y $270°$ parece ser que el doblete emite una onda sonora de polarización transversal. Para demostrarlo, colóquense dos pequeños altavoces sin deflector en una cámara anecoica. Los altavoces sin deflector son equivalentes a dobletes, pues la presión sonora aumenta a un lado del diafragma cuando disminuye en el otro. Sosténgase los dos altavoces a una distancia de aproximadamente 0,5 m y con los diafragmas mirando hacia el piso (no enfrentados). Hágase que uno de los altavoces radie un sonido de baja frecuencia y que el otro actúe como un micrófono conectado a la entrada de un amplificador de audio. Como vemos en la Fig. 4.7, no se produce presión sonora en el diafragma del micrófono, pero hay en cambio una velocidad transversal de partículas. La velocidad de las partículas es siempre el resultado de un gradiente de presión en la dirección de la velocidad. Por lo tanto, el diafragma del micrófono se moverá cuando los dos trasductores se sostienen de la manera indicada. Cuando uno de las trasductores se gira 90° alrededor del eje que une las dos unidades, el diafragma del micrófono cesa de moverse, debido a que el gradiente de presión se halla entonces en el plano del diafragma. Por lo tanto, la onda sonora pone de manifiesto una polarización plana.

El estudiante ha aprendido ahora los principios elementales que gobiernan las características direccionales de las fuentes sonoras. Podremos utilizar en adelante estos principios para interpretar el comportamiento calculado o medido de las fuentes sonoras más complicadas de la acústica.

4.3. Fuentes de pistón plano. *Pistón circular rígido en un sonodeflector infinito.* Muchas fuentes radiantes pueden ser representadas a modo de un pistón vibrante ubicado en una pared rígida infinitamente extensa. Se supone que el pistón es rígido, de modo que todos los puntos de su superficie se mueven en fase, y que su amplitud de velocidad es independiente de la carga mecánica o acústica impuesta a la superficie radiante. La pared rígida que rodea el pistón se llama sonodeflector (en inglés, "baffle") y es, por definición, una partición utilizada para aumentar la longitud del camino de transmisión entre el frente y la trasera de la superficie radiante.

La geometría del problema está ilustrada en la Fig. 4.9. Deseamos conocer la presión sonora en un punto A situado a la distancia r y el ángulo θ respecto del centro del pistón. Para ello, dividimos la superficie del pistón en un gran número de pequeños elementos, cada uno de los cuales podrá entonces considerarse como una fuente simple, en fase con los demás elementos. La presión en A es, así, la resultante en magnitud y fase de las presiones individualmente producidas por todos los elementos. Esta resultante se calcula en muchos textos [6], y, para el caso en que r es grande en comparación con el radio a del pistón, está dada por la ecuación

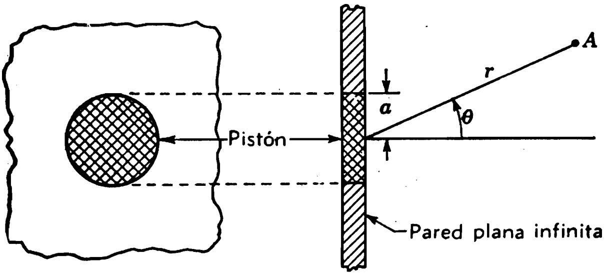


FIG. 4.9. Pistón circular rígido en un sonodeflector rígido. El punto de medición A está a la distancia r y ángulo θ respecto del centro del pistón.

$$p(r,t) = \frac{\sqrt{2}\, j f \rho_0 u_0 \pi a^2}{r} \left[\frac{2J_1(ka \operatorname{sen} \theta)}{ka \operatorname{sen} \theta} \right] e^{j\omega(t-r/c)} \qquad (4.17)$$

donde u_0 = velocidad eficaz del pistón.

$J_1(\ )$ = Función de Bessel de primer orden para coordenadas cilíndricas. [6]

La porción de la Ec. (4.17) entre barras expresa el diagrama direccional y está representada en decibel como función de θ en la Fig. 4.10 para seis valores de $ka = 2\pi a/\lambda$, es decir, para seis valores de la relación de la circunferencia del pistón a la longitud de onda.

Cuando la circunferencia del pistón ($2\pi a$) es menor que media longitud de onda, es decir, $ka < 0{,}5$, el pistón compórtase esencialmente como una fuente puntual. Cuando ka deviene mayor que 3, el pistón es altamente direccional. Veremos en la Fig. 4.24 que un altavoz ordinario deviene también muy direccional en las frecuencias altas, más o menos como el pistón rígido.

Pistón circular rígido en el extremo de un tubo largo.[7] En muchos casos, el sonido es radiado por un diafragma cuya parte posterior está separada de la parte frontal por medio de una caja o un tubo. Si la caja

---

[6] MORSE, *op. cit.*, pp. 326-346. Se da una tabla de funciones de Bessel en la pág. 444.

[7] H. LEVINE and J. SCHWINGER, On the Radiation of Sound from an Unflanged Circular Pipe, *Phys. Rev.*, **73**: 383-406, Feb. 15 de 1948.

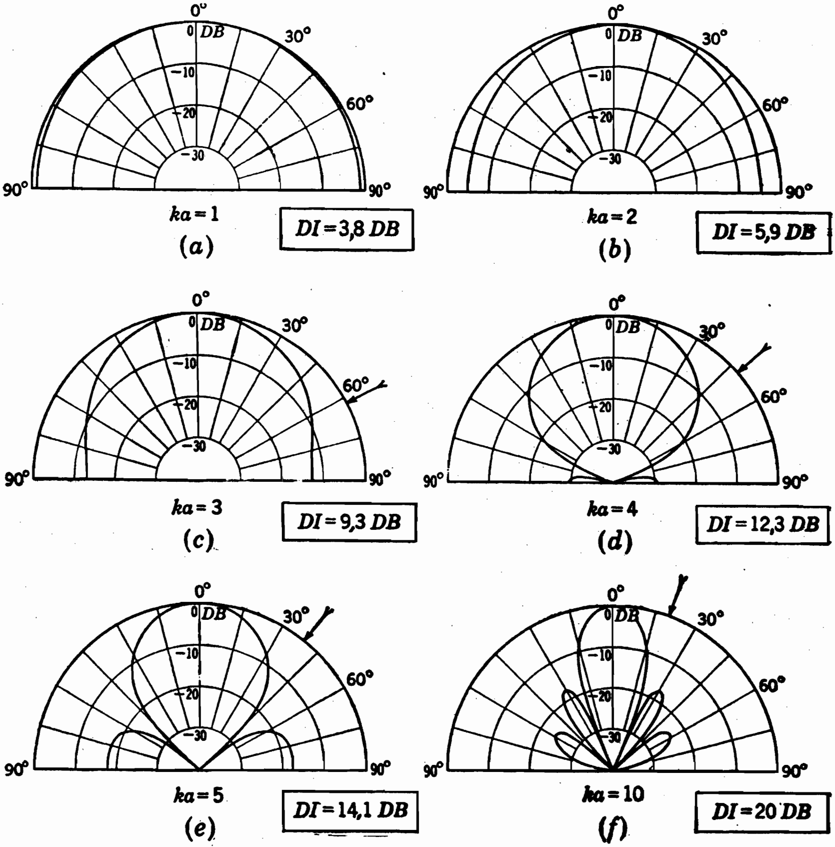


FIG. 4.10. Diagramas direccionales para un pistón circular rígido en un sonodeflector infinito en función de $ka = 2\pi a/\lambda$, siendo a el radio del pistón. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0°$ y un ángulo de índice de directividad cero. El DI no es nunca menor que 3 dB porque el pistón radia en un semiespacio.

no se aparta demasiado de los bordes del diafragma, su comportamiento puede asimilarse al de un tubo largo.

La situación geométrica está ilustrada en la Fig. 4.11. La presión en el punto A es una vez más la resultante de las presiones producidas individualmente por el gran número de pequeños elementos en que puede

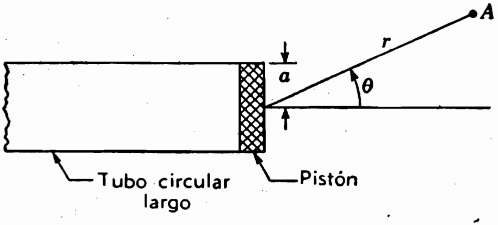


FIG. 4.11. Pistón circular rígido en el extremo de un tubo largo.

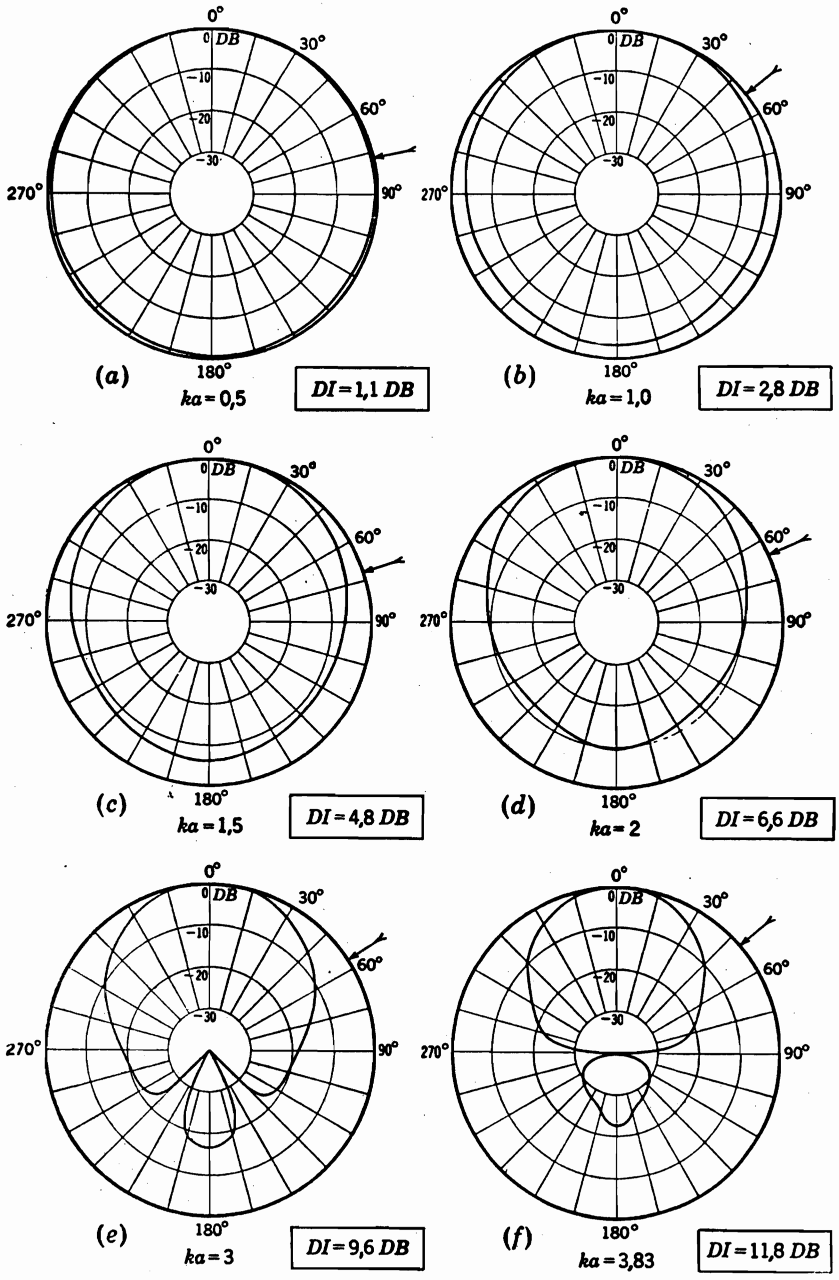


FIG. 4.12. Diagramas direccionales para un pistón circular rígido en el extremo de un tubo largo en función de $ka = 2\pi a/\lambda$, siendo a el radio del pistón. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0$ y un ángulo de índice de directividad cero.

dividirse la superficie del pistón. La solución de este problema es compleja, empero, porque la radiación puede tener lugar en todas direcciones y el sonido debe difractarse alrededor del borde del tubo para llegar a la parte izquierda del espacio (Fig. 4.11). Por lo tanto, la solución analítica del problema exige una teoría que incluya los efectos de difracción.

Los resultados de la teoría están indicados en la Fig. 4.12 para seis valores de ka. Supónese aquí también que la distancia r es grande en comparación con a, de modo que los diagramas direccionales corresponden al campo remoto.

Pistón circular rígido sin sonodeflector.[8] Para completar los casos que involucran un pistón rígido, presentamos los resultados del análisis teórico del diagrama direccional de un pistón rígido de radio a sin deflector alguno y que radia en el espacio libre. Los resultados se dan gráficamente en la Fig. 4.13 para cuatro valores de ka. Es interesante

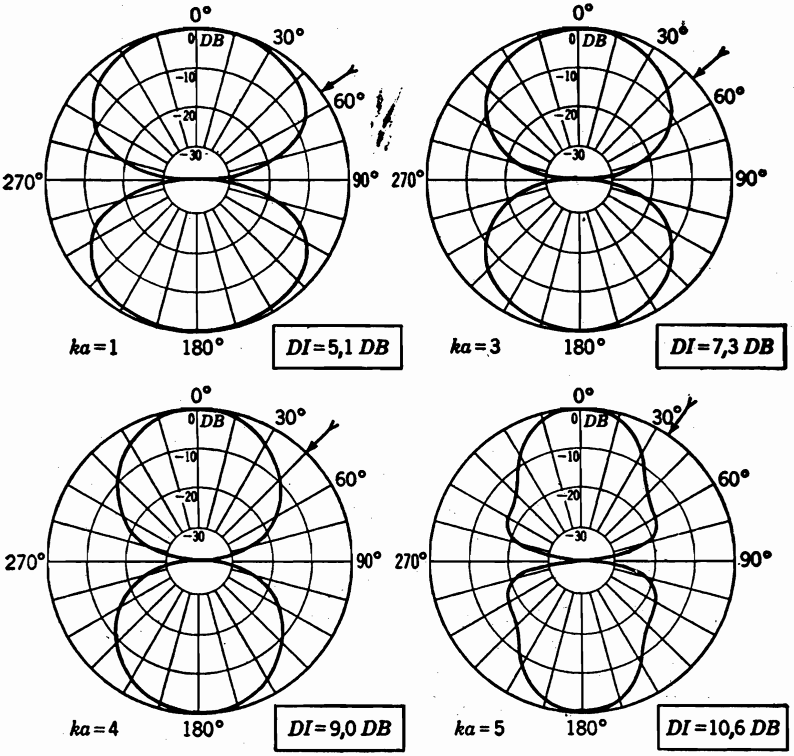


FIG. 4.13. Diagramas direccionales de un pistón circular rígido sin sonodeflector, en el espacio libre. Para $ka < 1$, la directividad es la misma que la del doblete. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0$ y un ángulo de índice de directividad cero (flecha).

---

[8] F. M. WIENER, On the Relation between the Sound Fields Radiated and Diffracted by Plane Obstacles, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 23: 697-700 (1951.

observar el parecido entre estas curvas y el doblete acústico. En efecto, en primera aproximación, un pistón sin deflector es simplemente un doblete, porque su movimiento axil en una dirección comprime el aire en un lado y lo expande en el otro.

Pistones cuadrados o rectangulares.[9] PISTÓN CUADRADO CON SONODEFLECTOR INFINITO. Este tipo de fuente radiante no es muy común en acústica. Basta con decir que el diagrama direccional de este pistón en un plano perpendicular al pistón y paralelo a un lado es idéntico al de una formación lineal de fuentes simples, Ec. (4.11). El diagrama en un plano paralelo a cualquiera de las dos diagonales difiere muy poco del anterior.

PISTÓN RECTANGULAR RÍGIDO EN SONODEFLECTOR INFINITO. El diagrama direccional de este tipo de fuente, de dimensiones d_1 y d_2, está dado por la fórmula

$$\text{Diagrama direccional} = \left| \frac{\text{sen}\,[(\pi d_1/\lambda)\ \text{sen}\ \theta_1]}{(\pi d_1/\lambda)\ \text{sen}\ \theta_1} \frac{\text{sen}\,[(\pi d_2/\lambda)\ \text{sen}\ \theta_2]}{(\pi d_2/\lambda)\ \text{sen}\ \theta_2} \right| \tag{4.18}$$

donde θ_1 = ángulo entre la normal a la superficie del pistón y la proyección de la línea que une el centro de la superficie y el punto de observación sobre el plano normal a la superficie y paralelo a d_1.

θ_2 = igual que θ, pero referido a d_2 en lugar de d_1

Obsérvese que el diagrama de directividad es igual al producto de los diagramas de directividad de dos formaciones lineales recíprocamente en ángulo recto [véase la Ec. (4.11)].

4.4. Fuentes curvas.[10] En los apartados precedentes de esta parte nos hemos ocupado de la radiación sonora por parte de las formaciones lineales y planas. Las formaciones de este tipo se asimilan muy aproximadamente a las constituídas por tubos de órganos de extremo abierto, altavoces de radiación directa, bocinas simples y otros dispositivos. Una característica común a todas estas formaciones, excepto el doblete, es que devienen cada vez más direccionales a medida que aumenta la relación de sus dimensiones a la longitud de onda. Esta propiedad es indeseable en el caso de un altavoz, porque significa que el espectro de la música o la palabra depende de la posición respecto del eje del altavoz.

Para salvar, en parte, este inconveniente empléanse a menudo fuentes curvas como radiadores del sonido. Estas superficies pueden estar constituídas por cierto número de altavoces, bocinas o megáfonos pequeños, con un frente curvo.

Fuente lineal curvada (megáfono parabólico). El megáfono parabólico es un ejemplo de fuente lineal curvada, Fig. 4.14. La boca del megáfono es lo suficientemente estrecha (25 mm) como para que sea equivalente a una fuente lineal por debajo de los 4000 c/s. La bocina es parabólica porque el área transversal es proporcional a la distancia medida desde el vértice.

---

[9] OLSON, *op. cit.*, pp. 39-40.

[10] *Ibid.*, pp. 40-47.

La presión sonora en el punto A a la distancia r del vértice se halla componiendo en amplitud y fase las presiones originadas por los elementos de una formación curva de fuentes simples. Cuando la distancia r es grande en comparación con el radio R de la bocina, obtenemos los diagramas de directividad indicados en la Fig. 4.15.

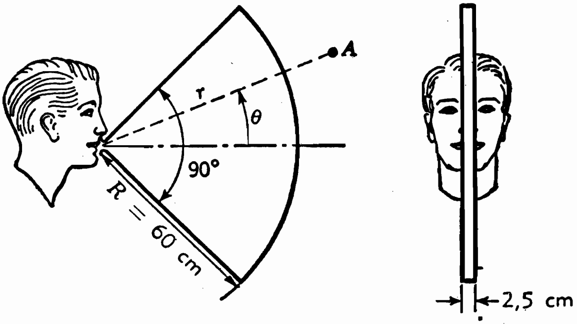


FIG. 4.14. Megáfono parabólico adecuado para el director de la "barra" en un estadio deportivo.

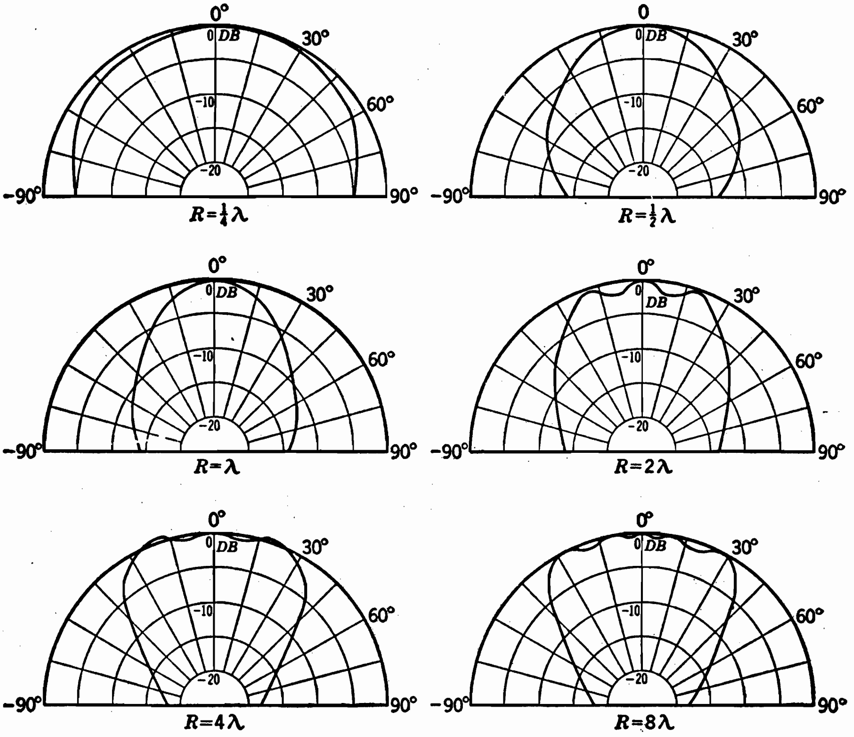
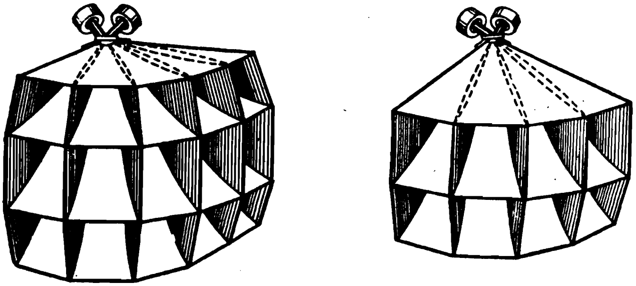


FIG. 4.15. Diagramas de directividad de un megáfono parabólico (Fig. 4.14) en el plano que contiene el arco de la abertura.

Este simple caso ilustra los principios básicos aplicables a todas las superficies radiantes curvas. En las frecuencias bajas, la superficie curva es esencialmente adireccional. A medida que aumenta la frecuencia, la fuente deviene más direccional, consiguiéndose el mínimo ángulo de difusión cuando la cuerda de la superficie curva es aproximadamente igual a una longitud de onda. En las frecuencias altas, el diagrama direccional se ensancha, alcanzando su ancho máximo cuando éste resulta igual al ancho del arco expresado en grados, por ejemplo, 90° en la Fig. 4.14.

Fuentes de superficie curvada (*bocinas multicelulares*). Las fuentes curvas que más a menudo se encuentran actualmente en acústica son las bocinas multicelulares. La Fig. 4.16 ilustra dos casos típicos.



(*a*) (*b*)

FIG. 4.16. Bocinas multicelulares con frentes radiantes curvos. (*a*) 3 × 5 = 15 celdas. (*b*) 2 × 4 = 8 celdas.

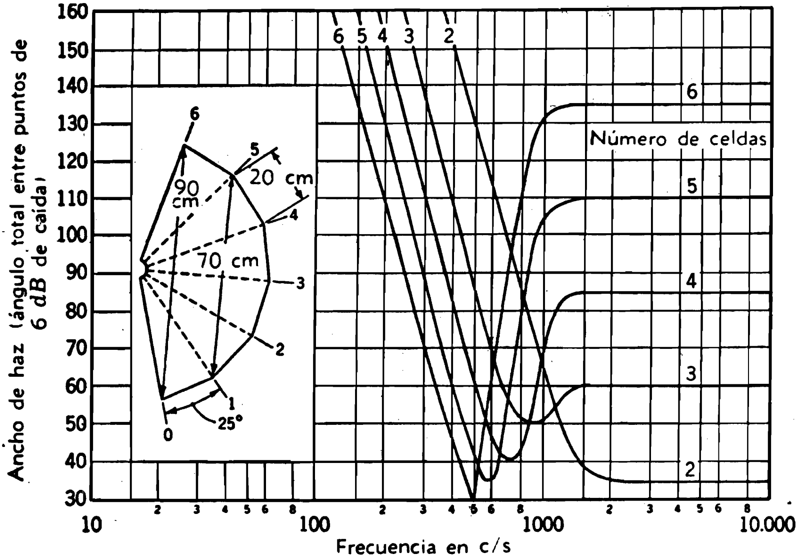


FIG. 4.17. Anchos de haz de bocinas multicelulares dispuestas de la manera indicada en esta misma figura y en la Fig. 4.16.

El ancho de haz de un diagrama direccional ha sido definido como la distancia angular entre dos puntos, a uno y otro lado del eje principal, para los cuales el nivel de presión sonora es 6 dB[†] menor que para $\theta=0°$. Los anchos de haz para bocinas multicelulares de dos, tres, cuatro, cinco y seis celdas en ancho, medidos en unidades comerciales, se presentan en la Fig. 4.17. Estos datos son útiles para el diseño de sistemas sonoros.

Debe observarse que el mínimo ancho de haz ocurre cuando el arco de la bocina multicelular es aproximadamente igual a λ. Además, en las frecuencias altas, el haz alcanza un ancho de aproximadamente $n \cdot 25° - 15°$ para el tamaño de bocina indicado en la Fig. 4.17. Los índices teóricos de directividad para estos anchos máximos de haz se calculan con el nomograma de la Fig. 4.22, el que se basa en la geometría de la Fig. 4.21.

PARTE XI. *Índice de directividad y factor de directividad.*

Las gráficas de los diagramas direccionales son suficientes en muchos casos, por ejemplo, cuando la fuente está situada al aire libre y a gran distancia de las superficies reflectoras. Puertas adentro, es necesario además saber algo acerca de la potencia total radiada con el fin de calcular el efecto de refuerzo de la reverberación de la sala sobre la salida de la fuente sonora. Se calcula para cada frecuencia un número que expresa el grado de directividad sin necesidad de dibujar el diagrama completo. Este número es el factor de directividad o, cuando se lo expresa en dB, el índice de directividad.

4.5. Factor de directividad, Q(f). El factor de directividad es la relación de la intensidad[‡] sobre un eje determinado de un radiador a una distancia dada r a la intensidad que se produciría en el mismo punto con una fuente puntual que radiara la *misma* potencia acústica que el radiador. En las mediciones se supone que se está en el espacio libre. Por lo general, el eje considerado es el eje de máxima radiación, caso en que $Q(f)$ excede siempre la unidad. En algunos casos se desea también el factor de directividad para otras direcciones, en las cuales $Q(f)$ puede adoptar un valor igual o mayor que cero.

4.6. Índice de directividad, DI(f). El índice de directividad es 10 veces el logaritmo de base 10 del factor de directividad:

$$\mathrm{DI}(f) = 10 \log_{10} Q(f) \tag{4.19}$$

[†] No hay un valor normal para la caída en decibel respecto del valor para $\theta = 0$ del nivel de presión sonora en la determinación del ancho de haz. En la literatura se encuentran valores de 3, 6 y 10 dB.

[‡] Ver la definición de intensidad en la pág. 11. La intensidad es igual a la presión sonora al cuadrado dividida por $\rho_0 c$ en el caso de una plana o esférica en el espacio libre.

4.7. Cálculo de Q(f) y DI(f). La intensidad de I en un punto que está a la distancia r del centro acústico de una fuente situada en el espacio libre es determinada midiendo primero la presión sonora efectiva p y poniendo $I = p^2/\rho_0 c$. Si la fuente es puntual de modo que I no es función de θ y está situada en el espacio libre, la potencia acústica total radiada es

$$W_p = 4\pi r^2 I$$

Si la fuente no es puntual, determínase la potencia acústica total radiada integrando las intensidades sobre la superficie de una esfera de radio r. Es decir, la potencia radiada total es

$$W = \frac{r^2}{\rho_0 c} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} p^2(\theta,\phi,r) \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi \tag{4.20}$$

donde las coordenadas de un punto cualquiera del espacio son los ángulos θ y ϕ y el radio r (ver Fig. 4.18) y $p^2(\theta,\phi,r)$ es la presión sonora eficaz en el punto determinado por θ, ϕ y r.

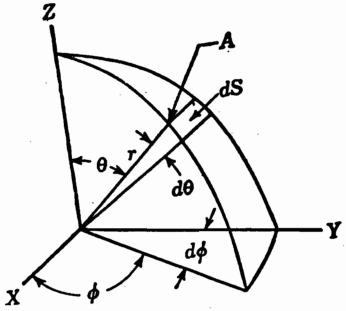
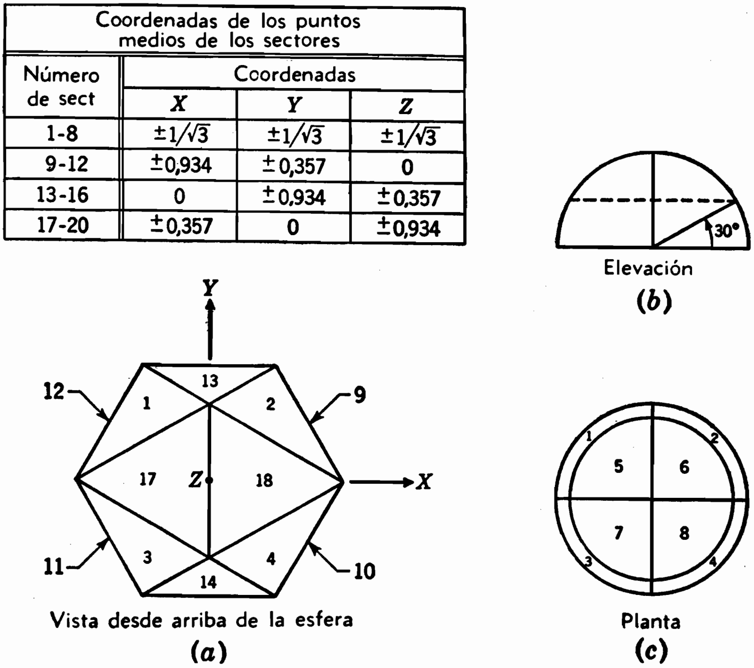


FIG. 4.18. Sistema de coordenadas θ, ϕ y r para definir la posición de un punto A. El área de la superficie incremental es $dS = r^2 \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi$.

No hay por lo común una expresión analítica de $p(\theta,\phi)$. En la práctica, por lo tanto, la integración se hace tomando datos en los centros de cierto número de áreas de aproximadamente la misma magnitud y dispuestas sobre una esfera de radio r alrededor de la fuente. Como ejemplo, se ve en la Fig. 4.19*a* una superficie esférica dividida en 20 partes iguales y de la misma forma. Las intensidades medidas en estas partes pueden llamarse I_1, I_2, I_3, etc. La potencia total radiada es

$$W = I_1 S_1 + I_2 S_2 + \ldots + I_{20} S_{20} \tag{4.21}$$

donde S_1, S_2, ..., S_{20} son las áreas de las 20 partes de la superficie esférica. Si, como en la Fig. 4.19*a*, las 20 partes son iguales, $S_1 = S_2 = S_3 = \ldots = S_{20}$. En los casos menos críticos es posible dividir la superficie esférica en 16 partes de igual área pero de distinta forma, como se ve en las Figs. 4.19*b* y *c*.



Coordenadas de los puntos medios de los sectores			
Número de sect	Coordenadas		
	X	Y	Z
1-8	$\pm 1/\sqrt{3}$	$\pm 1/\sqrt{3}$	$\pm 1/\sqrt{3}$
9-12	±0,934	±0,357	0
13-16	0	±0,934	±0,357
17-20	±0,357	0	±0,934

Vista desde arriba de la esfera
(*a*)

Elevación
(*b*)

Planta
(*c*)

FIG. 4.19. (*a*) División de una superficie esférica en 20 partes iguales de idéntica forma. (*b*) y (*c*) División de un hemisferio en 8 partes de igual área pero distinta forma.

Por definición, el factor de directividad es

$$Q(f) = \frac{|p_{ax}|^2}{\rho_0 c}\,\frac{4\pi r^2}{W} = \frac{4\pi |p_{ax}|^2}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} |p(\theta,\phi)|^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} \tag{4.22}$$

donde $|p_{ax}|^2$ es la magnitud de la presión sonora cuadrática media en el eje considerado de la fuente sonora a cierta distancia r (ver Fig. 4.23, eje 0°, por ejemplo).

Para el caso especial en que, para un valor particular cualquiera de θ, la presión es independiente de ϕ, es decir, cuando hay un eje de simetría, la Ec. (4.22) adopta la forma simple

$$Q(f) = \frac{4\pi p_{ax}{}^2}{2\pi \int_0^{\pi} p^2(\theta) \operatorname{sen}\theta \, d\theta} \tag{4.23}$$

Muchas fuentes, por ejemplo los altavoces, son bastante simétricas con respecto a su eje principal, de modo que es válida la Ec. (4.23).

En este caso, los datos se toman en un número de puntos definidos por los ángulos θ_n en un plano horizontal en torno de la fuente, de modo que

$$Q(f) = \frac{(4\pi p_{ax}^2)\,(57{,}3)}{2\pi \displaystyle\sum_{n=1}^{180°/\Delta\theta} p^2(\theta_n)\ \mathrm{sen}\ \theta_n \Delta\theta} \tag{4.24}$$

donde $\Delta\theta$ = separación en grados de los puntos sucesivos alrededor de la fuente en los que han hecho las mediciones de $p(\theta_n)$ (ver la fig. 4.23 para un ejemplo).

$180°/\Delta\theta$ = número de mediciones que se han hecho al pasar del punto directamente al frente de la fuente al punto directamente atrás (0° a 180°). Se supone que la presión sonora es simétrica, de modo que la variación entre 360° y 180° es la misma que entre 0° y 180°.

Si la fuente está montada en un sonodeflector infinito, la medición es sólo posible en un hemisferio. Por lo tanto, el valor de n en la

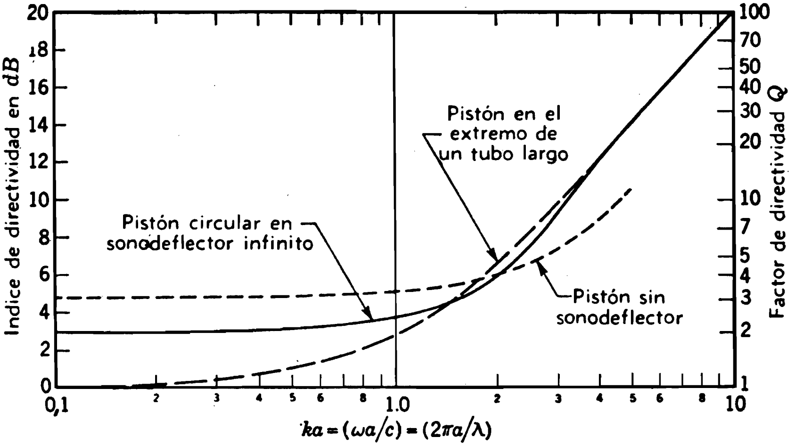


FIG. 4.20. Índices de directividad para la radiación de (1) *un solo lado* de un pistón en sonodeflector infinito plano; (2) un pistón en el extremo de un tubo largo; y (3) un pistón en el espacio libre, sin sonodeflector.

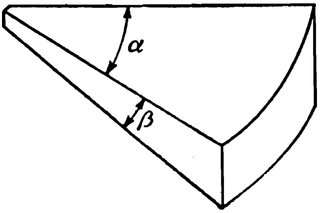


FIG. 4.21. Radiación dentro de un cono sólido de espacio definido por los ángulos α y β.

Ec. (4.23) varía de 1 a $90^{\circ}/\Delta\theta$. Si la fuente es además adireccional en el hemisferio, como es del caso por lo general cuando $ka < 0{,}5$, el factor de directividad es $Q = Q_h = 2$, y, por lo tanto, $\mathrm{DI} = 3$ dB.

Si el diagrama direccional no es bastante simétrico, el factor 4 del numerador de la Ec. (4.23) pasa a ser 8 y el valor de n varía entre 1 y $360^{\circ}/\Delta\theta$. Así se promedian, en efecto, las dos mitades del diagrama direccional.

El índice de directividad correspondiente a $\theta = 0$ en cada uno de los diagramas direccionales de la Parte X se ha anotado al lado del diagrama. El eje de referencia es el eje principal $\theta = 0$ en todos los casos.

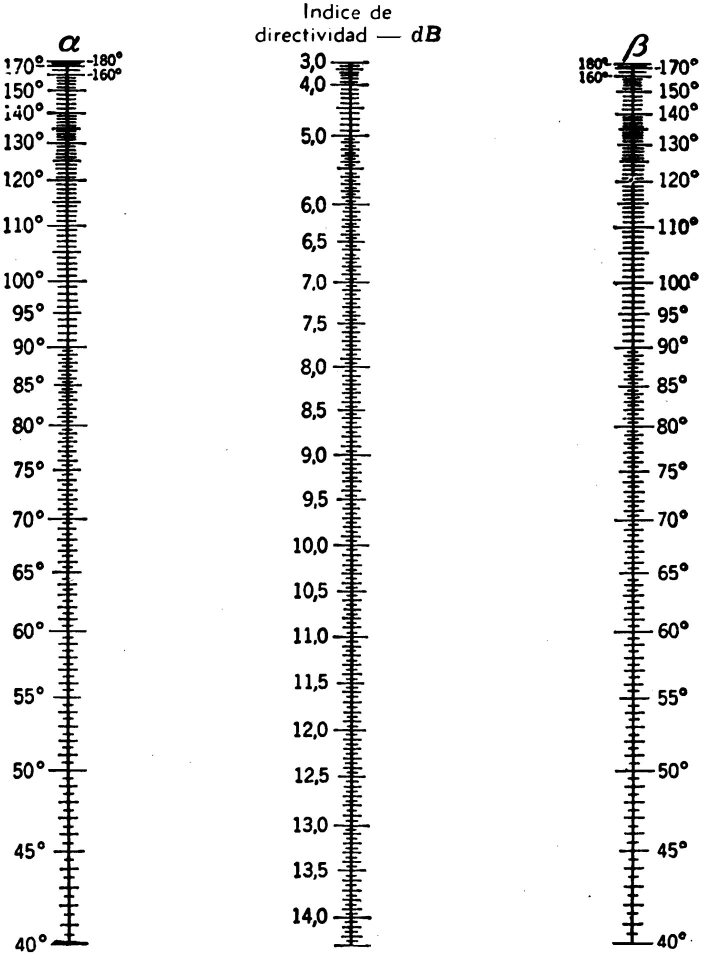


FIG. 4.22. Nomograma para la determinación de los índices de directividad de una fuente de sonido que radia uniformemente en un cono sólido de espacio del tipo ilustrado en la Fig. 4.21. [*Según Molloy, Calculation of the Directivily Index for Various Types of Radiators, J. Acoust. Soc. Amer.*, **20**: 387-405 (1948).]

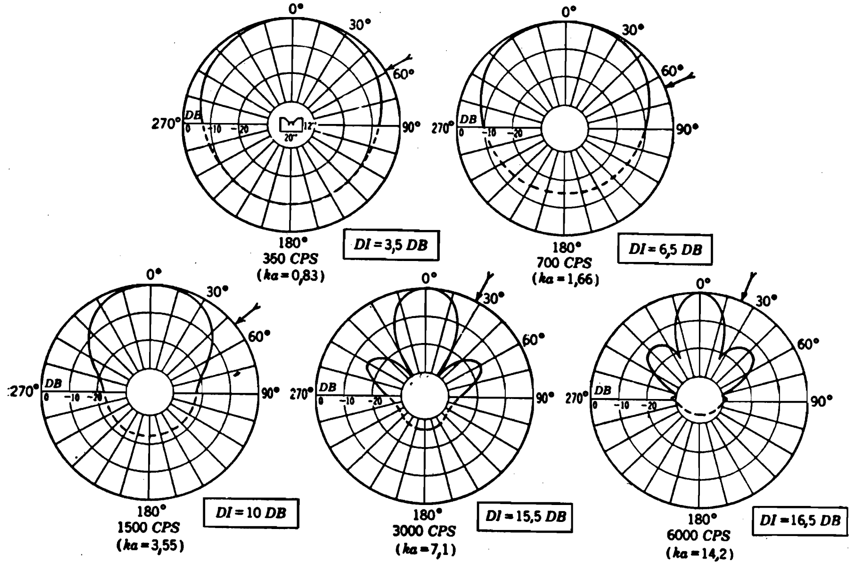


FIG. 4.23. Diagramas de direccionalidad medidos en un altavoz de radiación directa típico de 30,5 cm de diámetro, en una caja rectangular de 82 × 51 × 30 cm. Se indican los índices de directividad para $\theta = 0°$ y un ángulo de índice de directividad cero.

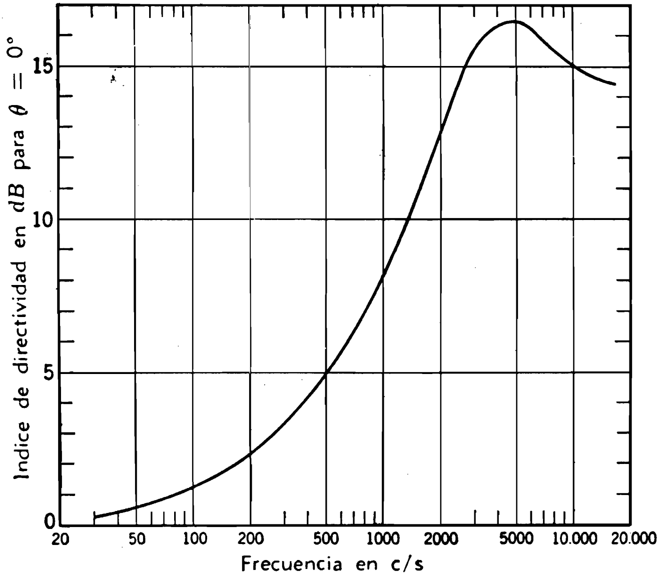


FIG. 4.24. Índices de directividad para los ejes 0° de los diagramas direccionales de la Fig. 4.23 computados como si la fuente fuera simétrica en torno del eje 0°. Los datos son aplicables a un altavoz de radiación directa típico de 30,5 cm montado en una caja rectangular de 82 × 51 × 30 cm.

También se ha marcado en estos gráficos el ángulo θ para el cual el índice de directividad es de 0 dB. Luego, el índice de directividad para cualquier otro ángulo θ puede hallarse restando el valor en dB correspondiente a ese eje del valor en dB correspondiente al eje en el que DI = 0.

Para referencia, en la Fig. 4.20 se han representado los índices de directividad para un pistón (1) en un sonodeflector infinito, (2) en un tubo largo, y (3) en el espacio libre, en función de *ka*.

Muchos altavoces de bocina radian las altas frecuencias (arriba de 1.500 c/s) en un cono sólido rectangular de espacio, como se indica en la Fig. 4.21. Estas bocinas son las del tipo discutido en el Ap. 4.4

Tabla 4.1. Cálculo del índice de directividad DI(f)†.

θ_n		sen θ_n	Directividad		$\left\|\frac{p(\theta_n)}{p_{ax}}\right\|^2$		$\left\|\frac{p(\theta_n)}{p_{ax}}\right\|^2$ sen θ_n	
L	*R*		*L*, dB	*R*, dB	*L*	*R*	*L*	*R*
355	5	0,087	0	—0,2	1,00	0,95	0,09	0,08
345	15	0,259	0	—1,0	1,00	0,79	0,26	0,21
335	25	0,423	—1,5	—3,0	0,71	0,50	0,30	0,21
325	35	0,574	—3,5	—6,0	0,45	0,25	0,26	0,14
315	45	0,707	—5,7	—10,0	0,27	0,10	0,19	0,07
305	55	0,819	—8,6	—14,5	0,14	0,04	0,11	0,03
295	65	0,906	—11,7	—18,5	0,07	0,01	0,06	0,01
285	75	0,966	—15,4	—22,3	0,03	0,01	0,03	0,01
275	85	0,996	—18,4	—23	0,01	0,01	0,01	0,01
265	95	0,996	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
255	105	0,966	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
245	115	0,906	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
235	125	0,819	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
225	135	0,707	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
215	145	0,574	—20	—20	0,01	0,01	0,01	0,01
205	155	0,423	--20	—20	0,01	0,01	0,00	0,00
195	165	0,259	—20	—20	0,01	0,01	0,00	0,00
185	175	0,087	—20	—20	0,01	0,01	0,00	0,00
							1,37	0,83

$$Q(f) = \frac{8\pi \times 57{,}3^\circ}{2\pi \sum_{1}^{36} \left|\frac{p(\theta_n)}{p_{an}}\right|^2 \text{sen}\,\theta_n \times 10^\circ} = \frac{23}{1{,}37 + 0{,}83} = 10{,}4$$

$$\text{DI}(f) = 10 \log 10{,}4 = 10{,}2 \text{ dB}$$

---

† Para $f = 1500$ *c/s* en un altavoz comercial cuyos diagramas direccionales son los de la Fig. 4.23. La cantidad $\Delta\theta = 10^\circ = \pi/18$ radián.

(pág. 110). Los índices de directividad para las frecuencias superiores a los 1.500 c/s como función de α y β pueden ser estimados con ayuda del nomograma que se da en la Fig. 4.22.[11]

En la tabla 4.1 se ilustran los cálculos detallados para un altavoz dispuesto en una caja cerrada y que tiene el diagrama de direccionalidad a 1500 c/s ilustrado en la Fig. 4.23. Las mitades izquierda (L) y derecha (R) de la característica direccional no son iguales, de modo que se recurre al procedimiento de promediación del párrafo anterior.

Después de calculado un factor de directividad para cada frecuencia, se hace una gráfica del índice de directividad DI(f) en decibel con ayuda de la Ec. (4.19). Esta gráfica se muestra en la Fig. 4-24 para el altavoz considerado en la Fig. 4.23.

---

[11] C. T. Molloy, Calculation of the Directivity Index for Various Types of Radiators, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **20**: 387-405 (1948).

CAPÍTULO 5

COMPONENTES ACÚSTICOS

PARTE. XII. *Impedancias de radiación.*

La radio y la televisión han podido avanzar rápidamente gracias a la disponibilidad de componentes eléctricos de propiedades físicas bien conocidas fáciles de agrupar en un mecanismo completo. Con tales componentes (resistores, capacitores e inductores) el ingeniero investigador y el estudiante, por igual, están en condiciones de experimentar nuevos circuitos. Es posible diseñar dispositivos tan complicados como un filtro de onda y construirlo con elementos fáciles de obtener; la experimentación y el afinamiento experimental del diseño economiza lo que de otro modo representaría una tediosa tarea de análisis matemático.

En la acústica no hay una situación tan ventajosa. No se expenden en el comercio los elementos de los circuitos acústicos. Los textos avanzados han eludido muchas veces el tratamiento teórico de su comportamiento. Aun los textos que se ocupan principalmente de los dispositivos acústicos suministran sólo una escasa información sobre la manera de predecir el comportamiento de las cavidades, agujeros, tubos, mallas, ranuras y diafragmas —elementos todos de los circuitos acústicos—. Este texto no pretende adelantar la ciencia acústica a nada que signifique siquiera aproximadamente un estado completo. Queda por llevar a cabo, todavía, una extensa tarea de investigación básica. Pretende en cambio interpretar las últimas teorías de tal manera que el lector pueda construir e interpretar el comportamiento de los tipos usuales de dispositivo acústico.

Altavoces, micrófonos y filtros acústicos son dispositivos acústicos de uso común que están compuestos de elementos mecánicos y acústicos. Un elemento acústico obvio es el aire en que se radia el sonido. Otros son las cavidades, tubos, ranuras y pantallas porosas, dispuestos tanto detrás como delante de los diafragmas vibrantes activos. Estos elementos acústicos tienen asociados impedancias acústicas propias, las que, dentro de ciertas gamas de frecuencias, pueden ser representadas por medio de simples elementos concentrados. En otras gamas de frecuencias, es preciso usar elementos distribuídos, análogos a las líneas eléctricas, para explicar el comportamiento de los aparatos.

El primer elemento acústico de que hemos de ocuparnos es la impedancia de radiación del aire en sí. La impedancia de radiación es la expresión cuantitativa de la manera cómo el medio reacciona contra el movimiento de una superficie vibrante.

El sonido es producido por superficies vibrantes, tal como el diafragma de un altavoz. Además de la energía requerida para mover el diafragma en sí, se radia energía en el aire. Parte de esta energía radiada es útil y representa la potencia de salida del altavoz. El resto es energía almacenada (reactiva), devuelta al generador. Por consecuencia, la impedancia acústica tiene una parte real, que da cuenta de la potencia radiada y una parte imaginaria, que da cuenta de la potencia reactiva.

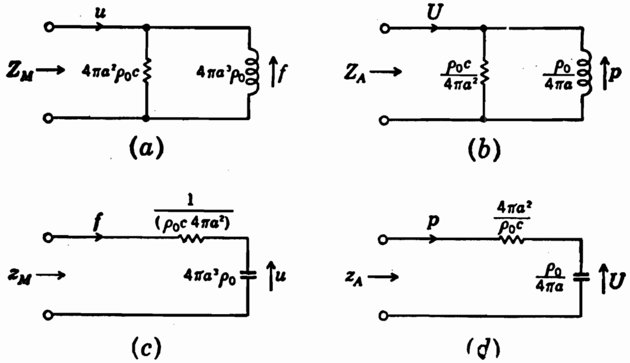


FIG. 5.1. Impedancias y movilidades de radiación exactas para todos los valores de ka en una esfera que vibra radialmente. (a) Analogía de impedancia mecánica; (b) analogía de impedancia acústica; (c) analogía de movilidad mecánica; y (d) analogía de movilidad acústica. La cantidad a es el radio de la esfera.

Los cuatro tipos de superficie vibrante más simples que aquí se tratan son (1) la esfera pulsante, (2) el pistón plano circular montado en un sonodeflector infinito (baffle), (3) el pistón circular montado en el extremo de un tubo largo, y (4) el pistón circular plano sin sonodeflector. Hemos calculado ya la impedancia de radiación de una esfera pulsante. La solución matemática para la impedancia de radiación de un pistón circular plano montado en un sonodeflector infinito aparece en muchos textos avanzados y nos limitaremos aquí a mencionar sólo los resultados[1]. Son aun más complicados los problemas que hay que resolver analíticamente para obtener la impedancia de radiación y los diagramas de radiación en el caso del tubo largo y del pistón vibrante y sin sonodeflector. Se conocen actualmente esas soluciones y los resultados que dan en esta parte. La mayoría de los otros tipos de superficies vibrantes ofrecen extraordinarias dificultades matemáticas para su consideración y no se presentarán aquí los resultados.

---

[1] P. M. MORSE, "Vibration and Sound", 2ª Ed., pp. 326-346, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

5.1. Esfera con superficie uniformemente pulsante. En la Parte IV hemos derivado la impedancia de radiación de una esfera uniformemente pulsante. Véanse la Ec. (2.64) y la Fig. 2.10.

En la Fig. 2.10 se advierte que para $ka < 0{,}3$, es decir, cuando el diámetro es menor que la décima parte de la longitud de onda, la carga de impedancia sobre la superficie de una esfera es la de una reactancia de masa, porque la componente resistiva es despreciable en comparación con la componente reactiva. Esta carga de masa puede imaginarse como una capa de aire aplicada a la superficie exterior de la esfera y de un espesor radial igual a 0,587 veces el radio de la esfera.

Para todas las frecuencias, la carga ilustrada por la Fig. 2.10 puede ser representada mediante los circuitos equivalentes de la Fig. 5.1. Con los circuitos se dan los valores de los elementos de las movilidades e impedancias mecánicas y acústicas.

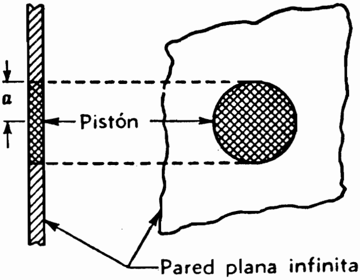


FIG. 5.2. Pistón circular plano vibrante en dirección perpendicular a una pared infinita.

5.2. Pistón circular plano en un deflector infinito. La impedancia mecánica en ohm mecánico MKS (newton-s/m) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano montado en un sonodeflector infinito (ver Fig. 5.2) y que vibra sinusoidalmente es[2,3]

$$Z_M = \mathfrak{R}_M + jX_M = \pi a^2 \rho_0 c \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka}\right] + j\frac{\pi \rho_0 c}{2k^2} K_1(2ka) \qquad (5.1)$$

donde Z_M = impedancia mecánica en newton-s/m, es decir, ohm mecánico MKS

a = radio del pistón en m

ρ_0 = densidad del aire en kilogramos/m^3

c = velocidad del sonido en m/s

$\mathfrak{R}_M$ = resistencia mecánica en newton-s/m. El tipo gótico de $\mathfrak{R}$ indica que la componente resistiva es función de la frecuencia.

X_M = reactancia mecánica en newton-s/m

$k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ = número de onda.

J_1, K_1 = dos tipos de función de Bessel dados por las series[3,4]

---

[2] L. E. KINSLER y A. R. FREY, "Fundamentals of Acoustics", pp. 187-195, John Wiley and Sons, Inc. New York, 1950.

[3] MORSE, *op. cit.*, pp. 332, 333. Morse da en la tabla VIII de la pág. 447 una función $M(2ka)$ que es igual a $K_1(2ka)/2k^2a^2$.

[4] G. N. WATSON, "Theory of Bessel Functions", Cambridge University Press, London, 1922.

$$J_1(W) = \frac{W}{2} - \frac{W^3}{2^2 \cdot 4} + \frac{W^5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} - \frac{W^7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} \cdots \tag{5.2}$$

$$K_1(W) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{W^3}{3} - \frac{W^5}{3^2 \cdot 5} + \frac{W^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \cdots\right) \tag{5.3}$$

donde $W = 2ka$.

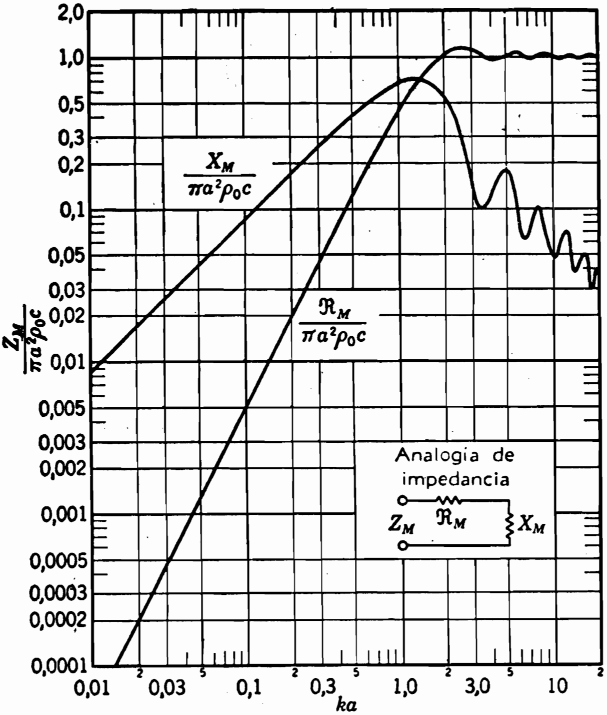


FIG. 5.3. Partes real e imaginaria de la impedancia mecánica normalizada ($Z_M/\pi a^2\rho_0 c$) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano de radio a montado en un sonodeflector plano infinito. La frecuencia se representa en una escala normalizada en la que $ka = 2\pi f a/c = 2\pi a/\lambda$. Obsérvese también que la ordenada es igual a $Z_A \pi a^2/\rho_0 c$, siendo Z_A la impedancia acústica.

La Fig. 5.3 muestra las gráficas de las partes real e imaginaria de

$$\frac{Z_M}{\pi a^2 \rho_0 c} = \frac{\mathcal{R}_M + jX_M}{\pi a^2 \rho_0 c} \tag{5.4}$$

en función de ka.

Se dan en la Fig. 5.4 gráficas similares de las partes real e imaginaria de la movilidad mecánica

$$z_M \pi a^2 \rho_0 c = \pi a^2 \rho_0 c(\mathfrak{r}_M + jx_M) = \pi a^2 \rho_0 c\left(\frac{\mathcal{R}_M}{\mathcal{R}_M^2 + X_M^2} - j\frac{X_M}{\mathcal{R}_M^2 + X_M^2}\right) \tag{5.5}$$

La movilidad mecánica se da en metro/newton-s, es decir, en mohm mecánico MKS.

Los datos de la Fig. 5.3 se usan con referencia a las analogías de impedancia y los de la Fig. 5.4, con referencia a las analogías de movilidad.

Vemos en la Fig. 5.3 que, para $ka < 0,5$, la reactancia varía como la primera potencia de la frecuencia, mientras que la resistencia lo hace como la segunda potencia de la frecuencia. En las frecuencias altas, para $ka > 5$, la reactancia deviene pequeña en comparación con la resistencia y ésta se acerca a un valor constante.

La movilidad, por otra parte, compórtase mejor. La responsibilidad es constante para $ka < 0,5$ y también constante para $ka > 5$, aunque con un valor mayor.

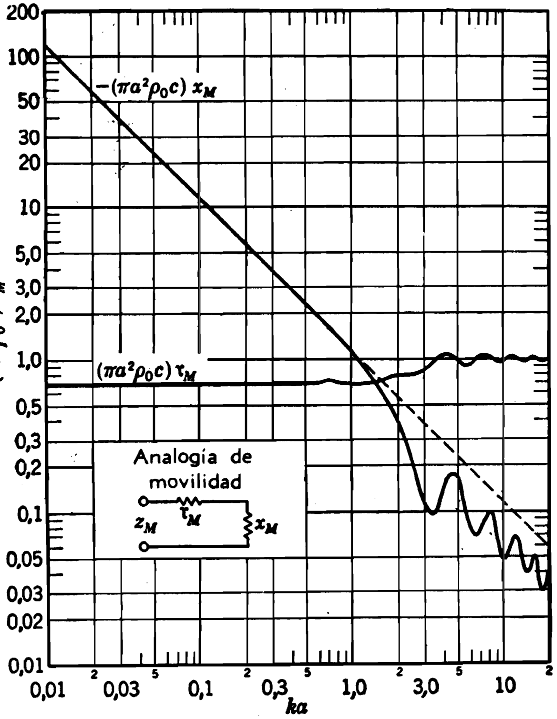


FIG. 5.4. Partes real e imaginaria de la movilidad mecánica normalizada ($\pi a^2 \varrho_0 c z_M$) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano de radio a montado en un sonodeflector plano infinito. La frecuencia se representa en escala normalizada, donde $ka = 2\pi f a/c = 2\pi a/\lambda$. La ordenada es también $z_A \varrho_0 c/\pi a^2$.

Circuitos análogos aproximados. El comportamiento que se acaba de observar sugiere que, excepto las ondulaciones de la curva para ka entre 1 y 5, es posible aproximar la impedancia y la movilidad de un pistón plano en un sonodeflector infinito, dentro de toda la gama de frecuencias, mediante los circuitos análogos de la Fig. 5.5. Estos circuitos dan las impedancias y las movilidades acústicas y mecánicas, siendo

$$R_{M2} = \pi a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS (newton-s/m)} \tag{5.6}$$

$$R_M = R_{M2} + R_{M1} = 128 a^2 \rho_0 c / 9\pi = 4{,}53 a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS} \tag{5.7}$$

$$R_{M1} = 1{,}386 a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS} \tag{5.8}$$

$$C_{M1} = 0{,}6 / a \rho_0 c^2 \text{ m/newton} \tag{5.9}$$

$$M_{M1} = 8 a^3 \rho_0 / 3 = 2{,}67 a^3 \rho_0 \text{ Kg} \tag{5.10}$$

$$r_{M2} = 1 / \pi a^2 \rho_0 c = 0{,}318 / a^2 \rho_0 c \text{ mohm mecánico MKS} \tag{5.11}$$

$$r_{M1} = 0{,}721 a^2 \rho_0 c \text{ mohm mecánico MKS} \tag{5.12}$$

$$R_{A2} = \rho_0 c / \pi a^2 = 0{,}318 \rho_0 c / a^2 \text{ ohm acústico MKS} \tag{5.13}$$

$$R_A = R_{A2} + R_{A1} = 128 \rho_0 c / 9\pi^3 a^2 = 0{,}459 \rho_0 c / a^2 \text{ ohm acústico MKS} \tag{5.14}$$

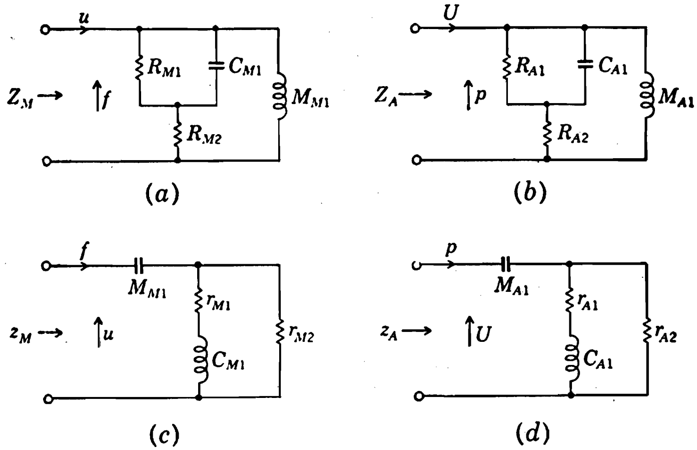
$$R_{A1} = 0{,}1404 \rho_0 c / a^2 \text{ ohm acústico MKS} \tag{5.15}$$

$$C_{A1} = 5{,}94 a^3 / \rho_0 c^2 \text{ m}^5\text{/newton} \tag{5.16}$$

$$M_{A1} = 8 \rho_0 / 3\pi^2 a = 0{,}27 \rho_0 / a \text{ Kg/m}^4 \tag{5.17}$$

$$r_{A2} = \pi a^2 / \rho_0 c \text{ mohm acústico MKS} \tag{5.18}$$

$$r_{A1} = 7{,}12 a^2 / \rho_0 c \text{ mohm acústico MKS} \tag{5.19}$$



(a) (b)

(c) (d)

Fig. 5.5. Impedancias y movilidades de radiación aproximadas para un pistón plano circular montado en un deflector infinito o en el extremo de un tubo largo para todos los valores de *ka*. (*a*) Analogía de impedancia mecánica; (*b*) analogía de impedancia acústica; (*c*) analogía de movilidad mecánica; (*d*) analogía de movilidad acústica.

Todas las constantes son adimensionales y se han elegido de manera de obtener la mayor aproximación posible a las funciones de las Figs. 5.3 y 5.4.

Aproximaciones de baja y alta frecuencia. Para las frecuencias bajas y las frecuencias altas, independientemente, estas funciones pueden ser aproximadas por medio de circuitos más simples, los dados en la última columna de la tabla 5.1.

Es evidente que cuando $ka < 0{,}5$, es decir, cuando la circunferencia del pistón $2\pi a$ es menor que media longitud de onda $\lambda/2$, la carga de impedancia presentada por el aire al pistón vibrante es la de una masa en paralelo con una resistencia muy grande. En otras palabras, $R^2 = (R_1 + R_2)^2$ es grande en comparación con $\omega^2 M_1{}^2$. En efecto, esta carga de impedancia puede ser imaginada como una capa de aire de igual área que el pistón y de espesor igual a 0,85 veces el radio del pistón, dado que

$$(\pi a^2)\,(0{,}85a)\rho_0 \doteq 2{,}67a^3\rho_0 = M_{M1}$$

En las frecuencias altas, $ka > 5$, la carga de aire compórtase exactamente como si el pistón estuviera conectado a un extremo de un tubo del mismo diámetro que el pistón, con el otro extremo del tubo perfectamente absorsor. Como lo expresa la Ec. (2.60), la resistencia mecánica de entrada de este tubo es $\pi a^2 \varrho_0 c$. Luego, intuitivamente, podría esperarse que el pistón rígido vibrante enfoque el haz sonoro hacia afuera según líneas perpendiculares a su superficie. Tal es de hecho el caso para el campo próximo. A mayores distancias, en cambio, la radiación (campo remoto) se desparrama, como hemos visto en el capítulo anterior.

5.3. Pistón circular plano en el extremo de un tubo largo.[5] La impedancia mecánica (newton-s/m) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano montado en el extremo de un tubo largo (ver Fig. 5.6) y que vibra sinusoidalmente está dada por una complicada expresión matemática que no hemos de reproducir.

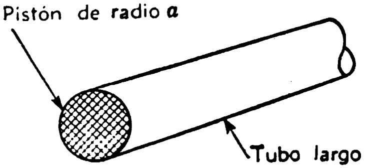


FIG. 5.6. Pistón vibrante en el extremo de un tubo largo.

En la Fig. 5.7 se muestran las gráficas de las partes real e imaginaria de la impedancia mecánica normalizada $Z_M/\pi a^2 \varrho_0 c$ en función de ka para un pistón montado de esta manera. En la Fig. 5.8 se dan gráficos similares para las partes imaginaria y real de la movilidad mecánica. Los datos de la Fig. 5.7 se utilizan en relación con las analogías de impedancia y los de la Fig. 5.8, en relación con las analogías de movilidad.

Con una aproximación razonable, la impedancia de radiación de un pistón en el extremo de un tubo largo puede representarse en toda la extensión de la gama de frecuencias por medio de los mismos circuitos análogos utilizados para el pistón en el sonodeflector infinito e ilustrados en la Fig. 5.5 y en los cuales los elementos son, ahora,

---

[5] H. LEVINE y J. SCHWINGER, On the Radiation of Sound from Unflanged Circular Pipe, *Phys. Rev.*, **73**: 383-406, 1948.

$$R_{M2} = \pi a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS} \tag{5.20}$$

$$R_M = R_{M2} + R_{M1} = 4\pi(0{,}6133)^2 a^2 \rho_0 c$$
$$= 4{,}73 a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS} \tag{5.21}$$

$$R_{M1} = 0{,}504 \pi a^2 \rho_0 c = 1{,}58 a^2 \rho_0 c \text{ ohm mecánico MKS} \tag{5.22}$$

$$C_{M1} = 0{,}55 / a \rho_0 c^2 \text{ m/newton} \tag{5.23}$$

$$M_{M1} = 0{,}6133 \pi a^3 \rho_0 = 1{,}927 a^3 \rho_0 \text{ Kg} \tag{5.24}$$

$$r_{M2} = 1/\pi a^2 \rho_0 c = 0{,}318 / a^2 \rho_0 c \text{ mohm mecánico MKS} \tag{5.25}$$

$$r_{M1} = 0{,}633 / a^2 \rho_0 c \text{ mohm mecánico MKS} \tag{5.26}$$

$$R_{A2} = \rho_0 c / \pi a^2 = 0{,}318 \rho_0 c / a^2 \text{ ohm acústico MKS} \tag{5.27}$$

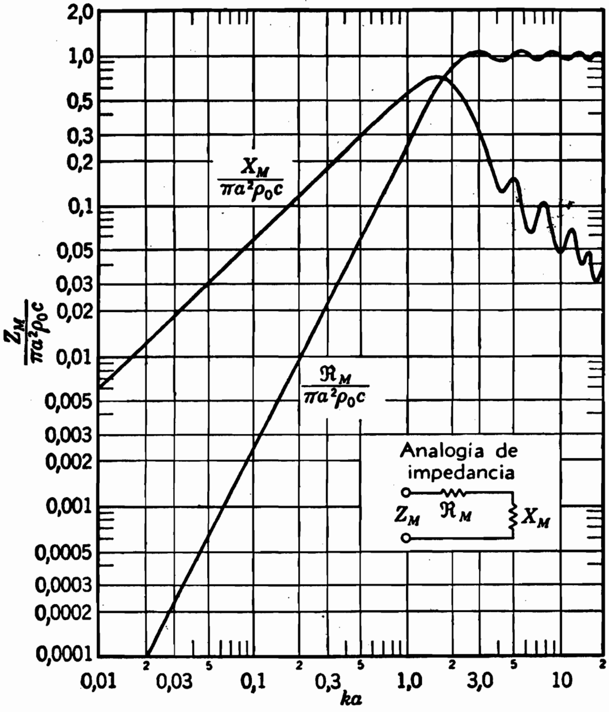
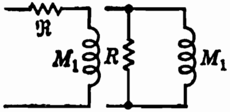
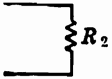
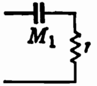
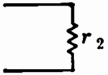


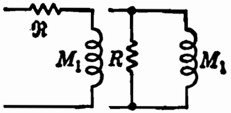
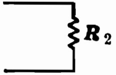
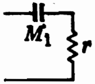
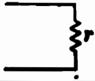
FIG. 5.7. Partes real e imaginaria de la impedancia mecánica normalizada ($Z_M/\pi a^2 \rho_0 c$) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano de radio a montado en el extremo de un tubo largo. La frecuencia se representa en una escala normalizada en la que $ka = 2\pi f a/c = 2\pi a/\lambda$. Obsérvese que la ordenada es $Z_A \pi a^2/\rho_0 c$, siendo Z_A la impedancia acústica.

TABLA 5.1. Impedancia y movilidad de radiación para una cara de un pistón plano en un sonodeflector infinito†

Impedancia	Mecánica	Acústica específica	Acústica	Circuitos análogos
	f = caída u = flujo	p = caída u = flujo	p = caída U = flujo	
$ka < 0{,}5$: Resistencia en serie, $\mathfrak{R}$ Resistencia en paralelo, R Masa, M_1	$\mathfrak{R}_M = 1{,}57\omega^2 a^4 \rho_0/c$ $R_M = 4{,}53a^2\rho_0 c$ $M_{M1} = 2{,}67a^3\rho_0$	$\mathfrak{R}_S = 0{,}5\omega^2 a^2\rho_0/c$ $R_S = 1{,}441\rho_0 c$ $M_{S1} = 0{,}849a\rho_0$	$\mathfrak{R}_A = 0{,}159\omega^2\rho_0/c$ $R_A = 0{,}459\rho_0 c/a^2$ $M_{A1} = 0{,}270\rho_0/a$	
$ka > 5$: Resistencia, R_2	$R_{M2} = \pi a^2\rho_0 c$	$R_{S2} = \rho_0 c$	$R_{A2} = \rho_0 c/\pi a^2$	
Movilidad	u = caída f = flujo	u = caída p = flujo	U = caída p = flujo	
$ka < 0{,}5$: Responsibilidad en serie, r Masa, M_1	$r_M = 0{,}221/a^2\rho_0 c$ $M_{M1} = 2{,}67a^3\rho_0$	$r_S = 0{,}694/\rho_0 c$ $M_{S1} = 0{,}849a\rho_0$	$r_A = 2{,}18a^2/\rho_0 c$ $M_{A1} = 0{,}270\rho_0/a$	
$ka > 5$: Responsibilidad, r_2	$r_{M2} = 1/\pi a^2\rho_0 c$	$r_{S2} = 1/\rho_0 c$	$r_{A2} = \pi a^2/\rho_0 c$	

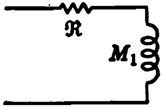
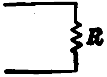
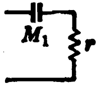
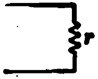
† Esta tabla da los valores de los elementos de los circuitos análogos en las regiones en que $ka < 0{,}5$ y $ka > 5{,}0$. Todas las constantes son adimensionales. Para la región comprendida entre los valores de ka 0,5 y 5,0 deben usarse los circuitos aproximados de la Fig. 5.5 o las curvas exactas de las Figs. 5.3 y 5.4.

TABLA 5.2. Impedancia y movilidad de radiación de la cara externa de un pistón plano en el extremo de un tubo largo †

Impedancia	Mecánica	Acústica específica	Acústica	Circuitos análogos
	f = caída u = flujo	p = caída u = flujo	p = caída U = flujo	
$ka < 0{,}5$: Resistencia en serie, $\mathfrak{R}$ Resistencia en paralelo, R Masa, M_1	$\mathfrak{R}_M = 0{,}7854\omega^2a^4\rho_0/c$ $R_M = 4{,}73a^2\rho_0c$ $M_{M1} = 1{,}927a^3\rho_0$	$\mathfrak{R}_S = 0{,}247\omega^2a^2\rho_0/c$ $R_S = 1{,}505\rho_0c$ $M_{S1} = 0{,}6133a\rho_0$	$\mathfrak{R}_A = 0{,}0796\omega^2\rho_0/c$ $R_A = 0{,}479\rho_0c/a^2$ $M_{A1} = 0{,}1952\rho_0/a$	
$ka > 5$: Resistencia, R_2	$R_{M2} = \pi a^2\rho_0c$	$R_{S2} = \rho_0c$	$R_{A2} = \rho_0c/\pi a^2$	
Movilidad	u = caída f = flujo	u = caída p = flujo	U = caída p = flujo	
$ka < 0{,}5$: Responsibilidad en serie, r Masa, M_1	$r_M = 0{,}2116/a^2\rho_0c$ $M_{M1} = 1{,}927a^3\rho_0$	$r_S = 0{,}665/\rho_0c$ $M_{S1} = 0{,}6133a\rho_0$	$r_A = 2{,}09a^2/\rho_0c$ $M_{A1} = 0{,}1952\rho_0/a$	
$ka > 5$: Responsibilidad, r_2	$r_{M2} = 1/\pi a^2\rho_0c$	$r_{S2} = 1/\rho_0c$	$r_{A2} = \pi a^2/\rho_0c$	

† Esta tabla da los valores de los elementos de los circuitos análogos para las regiones en que $ka < 0{,}5$ y $ka > 5{,}0$. Todas las constantes son adimensionales. Para la región entre 0,5 y 5,0 deben usarse los circuitos aproximados de la Fig. 5.5 ó las curvas exactas de las Figs. 5.7 y 5.8.

TABLA 5.3. Impedancia de radiación para las dos caras de un pistón circular plano en el espacio libre †

Impedancia	Mecánica	Acústica específica	Acústica	Circuitos análogos
	f = caída u = flujo	p = caída u = flujo	p = caída U = flujo	
$ka < 0{,}5$: Resistencia en serie, $\mathfrak{R}$ Masa (las dos caras del pistón), M_1	$\mathfrak{R}_M = 0{,}1886 a^6 \rho_0 \omega^4 / c^3$ $M_{M1} = 2{,}67 a^3 \rho_0$	$\mathfrak{R}_S = 0{,}0600 a^4 \rho_0 \omega^4 / c^3$ $M_{S1} = 0{,}850 a \rho_0$	$\mathfrak{R}_A = 0{,}01901 a^2 \rho_0 \omega^4 / c^3$ $M_{A1} = 0{,}2705 \rho_0 / a$	
$ka > 5$: Resistencia (las dos caras del pistón), R	$R_M = 2\pi a^2 \rho_0 c$	$R_S = 2\rho_0 c$	$R_A = 2\rho_0 c / \pi a^2$	
Movilidad	u = caída f = flujo	u = caída p = flujo	U = caída p = flujo	
$ka < 0{,}5$: Responsibilidad en serie, r Masa (las dos caras del pistón), M_1	$r_M = 0{,}0265 \omega^2 / \rho_0 c^3$ $M_{M1} = 2{,}67 a^3 \rho_0$	$r_S = 0{,}0832 \omega^2 a^2 / \rho_0 c^3$ $M_{S1} = 0{,}850 a \rho_0$	$r_A = 0{,}261 \omega^2 a^4 / \rho_0 c^3$ $M_{A1} = 0{,}2705 \rho_0 / a$	
$ka > 5$: Responsib. (las dos caras del pistón), r	$r_M = 1/2\pi a^2 \rho_0 c$	$r_S = 1/2\rho_0 c$	$r_A = \pi a^2 / 2\rho_0 c$	

† Esta tabla da los valores de los elementos de los circuitos análogos para las regiones en que $ka < 0{,}5$ y $ka > 5{,}0$. Todas las constantes son adimensionales. Para la región entre 0,5 y 5,0 deben utilizarse las curvas de la Fig. 5.9.

$$R_A = R_{A2} + R_{A1} = (4)\ (0{,}6133)^2\rho_0 c/\pi a^2$$
$$= 0{,}479\rho_0 c/a^2 \text{ ohm acústico MKS} \qquad (5.28)$$
$$R_{A1} = 0{,}504\rho_0 c/\pi a^2 = 0{,}1604\rho_0 c/a^2 \text{ ohm acústico MKS} \qquad (5.29)$$
$$C_{A1} = 5{,}44a^3/\rho_0 c^2 \text{ m}^5\text{/newton} \qquad (5.30)$$
$$M_{A1} = 0{,}1952\rho_0/a \text{ Kg/m}^4 \qquad (5.31)$$
$$r_{A2} = \pi a^2/\rho_0 c \text{ mohm acústico MKS} \qquad (5.32)$$
$$r_{A1} = 6{,}23a^2/\rho_0 c \text{ mohm acústico MKS} \qquad (5.33)$$

En las gamas de frecuencias en que $ka < 0{,}5$ y $ka > 5{,}0$, pueden usarse circuitos análogos de los tipos ilustrados en la tabla 5.2.

5.4. Disco plano circular libre.[6] Un disco en el espacio libre sin ninguna estructura alrededor es un modelo adecuado para representar un altavoz de radiación directa sin sonodeflector. No es posible en este

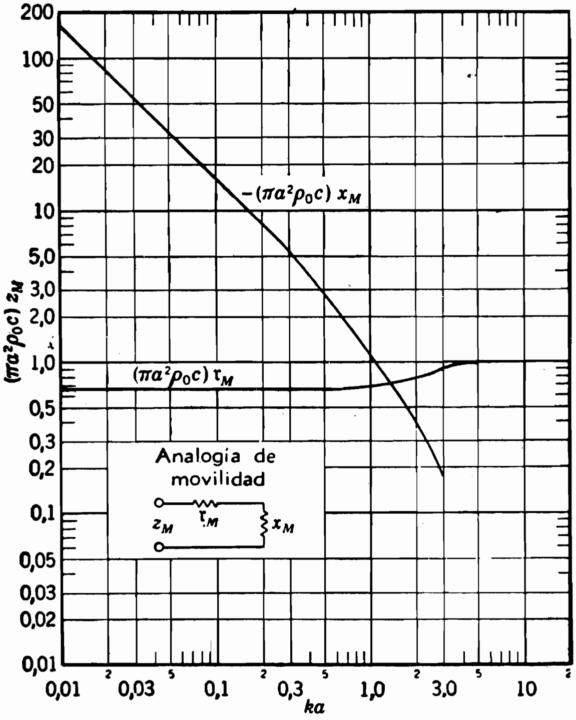


FIG. 5.8. Partes real e imaginaria de la movilidad mecánica normalizada ($\pi a^2 \varrho_0 c z_M$) de la carga de aire sobre una cara de un pistón plano de radio a montado en el extremo de un tubo largo. La frecuencia se representa en una escala normalizada, donde $ka = 2\pi f a/c = 2\pi a/\lambda$. Obsérvese también que la ordenada es igual a $z_A \varrho_0 c/\pi a^2$, siendo z_A la movilidad acústica.

---

[6] F. M. WIENER, On the Relation between the Sound Fields Radiated and Diffracted by Plane Obstacles (*J. Acoust. Soc. Amer.*, **23**: 697-700 (1951).

caso dibujar un simple circuito equivalente aproximadamente válido para todas las frecuencias, al estilo de los de la Fig. 5.5. Para las frecuencias muy bajas, sin embargo, es posible representar la impedancia por una combinación en serie de una masa y una resistencia dependiente de la frecuencia, como se ha hecho para el pistón con sonodeflector.

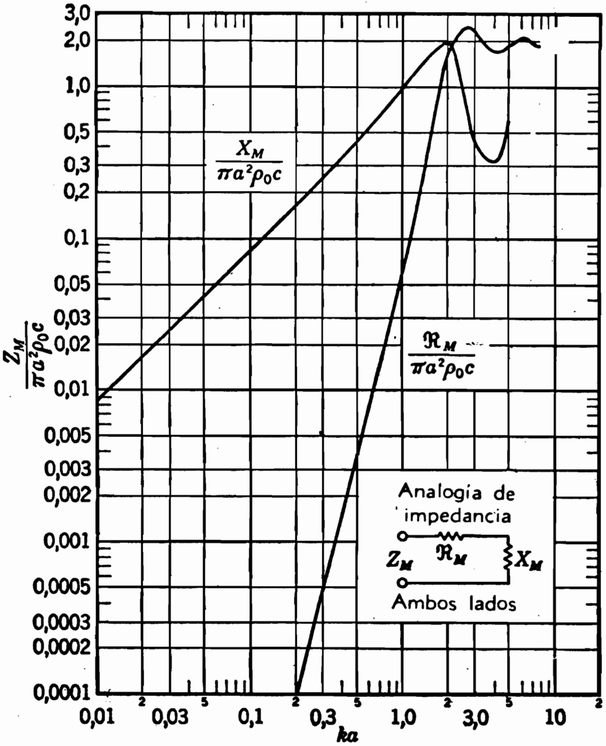


FIG. 5.9. Partes real e imaginaria de la impedancia mecánica normalizada ($Z_M/\pi a^2\varrho_0 c$) de la carga de aire sobre *las dos* caras de un pistón circular plano de radio *a* en el espacio libre. La frecuencia se representa en escala normalizada, siendo $ka = 2\pi f a/c = 2\pi a/\lambda$. Obsérvese que las ordenadas son también iguales a $Z_A\pi a^2/\varrho_0 c$, siendo Z_A la impedancia acústica normalizada.

En la Fig. 5.9 se representan gráficamente las partes real e imaginaria de la impedancia mecánica normalizada de carga *sobre las dos caras del disco*, $Z_M/\pi a^2\varrho_0 c$, en función de *ka*. Los datos de la Fig. 5.9 son aplicados con referencia a las analogías de impedancia. La movilidad compleja puede obtenerse como recíproca de la impedancia compleja.

En las gamas de frecuencias en que $ka < 0{,}5$ y $ka > 5{,}0$, pueden usarse circuitos análogos del tipo ilustrado en la tabla 5.3

PARTE XIII. *Elementos acústicos.*

5.5. Compliancias acústicas. *Tubo cerrado.* Con la Ec. (2.50) se ha mostrado que un tubo de cierta longitud cerrado rígidamente en un extremo y de radio en metro mayor que $0{,}05/\sqrt{f}$ y menor que $10/f$ tiene una impedancia acústica de entrada (en el extremo abierto)

$$Z_A = \frac{Z_s}{\pi a^2} = \frac{-j\rho_0 c}{\pi a^2} \operatorname{ctg} kl' \qquad (5.34)$$

donde Z_A = impedancia acústica en ohm MKS
Z_s = impedancia acústica específica en rayl MKS
a = radio del tubo en metro
l' = longitud del tubo en metro

Para valores de k no demasiado grandes, la cotangente puede ser reemplazada por los dos primeros términos de su desarrollo en serie equivalente

$$\operatorname{ctg} kl' = \frac{1}{kl'} - \frac{kl'}{3} - \frac{(kl')^3}{45} - \cdots \qquad (5.35)$$

La Ec. (5.34) deviene

$$Z_A \doteq -j\frac{1}{\omega(V/\rho_0 c^2)} + j\omega\frac{l'\rho_0}{3\pi a^2} \cdots \qquad (5.36)$$

donde $V = l'\pi a^2$ = volumen del aire en el tubo. La impedancia acústica Z_A es la combinación en serie de una masa acústica $(l'\varrho_0/3\pi a^2)$ y una compliancia acústica $(V/\varrho_0 c^2)$. La Ec. (5.36) es válida dentro del 5 por ciento para l' no mayor que aproximadamente $\lambda/7$.†

Si la impedancia de la cavidad se representa mediante la combinación de una masa acústica y de una compliancia acústica en serie como lo indica la Ec. (5.36), es posible una representación con un circuito de elementos concentrados hasta una longitud $l = \lambda/8$. En este caso la forma de la cavidad es importante, dado que la magnitud de la inductancia (masa acústica) depende de la relación $l/\pi a^2$, es decir, la longitud dividida por el área transversal. Esta combinación de masa y compliancia está ilustrada en la Fig. 5.11*a*.

Volumen cerrado. Si el segundo término de la Ec. (5.36) tiene una magnitud que es pequeña en comparación con el primer término, digamos del orden del 5 por ciento, podemos despreciarlo y escribir

$$Z_A = -j\frac{1}{\omega(V/\rho_0 c^2)} = -j\frac{1}{\omega C_A} \qquad (5.37a)$$

---

† En la Ec. (5.42) definimos la masa acústica de un tubo corto abierto como $M_A \equiv \varrho_0 l'/\pi a^2$. Por lo tanto, dentro de esta aproximación, la masa para un tubo cerrado es la tercera parte de la de un tubo abierto.

donde

$$C_A = \frac{V}{\rho_0 c^2} = \frac{V}{\gamma P_0} \tag{5.38}$$

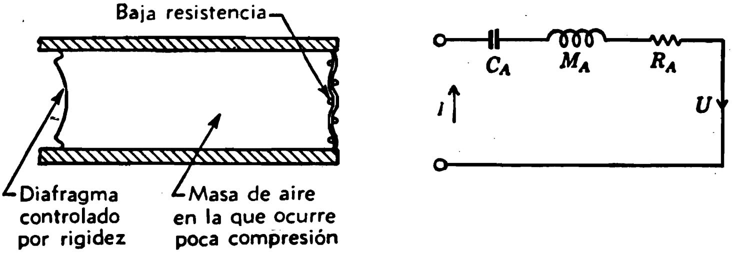
es una compliancia acústica en m^5/newton. La limitación de 5 por ciento impuesta significa que l' debe ser menor que $\lambda/16$, siendo λ la longitud de onda. Esta compliancia está ilustrada en la Fig. 5.11*b*. Para pistones bastante pequeños, siempre que la mayor dimensión de la cavidad no exceda de alrededor de un octavo de onda, la impedancia acústica presentada al pistón es

$$Z_A = -j\frac{1}{\omega(V/\gamma P_0)} + j\omega\frac{0{,}85\rho_0}{\pi a} \tag{5.37b}$$

Para que el segundo término sea despreciable dentro del 5 por ciento, $(a\lambda^2/V)$ debe ser mayor que alrededor de 200. Para pistones de tamaño intermedio, debe estudiarse la discusión expuesta en la página 217.

La compliancia acústica obtenida por compresión del aire en un volumen cerrado es un dispositivo de dos terminales como el de la Fig. 5.11*b*, *pero uno de los terminales debe estar siempre a "potencial de tierra"*. En otros términos, un terminal es el exterior del volumen cerrado y está normalmente a la presión atmosférica. Con tal disposición en el papel de compliancia acústica (ver Figs. 3.25 y 3.31 para ejemplos) no es posible jamás insertar una compliancia entre resistores o masas acústicas, como, por ejemplo, en las ramas superiores de la Fig. 3.32.

Diafragma controlado por rigidez. Para obtener una compliancia acústica del tipo "serie" debe usarse un diafragma o una membrana tensa. Los diafragmas y las membranas resuenan a diversas frecuencias, de modo que la gama de frecuencias dentro de la cual actúan como compliancias está restringida a la región inferior a la menor frecuencia de resonancia. La Fig. 5.10 muestra una combinación de compliancia, resistencia e inductancia acústicas.


Baja resistencia
Diafragma controlado por rigidez
Masa de aire en la que ocurre poca compresión
C_A
M_A
R_A
I
U

(*a*) (*b*)

FIG. 5.10. Ejemplo de una compliancia acústica en serie obtenida por medio de un diafragma controlado por rigidez.

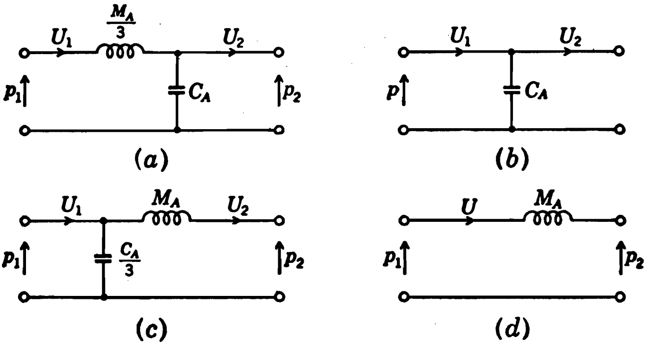


FIG. 5.11. Circuitos análogos aproximados para un tubo corto de mediano diámetro. (*a*) y (*b*) Circuitos para p_2/U_2 muy grande (extremo cerrado). (*c*) y (*d*) Circuitos usados cuando p_2/U_2 es muy pequeño (extremo abierto). Los circuitos (*a*) y (*c*) dan la impedancia dentro de aproximadamente el 5 por ciento cuando la longitud l' del tubo es menor que $\lambda/8$. Los circuitos (*b*) y (*d*) son válidos dentro de la misma aproximación para $l' < \lambda/16$.

Ejemplo 5.1. El anticuado porrón de la Fig. 5.12 se utiliza en una danza típica como instrumento musical. Se pide analizar su comportamiento acústico. Si las dimensiones internas del porrón son diámetro = 0,20 m y la altura de la cavidad de aire = 0,25 m, dar el circuito equivalente, los valores de los elementos y la impedancia acústica de la cavidad de aire del porrón a 50, 100 y 300 c/s. Suponer $T = 23°\text{C}$ y $P_0 = 10^5$ newton/m². (NOTA: La porción del cuello se discutirá más adelante en esta misma parte.)

Solución. La velocidad del sonido a 23°C es de alrededor de 340 m/s. Luego

$$\lambda_{50} = 6{,}8 \text{ m}$$
$$\lambda_{100} = 3{,}4 \text{ m}$$
$$\lambda_{300} = 1{,}133 \text{ m}$$

La longitud l del porrón es 0,25 m. Luego

$$l = 0{,}25 \text{ m} = \lambda_{50}/27{,}2 = \lambda_{100}/13{,}6 = \lambda_{300}/4{,}53$$

A 50/s, con $l/\lambda = 1/27{,}2$, la cavidad de aire del porrón puede ser representada por medio de la compliancia acústica.

$$C_A = \frac{V}{\gamma P_0} = \frac{7{,}85 \times 10^{-3}}{1{,}4 \times 10^5} = 5{,}61 \times 10^{-8} \text{ m}^5/\text{newton}$$

$$Z_A = -j \frac{10^3}{314 \times 5{,}61} = -j5{,}68 \times 10^4 \text{ ohm acústico MKS}$$

A 100 c/s, con $l/\lambda = 1/14$, la cavidad del porrón puede ser representada por una masa acústica en serie con una compliancia acústica:

[illegible]

$$M_A = \frac{l\rho_0}{3\pi a^2} = \frac{0{,}25 \times 1{,}19}{3\pi(0{,}10)^2} = 3{,}15 \text{ kg/m}^4$$

$$C_A = 5{,}61 \times 10^{-8} \text{ m}^5/\text{newton}$$

$$Z_A = j\left(628 \times 3 - \frac{10^8}{628 \times 5{,}61}\right) = -j2{,}66 \times 10^4$$

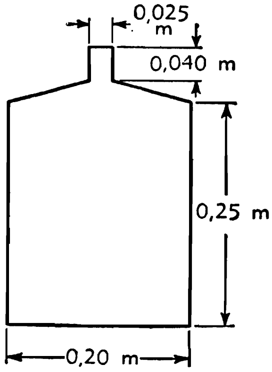


Fig. 5.12. Un porrón musical.

A 300 c/s, con $l/\lambda = 1/4{,}5$, la impedancia acústica de la cavidad del porrón debe calcularse directamente con la Ec. (5.34):

$$
\begin{aligned}
Z_A &= \frac{-j\rho_0 c}{\pi a^2}\operatorname{ctg} kl \\
&= \frac{-j(1{,}19 \times 340)}{\pi(0{,}10)^2}\operatorname{ctg}\frac{2\pi \times 300 \times 0{,}25}{340} \\
Z_A &= -j4{,}5 \times 10^3 \text{ ohm acústico MKS}
\end{aligned}
$$

5.6. Masa acústica (inertancia). Un tubo abierto en los dos extremos y con paredes rígidas se comporta como una masa acústica si es lo suficientemente corto como para que el aire se mueva en conjunto sin compresión apreciable. Al establecer las condiciones límites, se hace la hipótesis de que la presión sonora en el extremo abierto opuesto a la fuente es casi cero. Esta hipótesis sería cierta si no fuera por la impedancia de radiación en el extremo abierto, el que actúa de manera muy parecida a como lo hace un pistón que radia en el espacio libre. No obstante, esta impedancia es pequeña para los tubos de pequeño diámetro y actúa sólo de modo de prolongar ligeramente la longitud aparente del tubo. Por lo tanto, la impedancia de radiación puede agregarse como un factor de corrección.

Tubo de diámetro mediano. Para poder despreciar las pérdidas viscosas dentro del tubo, el radio de éste, a, en metro, no debe ser muy pequeño. Por otra parte, para poder despreciar las resonancias transversales en el tubo, el radio no debe ser demasiado grande. Las ecuaciones que siguen son válidas para un radio en metro mayor que alrededor de $0{,}05/\sqrt{f}$ y menor que alrededor de $10/f$. La solución de la ecuación unidimensional de onda de la Parte III, con la condición límite $p = 0$ para $x = l$, es decir en el extremo abierto, da

$$
Z_A = j\frac{\rho_0 c}{\pi a^2}\operatorname{tg} kl' \qquad (5.39)
$$

donde Z_A = impedancia acústica en ohm acústico MKS del tubo abierto de longitud l'

ρ_0 = densidad del gas en Kg/m³

c = velocidad del sonido en m/s

a = radio del tubo en m

k = número de onda = ω/c en m⁻¹

l' = longitud del tubo en m medido desde el extremo abierto del tubo hasta el plano en que se determina Z_A

Para pequeños valores de kl', la tangente puede ser reemplazada por los primeros términos de su desarrollo en serie:

$$\operatorname{tg} kl' = kl' + \frac{(kl')^3}{3} + \frac{2(kl')^5}{15} + \cdots \tag{5.40}$$

La Ec. (5.39) deviene

$$Z_A(l') \doteq j\omega \frac{\rho_0 l'}{\pi a^2} + j\, \frac{\omega^3 \rho_0 l'^3}{3\pi a^2 c^2} + \cdots \tag{5.41}$$

La Fig. 5.11*c* da un circuito equivalente válido dentro del 5 por ciento para la Ec. (5.41), dentro del rango de frecuencias para el cual $l' < \lambda/8$. En este circuito análogo,

$$M_A = \frac{\rho_0 l'}{\pi a^2} \tag{5.42}$$

y C_A está dada por la Ec. (5.38). La cantidad M_A es una masa acústica cuya unidad es el Kg/m⁴.

Para valores de $l' < \lambda/16$, el segundo término de la Ec. (5.41) es menor que el 5 por ciento del primero, de modo que

$$Z_A = j\omega \frac{\rho_0 l'}{\pi a^2} = j\omega M_A \tag{5.43}$$

El circuito equivalente para esta impedancia está dado por la Fig. 5.11*d*.

Correcciones de extremo. CORRECCIONES DE EXTREMO SI EL TUBO TERMINA EN UN SONODEFLECTOR INFINITO; TUBO CON PESTAÑA. La mayoría de las masas acústicas terminan en uno u otro extremo en el aire libre o en una cavidad mayor. Esto significa que hay que agregar una corrección a la longitud l' de más arriba si se quiere que el valor de M_A sea correcto cuando l' no es grande. La corrección es la impedancia dada en la tabla 5.1 para los circuitos correspondientes a $ka < 0{,}5$. Para el caso en que a es menor que $\lambda/25$, los circuitos de la tabla 5.1 redúcense simplemente a un elemento de magnitud M_{A1} [ver Ec. (5.17)]. Por lo tanto, la corrección de extremo de l' necesaria para cada extremo con deflector de un "tarugo" de aire en un tubo es

$$l'' = \frac{M_{A1}\pi a^2}{\rho_0} = \frac{0{,}27\rho_0}{a}\,\frac{\pi a^2}{\rho_0} \doteq 0{,}85a \qquad \text{metro} \qquad (5.44)$$

Así, la (5.42) deviene

$$M_A = \frac{\rho_0[l' + (2)l'']}{\pi a^2} \equiv \frac{\rho_0 l}{\pi a^2} \qquad \text{Kg/m}^4 \qquad (5.45)$$

donde la cantidad l es por definición igual a la longitud efectiva del tubo en m y es la suma de la longitud verdadera l' más la corrección o las correcciones de extremo l'' (ó $2l''$). La cifra 2 entre paréntesis se usa sólo en el caso en que el aire vibrante tiene sus dos extremos libres.

Si el tubo no es redondo, podemos escribir, en lugar de a, $\sqrt{S/\pi}$, siendo S el área transversal del tubo.

CORRECCIONES DE EXTREMO SI EL EXTREMO DEL TUBO ES LIBRE (TUBO SIN PESTAÑA) (ver Fig. 5.6). En este caso, la corrección para cada extremo libre de un tubo es la impedancia dada en la tabla 5.2 para los circuitos con $ka < 0{,}5$. Si a es menor que $\lambda/25$, el circuito de la tabla 5.2 redúcese simplemente a un elemento de magnitud M_{A1}, dada por la Ec. (5.31). Por lo tanto, la corrección de extremo l'' necesaria para cada extremo libre del tubo es

$$l'' = \frac{M_{A1}\pi a^2}{\rho_0} = \frac{0{,}1952\rho_0}{a}\,\frac{\pi a^2}{\rho_0} = 0{,}613a \qquad \text{m} \qquad (5.46)$$

Si el tubo no es redondo, a puede reemplazarse con $\sqrt{S/\pi}$, siendo S el área transversal del tubo. Se discutirán más adelante, en esta parte, los casos de elementos que combinan masa acústica y resistencia acústica.

Ejemplo 5.2. El porrón del ejemplo 5.1 tiene un cuello de 25 mm de diámetro y 40 mm de longitud (ver Fig. 5.12). ¿A qué frecuencia resuena el porrón?

Solución. Supongamos, primero, que la frecuencia de resonancia es tan baja que la longitud del cuello, l', es pequeña en comparación con $\lambda/16$. Luego, dado que el aire no está encerrado en el cuello, tendrá una masa acústica

$$M_A = \frac{\rho_0(l_e + 0{,}85a + 0{,}61a)}{\pi a^2}$$

$$= 1{,}19\left[\frac{0{,}040 + 1{,}46 \times 0{,}0125}{\pi(0{,}0125)^2}\right] = 140 \text{ Kg/m}^4$$

La velocidad de volumen en el cuello del porrón es la misma que la del aire que entra al interior de la cavidad. Luego, los dos elementos están en serie y resuenan a la frecuencia

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_A C_A}} = \frac{10^4}{2\pi\sqrt{140 \times 5{,}61}} \doteq 56 \text{ c/s}$$

5.7. Resistencias acústicas. Todo dispositivo en el que el flujo del gas ocurre en fase y en proporción directa con la presión aplicada, puede ser representado como una resistencia acústica pura. En otros términos, no hay energía almacenada (reactiva) asociada con el flujo. En los dispositivos acústicos empléanse cuatro formas principales de resistencia acústica: pantallas de malla fina hechas de metal o tela, tubos de pequeño calibre, ranuras angostas, y materiales acústicos porosos.

Las pantallas se usan a menudo en los trasductores acústicos a causa de su reducido coste, facilidad de control y selección en su fabricación, estabilidad satisfactoria, y pequeña reactancia inductiva asociada. Las ranuras se utilizan a menudo cuando se quiere una resistencia ajustable, condición que se satisface variando el ancho. Los tubos presentan el inconveniente de que, a menos de que su diámetro sea muy pequeño (condición en que la resistencia es muy elevada), tienen asociada una apreciable reactancia inductiva. Empero, los tubos son útiles cuando se quiere una combinación de resistencia y reactancia inductiva. Tales combinaciones se estudian más adelante. Los materiales acústicos fibrosos o porosos, las cerámicas porosas, y los metales "sinterizados" se emplean a menudo en las aplicaciones industriales y son mezclas de resistencia y masa. En las cuatro formas de resistencia acústica, los efectos friccionales que dan lugar a la resistencia ocurren del mismo modo.

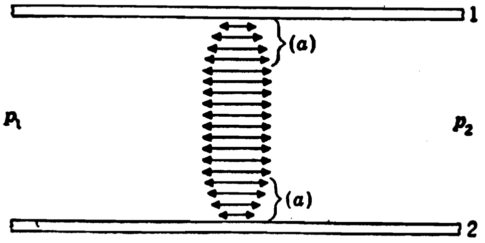


FIG. 5.13. Esquema que ilustra la disminución de la amplitud de vibración de las moléculas de gas en una onda sonora, cerca de una superficie. Con (*a*) se indican las regiones en que hay pérdida viscosa.

En la Fig. 5.13 vemos los lados opuestos 1 y 2 de una ranura, o tubo, o de una malla. Una diferencia de presión alterna ($p_2 - p_1$) da lugar a la vibración de las partículas de aire en el espacio comprendido entre 1 y 2. En 1 y 2, las partículas de aire en contacto con las superficies deben permanecer en reposo. A medio camino entre los dos lados ocurre la máxima amplitud. Hay pérdidas friccionales en un gas siempre que existan capas adyacentes que se mueven a diferentes velocidades. Por lo tanto, hay pérdidas friccionales en el ejemplo de la Fig. 5.13 cerca de cada una de las paredes, en las zonas marcadas (*a*). En un tubo, ranura, malla, o intersticio cualquiera, las pérdidas resultan apreciables cuando las regiones en que las capas adyacentes tienen diferentes velocidades se extienden a todo el espacio.

Pantallas (mallas). En la tabla 5.4 se indican las resistencias acústicas de una variedad de tipos de mallas fabricadas en los EE. UU. de

N. A. La resistencia acústica se obtiene dividiendo los valores de R_s dados en la tabla por el área de la malla considerada.

La resistencia de las mallas se determina por lo general experimentalmente y no por cálculo.

TABLA 5.4. Resistencia acústica específica de mallas de una sola capa.

Número de alambres por pulgada lineal	Diámetro aproximado del alambre, cm	R_S, rayl, o dina-s/cm³	R_S, rayl MKS o newton-s/m
30	0,033	0,567	5,67
50	0,022	0,588	5,88
100	0,0115	0,910	9,10
120	0,0092	1,35	13,5
200	0,0057	2,46	24,6

Tubo de muy pequeño diámetro[7] (*radio en metro, a* $< 0{,}002/\sqrt{f}$). La impedancia acústica de un tubo de *muy pequeño* diámetro, despreciando las correcciones de extremo, es

$$Z_A = \frac{8\eta l}{\pi a^4} + j\frac{4}{3}M_A\omega \qquad \text{newton-s/m}^5 \tag{5.48}$$

$$M_A = \frac{\rho_0 l}{\pi a^2} \qquad \text{Kg/m}^4 \tag{5.49}$$

donde η = coeficiente de viscosidad. Para el aire $\eta = 1{,}86 \times 10^{-5}$ newton-s/m² a 20°C y 0,76 m Hg. Esta cantidad varía con la temperatura, es decir, $\eta \propto T^{0,7}$, con T en °K

l = longitud del tubo en m

a = radio del tubo en m

M_A = masa acústica del aire en el tubo en Kg/m⁴

ϱ_0 = densidad del gas en Kg/m³

La impedancia mecánica de un tubo muy pequeño se halla multiplicando la Ec. (5.48) por $(\pi a^2)^2$, lo que da

$$Z_M = 8\pi\eta l + j^4/_3 M_M\omega \tag{5.50}$$

donde $M_M = \varrho_0 \pi a^2 l$ = masa del aire en el tubo, en Kg.

---

[7] LORD RAYLEIGH, "Theory of Sound", 2ª Ed. Vol. II, pp. 323-328, Macmillan & Co., Ltd., Londres, 1929. Ver también L. L. BERANEK, "Acoustic Measurements", pp. 187-186, John Wiley & Sons, Inc. Nueva York, 1949.

[8] I. B. CRANDALL, "Vibrating Systems and Sound", D. Van Nostrand Company, Inc., Nueva York, 1926.

Ranura delgada[8] ($t < 0{,}003/\sqrt{f}$, *en metro*). La impedancia acústica de una ranura muy delgada, despreciando las correcciones de extremo, es

$$Z_A = \frac{12\eta l}{t^3 w} + j\,\frac{6\rho_0 l\omega}{5wt} \quad \text{newton-s/m}^5 \tag{5.51}$$

donde l = longitud de la ranura en metro en la dirección de propagación de la onda (ver Fig. 5.14)
w = ancho de la ranura en metro vista según la dirección de propagación de la onda (ver Fig. 5.14)
t = espesor de la ranura en metro (ver Fig. 5.14)

La impedancia mecánica de una ranura muy estrecha se obtiene multiplicando la Ec. (5.51) por t^2w^2:

$$Z_M = \frac{12\eta lw}{t} + j\,\frac{6}{5}\,M_M\omega \tag{5.52}$$

donde $M_M = \varrho_0 lwt$ = masa del aire en la ranura, en Kg.

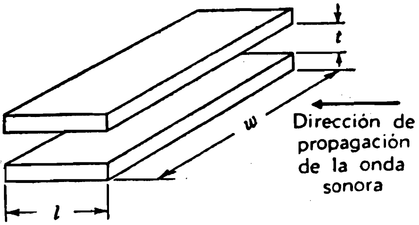


FIG. 5.14. Dimensiones de una ranura estrecha.

Ejemplo 5.3. Se desea una resistencia acústica de 1 ohm acústico como elemento amortiguador para un auricular. Elegir una pantalla y el diámetro de agujero necesario para obtener esta resistencia.

Solución. Dado que la resistencia es para un auricular, ella debe ser pequeña. Si elegimos una pantalla de 200 mallas por pulgada lineal (ver tabla 5.4), la resistencia acústica por unidad de área es de 2,46 rayl. Para obtener 1 ohm acústico, se necesita un área

$$S = \frac{1}{2{,}46} = 0{,}406 \text{ cm}^2$$

El diámetro d del agujero necesario para este área es

$$d = 2a = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0{,}72 \text{ cm}$$

5.8. Cavidad con orificios en las caras opuestas. Elemento de masa y compliancia combinadas. Un caso especial de elemento encontrado frecuentemente en los dispositivos acústicos y que conduce a menudo a confusión en su análisis es el ilustrado por la Fig. 5.15. Imaginemos que este elemento tiene forma de un cilindro hueco con una perforación axil de radio a. Cuando un flujo de aire de velocidad de volumen U_1 entra por la abertura 1, todas las partículas de aire que se encuentran en la vecindad de la abertura se mueven con la misma velocidad de volumen U_1. Parte de esta velocidad se pierde en comprimir el aire en el espacio cilíndrico 3, y parte aparece como un movimiento sin compresión del aire. Se ha puntualizado anteriormente que una porción de gas actuado por una presión sin desplazamiento de las partículas debe ser considerada como una compliancia.

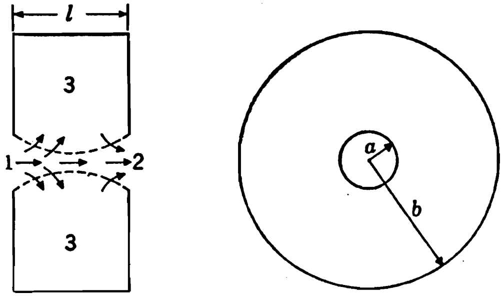


Fig. 5.15. Ejemplo de un elemento de masa y compliancia combinadas formada por una cavidad con orificios en las caras opuestas.

Por inspección de la Fig. 5.15, vemos que la porción encerrada aproximadamente por las líneas cortadas se mueve sin compresión apreciable y, por lo tanto, es una masa acústica. La porción de aire que está fuera de las líneas cortadas es, en cambio, una compliancia acústica. El circuito análogo del dispositivo es el de la Fig. 5.16. La velocidad de volumen U_1 que entra por la abertura 1 se divide en dos partes, una que comprime el aire (U_3) y la otra (U_2) que sale por la abertura 2. Mediante una juiciosa estimación podemos llegar al valor de M_A. Si la longitud l del cilindro es bastante grande y el volumen 3 es considerable, M_A es simplemente la corrección de extremo l'' de la Ec. (5.44). Si el volumen 3 es pequeño, M_A resulta ser la masa acústica de un tubo de radio a y longitud $l/2$. La compliancia acústica está determinada por el volumen de aire que está fuera de las líneas cortadas estimadas en la Fig. 5.15.

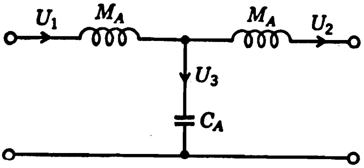


Fig. 5.16. Circuito análogo para el dispositivo de la Fig. 5.15.

5.9. Tubo de tamaño intermedio. Elemento de resistencia y masa combinadas[9] **(**a**, en metro,** $> 0{,}01/\sqrt{f}$ **y** $a < 10/f$**).** La impedancia acústica de un tubo de radio a (en metro) menor que $0{,}002/\sqrt{f}$ está dada por las Ecs. (5.48) y (5.49). Daremos aquí la impedancia acústica para un tubo cuyo radio (en metro) es mayor que $0{,}01/\sqrt{f}$, pero menor que $10/f$. Para un tubo cuyo radio está comprendido entre $0{,}002\sqrt{f}$ y $0{,}01/\sqrt{f}$ debe hacerse una interpolación. La impedancia acústica de este tubo de tamaño intermedio es

$$Z_A = R_A + j\omega M_A \qquad (5.53)$$

donde

$$R_A = \frac{1}{\pi a^2}\rho_0\sqrt{2\omega\mu}\left[\frac{l'}{a} + (2)\right] \quad \text{ohm acústico MKS} \qquad (5.54)$$

$$M_A = \frac{\rho_0[l' + (2)l'']}{\pi a^2} \quad \text{Kg/m}^4 \qquad (5.55)$$

a = radio del tubo en m

ρ_0 = densidad del aire en Kg/m^3.

μ = coeficiente cinemático de viscosidad. Para el aire a 20°C y 0,76 m Hg, $\mu = 1{,}56 \times 10^{-5}$ m^2/s. Esta cantidad varía aproximadamente con $T^{1,7}/P_0$, con T en °K y donde P_0 es la presión atmosférica

l' = longitud verdadera del tubo

l'' = corrección de extremo para el tubo. Está dada por la Ec. (5.44) si el tubo tiene pestaña, y por la Ec. (5.46) si el tubo no tiene pestaña. Las cifras 2 entre paréntesis en las Ecs. (5.54) y (5.55) deben usarse sólo cuando los dos extremos del tubo son libres. Si uno solo de los extremos es libre, el 2 debe ser reemplazado por 1

ω = frecuencia angular en radián/s

5.10. Hoja perforada. Elemento de resistencia y masa combinadas[9] **(**a **en metro** $> 0{,}01/\sqrt{f}$ **y** $a < 10/f$**).** Muchas veces, en acústica, se usa una hoja perforada como elemento acústico combinado. Supondremos una hoja perforada según las dimensiones indicadas en la Fig. 5.17 y agujeros cuyos centros están separados por una distancia mayor que el diámetro. Para este caso, la impedancia acústica de cada área b^2, es decir, de cada agujero, es

$$Z_A = R_A + j\omega M_A$$

---

[9] U. Ingard, "Scattering and Absorption by Acoustic Resonators", disertación doctoral, Massachusetts Institute of Technology, 1950, and *J. Acoust. Soc. Amer.*, **25**: 1044-1045 (1953).

donde

$$R_A = \frac{1}{\pi a^2}\rho_0\sqrt{2\omega\mu}\left[\frac{t}{a} + 2\left(1 - \frac{A_h}{A_b}\right)\right] \quad \text{ohm acústico MKS} \tag{5.56}$$

$$M_A = \frac{\rho_0}{\pi a^2}\left[t + 1{,}7a\left(1 - \frac{a}{b}\right)\right] \tag{5.57}$$

$A_h = \pi a^2 =$ área del agujero en m^2
$A_b = b^2 =$ área alrededor de cada agujero en m^2
$t =$ espesor de la hoja en m

Si hay n agujeros, la impedancia acústica es aproximadamente igual a $1/n$ veces la impedancia de cada agujero.

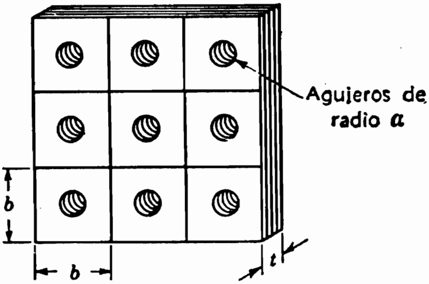


FIG. 5.17. Hoja delgada perforada con agujeros de radio a y longitud t, con distancia b entre centros.

Si este elemento de resistencia y masa se usa con una compliancia para formar un circuito resonante, estaremos a menudo interesados en la relación que existe entre la frecuencia de resonancia ω_0 y el ancho de banda angular w (radián por segundo) medido entre los puntos de potencia mitad. Esta relación es el "Q" del circuito y constituye una medida de la agudeza de la curva de resonancia.

El "Q_A" de una hoja perforada que se usa con una compliancia de manera de producir la resonancia en la frecuencia angular ω_0 es

$$Q_A = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} = \sqrt{\frac{\omega_0}{2\mu}}\,a\,\frac{t + 1{,}7a\,[1 - (a/b)]}{t + 2a\,[1 - (\pi a^2/b^2)]} \tag{5.58}$$

El Q_A es independiente del número de agujeros de la hoja. Repetimos que estas fórmulas son válidas para los casos en que los centros de los agujeros están separados por una distancia mayor que el diámetro.

5.11. Trasformadores acústicos. Como ocurre con los demás elementos acústicos, no existe una configuración de materiales que actúe como un trasformador "concentrado" dentro de una banda extensa de frecuencias. Además, lo que parece ser un trasformador acústico cuando las impedancias se expresan como mecánicas, puede no parecerlo cuando las impedancias se expresan como acústicas, y viceversa. Como ejemplo de esta situación, investiguemos el caso de una simple discontinuidad en un caño que conduce una onda sonora.

Juntura de dos caños de distintas áreas. El empalme de dos caños de distintas áreas es equivalente a una discontinuidad en el área transversal de un único caño (ver Fig. 5.18*a*). Si suponemos que el diámetro del tubo de más calibre es menor que λ/16, podemos escribir las siguientes ecuaciones para relacionar la presión y las velocidades de volumen en el empalme:

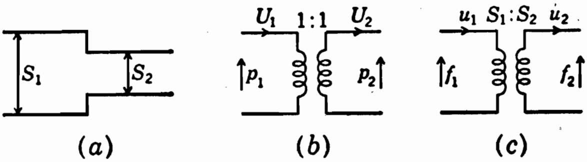


FIG. 5.18. (*a*) Discontinuidad simple entre dos caños. (*b*) Representación de (*a*) como trasductor de impedancias acústicas; dado que la relación de transformación es la unidad, no se necesita un transformador. (*c*) Representación de (*a*) como trasductor de impedancias mecánicas.

$$p_1 = p_2 \tag{5.59}$$

$$U_1 = U_2 \tag{5.60}$$

La Ec. (5.59) expresa que la presión sonora es la misma a ambos lados de la juntura. La Ec. (5.60) expresa que la velocidad de volumen del aire que deja un caño es igual a la del que entra en el otro. La relación de trasformación para las impedancias acústicas es la unidad, de manera que no se necesita un trasformador en el circuito análogo.

En el caso de un circuito análogo con elementos *mecánicos* concentrados, la discontinuidad aparece como un trasformador de relación de vueltas $S_1:S_2$ puesto que, según la Ec. (5.59),

$$\frac{f_1}{S_1} = \frac{f_2}{S_2} \tag{5.61}$$

y, por la Ec. (5.60),

$$u_1S_1 = u_2S_2 \tag{5.62}$$

donde f_1 y f_2 son las fuerzas a ambos lados de la juntura, y u_1 y u_2, las velocidades medias de las partículas en las áreas S_1 y S_2. Tenemos

$$f_1 = \frac{S_1}{S_2} f_2 \tag{5.63}$$

y

$$u_2 = \frac{S_1}{S_2} u_1 \tag{5.64}$$

de modo que

$$Z_{M1} = \frac{f_1}{u_1} = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{f_2}{u_2} = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 Z_{M2} \tag{5.65}$$

Necesítase en este caso un transformador en el circuito análogo, Fig. 5.18*c*.

Debe observarse que esta discontinuidad simple devuelve una onda reflejada hacia la fuente. Hemos visto en la Parte IV que para que no haya onda reflejada la impedancia acústica específica del segundo tubo (p_2u_2) debe ser igual a la del primero (p_1/u_1). Esto sólo es posible si $S_1 = S_2$, esto es, si no hay discontinuidad.

Para hallar la magnitud y la fase de la onda reflejada en el primer tubo como consecuencia de la discontinuidad, aprovecharemos material de la Parte IV. Supongamos que la discontinuidad ocurre en $x = 0$. La impedancia acústica específica del primer tubo es

$$Z_{S1} = \frac{p_1}{u_1} \tag{5.66}$$

Si el segundo tubo es infinitamente largo, su impedancia acústica específica en el empalme es

$$Z_{S2} = \frac{p_2}{u_2} = \rho_0 c \tag{5.67}$$

[ver Ec. (2.60)]. La impedancia Z_{S1} en la juntura es, por las Ecs (5.59) y (5.64),

$$Z_{S1} = \frac{p_1}{\dfrac{S_2 u_2}{S_1}} = \frac{p_2}{\dfrac{S_2 u_2}{S_1}} \tag{5.68}$$

Por las Ecs. (5.67) y (5.68),

$$Z_{S1} = \frac{S_1}{S_2} \rho_0 c \tag{5.69}$$

Usando las Ecs. (2.37) y (2.58), poniendo $x = 0$, podemos despejar el valor eficaz p_- en función de la onda incidente p_+ :

$$p_1 = p_+ + p_- \tag{5.70}$$

$$u_1 = \frac{1}{\rho_0 c}(p_+ - p_-) \tag{5.71}$$

$$\frac{p_1}{u_1} = \frac{S_1}{S_2}\rho_0 c = \rho_0 c \frac{p_+ + p_-}{p_+ - p_-} \tag{5.72}$$

$$p_- = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} p_+ \tag{5.73}$$

La presión sonora p_T de la onda transmitida en el segundo tubo en el punto de empalme debe ser igual a la presión sonora en el mismo punto del primer tubo,

$$p_T = p_+ + p_- \tag{5.74}$$

de modo que

$$p_T = \frac{2S_1}{S_1 + S_2} p_+ \tag{5.75}$$

Si S_1 es igual a S_2, no hay onda reflejada p_- y entonces $p_+ = p_T$. Obsérvese también que si S_2 tiende a cero, este caso corresponde al de la terminación rígida en la juntura. Para este caso,

$$p_- = p_+ \tag{5.76}$$

y

$$p_+ + p_- = 2p_+ \tag{5.77}$$

Esta ecuación ilustra el caso frecuentemente mencionado de *duplicación de la presión*. Es decir, cuando una onda sonora plana es reflejada por una superficie rígida, la presión sonora en ésta es el doble de la de la onda incidente.

Dos caños de distintas áreas unidas por un conector exponencial[10]. Para unir dos caños de distintas áreas puede usarse un conector exponencial. Este conector (ver Fig. 5.19) actúa como una discontinuidad simple cuando su longitud es pequeña en comparación con el largo de onda y como un transformador para las impedancias *acústicas* cuando su longitud es mayor que media longitud de onda. Si el segundo tubo es infinitamente largo, para $x = l$ (ver Fig. 5.19),

$$\frac{p_2}{u_2} = \rho_0 c \tag{5.78}$$

---

[10] H. F. OLSON, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed., pp. 109-111, D. Van Nostrand Company, Inc., Nueva York, 1947.

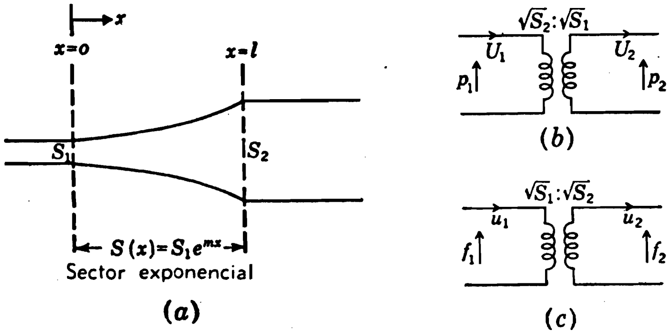


FIG. 5.19. (*a*) Conector exponencial entre dos caños. (*b*) Representación para alta frecuencia de (*a*) por medio de un transformador de impedancias acústicas (*c*) Representación para alta frecuencia usando un transformador de impedancias mecánicas.

Si el área transversal del conector exponencial está dada por

$$S(x) = S_1 e^{mx} \tag{5.79}$$

y la longitud del conector es l, la impedancia acústica específica en $x = 0$ es

$$Z_{S1} = \frac{p_1}{u_1} = \rho_0 c \frac{\cos(bl + \theta) + j \operatorname{sen}(bl)}{\cos(bl - \theta) + j \operatorname{sen}(bl)} \tag{5.80}$$

donde $b = \frac{1}{2}\sqrt{(4\omega^2/c^2) - m^2}$ en m^{-1}

m = constante de acampanamiento en m^{-1} [ver Ec. (5.79)]

$\theta = \operatorname{tg}^{-1}(m/2b)$

c = velocidad del sonido en m/s

l = longitud del conector exponencial en m

ϱ_0 = densidad del aire en Kg/m^3

Para las frecuencias bajas (b imaginaria y λ/l grande)

$$\frac{p_1}{U_1} = \frac{p_2}{U_2} \quad \text{o} \quad Z_{A1} = Z_{A2} \tag{5.81}$$

y para las frecuencias altas (b real y $l/\lambda > 1$)

$$\frac{p_1}{u_1} = \frac{p_2}{u_2} \tag{5.82}$$

o

$$Z_{A1} = \frac{S_2}{S_1} Z_{A2} \tag{5.83}$$

En las frecuencias intermedias el transformador introduce un desplazamiento de fase y la relación de transformación varía entre los límites expresados por las dos ecuaciones anteriores.

La relación de transformación de impedancias acústicas para las frecuencias altas resulta ser, por la Ec. (5.83), igual a $\sqrt{S_2/S_1}$ (ver Fig. 5.19*b*). Es decir,

$$Z_{A1} = \left(\sqrt{\frac{S_2}{S_1}}\right)^2 Z_{A2} \tag{5.84}$$

Para las impedancias mecánicas en las frecuencias altas, la relación de trasformación, según la Ec. (5.83), es $\sqrt{S_1/S_2}$ (ver Fig. 5.19*c*). Es decir,

$$Z_{M1} = \left(\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}\right)^2 Z_{M2}$$

Ejemplo 5.4. Se desea hacer resonar una caja de alta voz del tipo reflector de bajos (bass-reflex) a 100 c/s haciéndole cierto número de agujeros. La caja tiene un volumen de 28,3 dm3 y paredes de 12,5 mm de espesor. Determinar el tamaño y número de agujeros necesarios, suponiendo $Q_A = 4$ y una relación de diámetro de agujero a distancia entre centros de 0,5.

Solución. Según la Ec. (5.58), tenemos, aproximadamente,

$$Q_A \doteq \frac{a\sqrt{\omega_0}}{\sqrt{2 \times 1{,}56 \times 10^{-5}}}$$

$$a = \frac{4 \times 0{,}00395 \times \sqrt{2}}{\sqrt{628}} = 0{,}000893 \text{ m}$$

La reactancia de la caja en resonancia es

$$X_B = \frac{1}{\omega_0 C_A} = \frac{\gamma P_0}{628V} \doteq \frac{1{,}4 \times 10^5}{628 \times 0{,}0283} = 7880 \text{ ohm acústico MKS}$$

La masa acústica deseada de los agujeros es

$$M_A = \frac{X_B}{\omega_0} = \frac{7880}{628} = 12{,}55 \text{ Kg/m}^4$$

Si hay n agujeros, la masa acústica de cada agujero es

$$nM_A = n(12{,}55) \text{ Kg/m}^4$$

Por la Ec. (5.57)

$$n(12{,}55) = \frac{1{,}18}{\pi(0{,}000893)^2}\,[0{,}0125 + (0{,}00152)\,(0{,}75)]$$

$$n = \frac{(1{,}18)\,(0{,}0137)}{\pi(12{,}55)\,(8 \times 10)^{-7}} \doteq 510 \text{ agujeros}$$

Ejemplo. 5.5. Diseñar un filtro de onda de una sección en T, del tipo de k constante, con una frecuencia de corte de 100 c/s y una impedancia de diseño de 10^3 ohm acústico MKS.

Solución. Una sección T de este tipo es la ilustrada en las Figs. 5.15 y 5.16, excepto que las masas acústicas se reducen a $M_A/2$ en cada rama, ya que M_A debe servir como masa acústica para la sección en cuestión y para la sección adyacente. Por definición, la frecuencia de corte es

$$f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{M_A C_A}}$$

La impedancia de diseño es

$$R_0 = \sqrt{\frac{M_A}{C_A}}$$

De estas dos ecuaciones pueden despejarse C_A y M_A.

$$\begin{aligned} M_A &= \frac{1}{\pi^2 f_0^2 C_A} \\ &= C_A R_0^2 \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} C_A &= \frac{1}{\pi f_0 R_0} \\ &= \frac{1}{\pi \times 100 \times 10^3} = 3{,}18 \times 10^{-6}\ \text{m}^5/\text{newton} \\ M_A &= 3{,}18 \times 10^{-6} \times 10^3 = 3{,}18\ \text{kg/m}^4 \end{aligned}$$

Según el Ap. 5.8 y la Ec. (5.55), con $l' = 0$, obtenemos el tamaño del agujero en el dispositivo de la Fig. 5.15:

$$M_A = \frac{\rho_0(0{,}85a)}{\pi a^2}$$

$$\frac{(1{,}7)\ (1{,}18)}{\pi a} = 3{,}18$$

$$a = 0{,}2\ \text{m}$$

El diámetro del agujero es 0,4 m. El volumen de la cavidad es

$$\begin{aligned} V = C\gamma P_0 &= 1{,}4 \times 3{,}18 \times 10^{-6} \times 10^5 \\ &= 0{,}445\ \text{m}^3 \end{aligned}$$

Quedan así determinados los elementos para la sección T.

CAPÍTULO 6

MICRÓFONOS

PARTE XIV. *Características generales de los micrófonos.*

Los micrófonos son trasductores electroacústicos que sirven para convertir la energía acústica en energía eléctrica. Cumplen dos propósitos principales. Primero, se usan para convertir la música y la palabra en señales eléctricas para su transmisión, transformación y reproducción posterior. Segundo, sirven como instrumentos de medición, convirtiendo las señales acústicas en corrientes eléctricas que pueden medirse por medio de instrumentos indicadores. En algunas aplicaciones, por ejemplo el teléfono, la elevada salida eléctrica, el bajo coste y la durabilidad son características mucho más importantes que la fidelidad de reproducción. En otras aplicaciones, el tamaño reducido y la alta fidelidad son de mayor importancia que la alta sensibilidad y el bajo coste. En las aplicaciones para la medición, se puede estar interesado en la medición de la presión o de la velocidad de las partículas. En algunas aplicaciones, los micrófonos deben soportar grandes variaciones de temperatura y presión sin cambio apreciable de sus características.

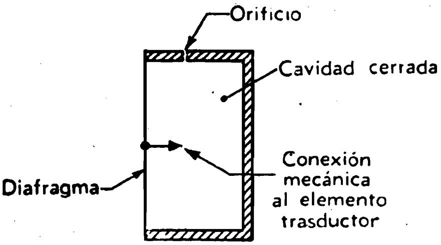


FIG. 6.1. Esquema de un micrófono actuado por la presión y consistente en un recinto rígido sobre uno de cuyos lados se extiende un diafragma flexible conectado al elemento trasductor.

Para todas estas aplicaciones se ha desarrollado una amplia variedad de micrófonos. Para los fines de su discusión, se los ha agrupado en esta parte en tres grandes clases, dentro de cada una de las cuales hay muchas variantes de construcción. Las clases son:

1. Micrófonos de presión.
2. Micrófonos de gradiente de presión.
3. Combinaciones de las dos clases anteriores.

En esta parte hemos de describir las características distintivas de cada clase. En las dos partes siguientes nos ocuparemos detalladamente de algunos ejemplos de cada clase, con trasductores de tipo electromagnético, electrostático y piezoeléctrico.

6.1. Micrófonos de presión. Micrófono de presión es el que responde a las variaciones de presión sonora. Es un ejemplo común el formado por un diafragma flexible que termina por una de sus caras en una cavidad cerrada (ver Fig. 6.1). Un fino agujero practicado a través de la pared de la cavidad sirve para mantener la presión media dentro de la cavidad igual a la presión atmosférica. Empero, los cambios rápidos de presión, como los producidos por una onda sonora, hacen que el diafragma se mueva hacia adentro o afuera.

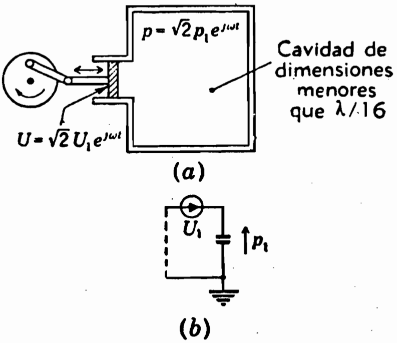

$p = \sqrt{2}p_1e^{j\omega t}$
Cavidad de dimensiones menores que λ/16
$U = \sqrt{2}U_1e^{j\omega t}$
(a)
U_1
p_1
(b)

FIG. 6.2. Esquema de una cámara de presión.

Si un micrófono de presión se coloca dentro de una pequeña caja dentro de la cual se hace variar la presión, como se ve en la Fig. 6.2, la tensión de salida será la misma independientemente de la posición del micrófono dentro de la caja. Por otra parte, si un micrófono de presión se coloca en las posiciones sucesivas 1, 2, 3 y 4, de la Fig. 6.3*a*, responderá diferentemente en cada uno de estos puntos por las razones

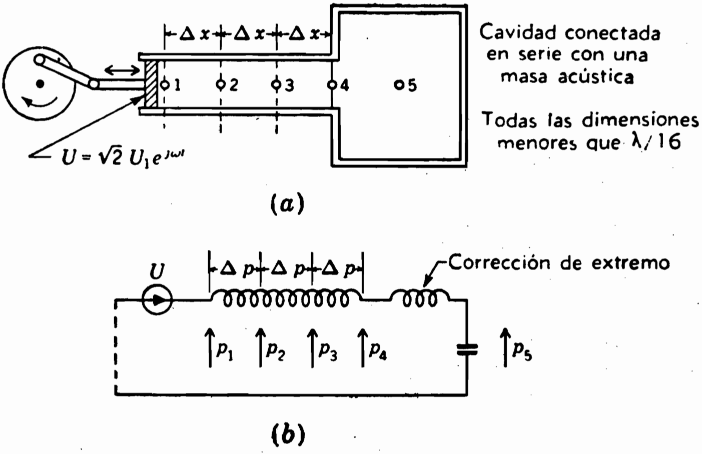

Δx
Δx
Δx
1
2
3
4
5
Cavidad conectada en serie con una masa acústica
Todas las dimensiones menores que λ/16
$U = \sqrt{2}U_1e^{j\omega t}$
(a)
U
Δp
Δp
Δp
Corrección de extremo
p_1
p_2
p_3
p_4
p_5
(b)

FIG. 6.3. Esquema de una disposición en la que se produce un gradiente de presión.

que se patentizan en la Fig. 6.3*b*. Las caídas de presión p_1, p_2, p_3 y p_4 son distintas y difieren en la cantidad Δp si el espaciado Δx es constante.

Si un micrófono de presión se coloca en el campo de una onda sonora plana de intensidad constante I (watt por unidad de área en el plano del frente de onda), la fuerza que tiende a mover el diafragma es independiente de la frecuencia, por cuanto $p = \sqrt{I\rho_0 c}$ [ver Ec. (2.88)].

6.2. Micrófonos de gradiente de presión. Micrófono de gradiente de presión es el que responde a una diferencia de presión entre dos puntos separados por una distancia muy pequeña. Un ejemplo común de este tipo de micrófono posee un diafragma cuyas caras están expuestas a la onda sonora. Esta construcción está ilustrada en la Fig. 6.4.

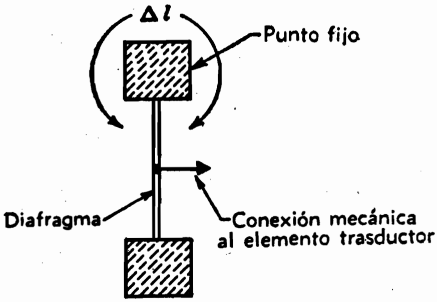


FIG. 6.4. Esquema de un micrófono de gradiente de presión formado por un diafragma móvil, cuyas dos caras están expuestas a la onda sonora, conectado al elemento trasductor.

Si un micrófono de gradiente de presión se coloca en la caja de la Fig. 6.2*a*, no hay fuerza neta actuante sobre el diafragma y el movimiento de éste es nulo. Esto se debe a que no hay gradiente de presión en la caja. En cambio, si un micrófono de gradiente de presión se coloca en las posiciones sucesivas indicadas en la Fig. 6.3*a*, produce una tensión de salida proporcional al gradiente de presión $\Delta p/\Delta x$. En otros términos, si Δx es la misma para todos los puntos sucesivos, la salida del micrófono es independiente de la posición que ocupa de las cuatro marcadas en la Fig. 6.3*a*.

Si un micrófono de gradiente de presión muy pequeño se dispone en el campo de una onda sonora que se propaga en la dirección del eje de las x, la fuerza eficaz compleja f_D que tiende a mover el diafragma viene a ser

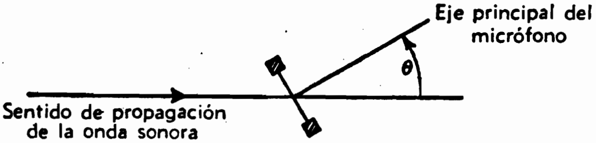

Eje principal del micrófono
θ
Sentido de propagación de la onda sonora

FIG. 6.5. Micrófono de gradiente de presión con su eje principal formando el ángulo θ con la dirección de propagación de la onda sonora.

$$f_D = -S \frac{\partial p}{\partial x} \Delta l \cos \theta \qquad (6.1)$$

donde p = presión sonora eficaz

$\frac{\partial p}{\partial x}\cos\theta$ = componente del gradiente de presión según x que actúa a través de las caras del diafragma

θ = ángulo que la normal al diafragma forma con la dirección de propagación (ver Fig. 6.5)

Δl = distancia efectiva entre las dos caras del diafragma (ver Fig. 6.4)

S = área del diafragma

La ecuación de una onda sonora plana progresiva se ha dado ya [ver Ec. (2.57)] y es

$$p = p_0 e^{-jkx} \tag{6.2}$$

donde $k = \omega/c$

p_0 = presión eficaz en $x = 0$

Si suponemos que la introducción del micrófono en el campo sonoro no afecta al gradiente de presión, podemos introducir la Ec. (6.2) en la (6.1) para obtener así

$$f_D = \frac{jp_0\omega S\,\Delta l\cos\theta}{c}e^{-jkx} \tag{6.3}$$

La magnitud de la fuerza en un punto cualquiera x es

$$|f_D| = \frac{|p|\omega S\,\Delta l\cos\theta}{c} \tag{6.4}$$

Debe recordarse [ver Ec. (2.4)] que en el estado estacionario el gradiente es proporcional a $j\omega\rho_0$ veces la componente de la velocidad de las partículas según la dirección en que se toma el gradiente. La fuerza f_D es, por lo tanto, proporcional a la velocidad de las partículas en cada frecuencia. La inspección de la Fig. 6.5 es suficiente para convencernos de que la fuerza es cero cuando $\theta = 90°$, dado que las condiciones de simetría exigen que la presión sea la misma sobre las dos caras del diafragma. En la Ec. (6.4) puede apreciarse también que la fuerza efectiva que actúa sobre el diafragma es proporcional a la frecuencia y al valor eficaz de la presión sonora.

En coordenadas esféricas, para los micrófonos cuyas dimensiones son pequeñas en comparación con r, la Ec. (6.1) deviene

$$f_D = -S\frac{\partial p}{\partial r}\Delta l\cos\theta \tag{6.5}$$

La ecuación de la onda esférica es, según la Ec. (2.62),

$$p = \frac{A_0}{r}e^{-jkr} \tag{6.6}$$

Introduciendo la Ec. (6.6) en la (6.5) obtiénese

$$f_D = \frac{A_0(1 + jkr)}{r^2} e^{-jkr} S(\Delta l \cos \theta) \tag{6.7}$$

de donde

$$|f_D|_{\text{rms}} = \frac{|p|\omega S \, \Delta l \cos \theta}{c} \, \frac{\sqrt{1 + k^2r^2}}{kr} \tag{6.8}$$

Sin embargo, en la Ec. (2.60) vèmos que en una onda plana la velocidad eficaz está relacionada a la presión eficaz por

$$|u| = \frac{|p|}{\rho_0 c} \tag{6.9}$$

y en una onda esférica [Ec. (2.64)],

$$|u| = \frac{|p|}{\rho_0 c} \, \frac{\sqrt{1 + k^2r^2}}{kr} \tag{6.10}$$

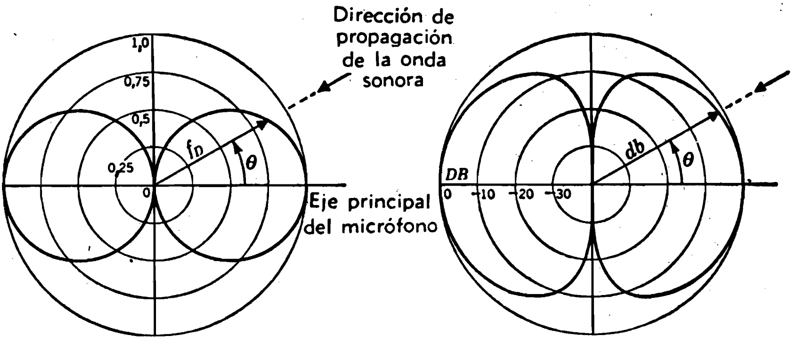
donde $|u|$ es la velocidad eficaz de las partículas en la dirección de propagación de la onda sonora. Por lo tanto, las Ecs. (6.4) y (6.8) devienen

$$|f_D| = |u|\omega\rho_0 S \, \Delta l \cos \theta \tag{6.11}$$

En otros términos, la fuerza eficaz f_D que actúa sobre el diafragma de un micrófono de gradiente de presión es directamente proporcional a la velocidad de las partículas en la dirección de propagación de la onda, a la frecuencia, a la densidad del aire, al área del diafragma, y al coseno del ángulo que la normal al diafragma forma con la dirección de propagación de la onda sonora. Esta proposición es cierta para cualquier tipo de frente de onda, plana, esférica, cilíndrica, u otra cualquiera, siempre que el micrófono sea pequeño en la medida suficiente para no perturbar la onda sonora.

Para una frecuencia cualquiera, la respuesta del micrófono es proporcional a cos θ, lo que da lugar a la característica direccional ilustrada en la Fig. 6.6*a*. En la Fig. 6.6*b* se reproduce la misma característica pero en dB. Es interesante observar que esta característica es la de un doblete acústico o la de un diafragma libre a baja frecuencia. (Ver Figs. 4.8 y 4.13).

La respuesta de frecuencia de un micrófono de gradiente de presión (de velocidad de partículas) colocado en el campo de una onda esférica es una función de la curvatura del frente de onda. En otros términos, de acuerdo con la Ec. (6.10), la velocidad de las partículas está linealmente relacionada con la presión cuando k^2r^2 (kr es igual a $\omega r/c$) es grande en comparación con la unidad; un valor grande de kr significa que la frecuencia es alta o el radio de curvatura del frente de onda es grande. En cambio, para valores de $(kr)^2$ pequeños en comparación con la unidad, lo que significa que la frecuencia es baja o el radio de curvatura es pequeño, o ambas cosas, la velocidad de las partículas es proporcional a $|p|/(\omega r)$. Como consecuencia, cuando un locutor o un cantante se aproxima a un micrófono de gradiente de presión, de modo de reducir r, su voz suena más "profunda", porque la salida del micrófono aumenta a las frecuencias bajas.


1,0
0,75
0,5
0,25
0
f_D
θ
Dirección de propagación de la onda sonora
Eje principal del micrófono
DB
0
-10
-20
-30
db
θ

(*a*) (*b*)

FIG. 6.6. Característica direccional en forma de "ocho" del micrófono de gradiente de velocidad de la Fig. 6.4.

6.3. Micrófonos combinados de presión y gradiente de presión.

El micrófono combinado de presión y gradiente de presión responde a la vez a la presión y al gradiente de presión de la onda sonora. Un ejemplo común de este tipo de micrófono tiene una cavidad dispuesta detrás del diafragma y provista de una abertura al aire exterior, la que contiene a su vez una resistencia acústica (ver Fig. 6.7*a*).

La Figura 6.7*b* muestra el circuito análogo de este dispositivo. Si ponemos

$$p_1 = p_0 e^{-jkx} \tag{6.12}$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\partial(p_0 e^{-jkx})}{\partial x}\,\Delta l \cos\theta$$

$$= p_1\left(1 - j\,\frac{\omega}{c}\,\Delta l \cos\theta\right) \tag{6.13}$$

Supongamos que U_D es la velocidad de volumen eficaz del diafragma; U_0 la velocidad de volumen del aire que pasa por la resistencia; p_D la presión eficaz neta que tiende a mover el diafragma; y Z_{AD} la impedancia del diafragma. Podemos entonces escribir las siguientes ecuaciones para la Fig. 6.7*b*:

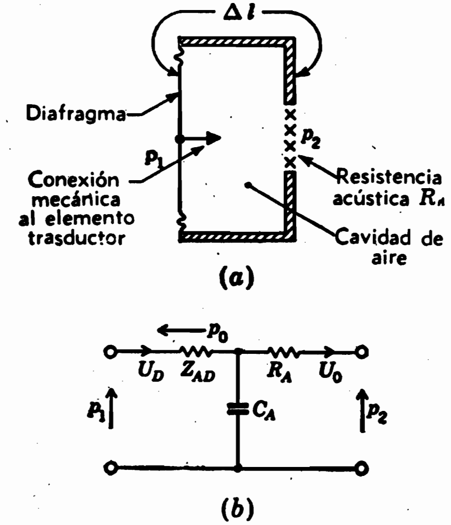

Δl
Diafragma
p_1
Conexión mecánica al elemento trasductor
p_2
Resistencia acústica R_A
Cavidad de aire
(a)
p_0
U_D
Z_{AD}
R_A
U_0
p_1
C_A
p_2
(b)

Fig. 6.7. (*a*) Esquema de un micrófono combinado de presión y gradiente de presión formado por un recinto cerrado por un lado por un diafragma móvil conectado al trasductor y cuya otra cara tiene una abertura provista de resistencia acústica R_A. (*b*) Circuito de impedancia acústica para (*a*).

$$\begin{aligned} U_D\left(Z_{AD} + \frac{1}{j\omega C_A}\right) - \frac{U_0}{j\omega C_A} &= p_1 \\ -\frac{U_D}{j\omega C_A} + U_0\left(R_A + \frac{1}{j\omega C_A}\right) &= -p_2 \end{aligned} \tag{6.14}$$

La diferencia de presión a través del diafragma es

$$p_D = U_D Z_{AD} = \frac{Z_{AD}\left(p_1 R_A + \dfrac{p_1 - p_2}{j\omega C_A}\right)}{Z_{AD}R_A - j[(R_A + Z_{AD})/\omega C_A]} \tag{6.15}$$

Introduciendo la (6.13) en la (6.15) obtiénese

$$p_D = p_1 \frac{Z_{AD}\left(R_A + \dfrac{\Delta l \cos\theta}{cC_A}\right)}{Z_{AD}R_A - j[(R_A + Z_{AD})/\omega C_A]} \tag{6.16}$$

Sea

$$\frac{\Delta l}{cC_A R_A} \equiv B \tag{6.17}$$

donde B es una constante adimensional arbitrariamente elegida. Puesto que $f_D = p_D S$, siendo S el área efectiva del diafragma, tenemos

$$|f_D| = p_1 |\mathcal{A}| S(1 + B \cos \theta) \tag{6.18}$$

donde $\mathcal{A}$ es la relación

$$\mathcal{A} = \frac{Z_{AD} R_A}{Z_{AD} R_A - j[(R_A + Z_{AD})/\omega C_A]} \tag{6.19}$$

La Fig. 6.8*a* muestra una gráfica de la fuerza $|f_D|$ que actúa sobre el diafragma en función de θ para $B = 1$. La misma característica se reproduce en dB en la Fig. 6.8*b*. La característica direccional para $B = 1$ se llama comúnmente característica *cardioidal*. En la Fig. 6.46 se ven otras características direccionales para $B = 0$, 0,5, 1, 5, e ∞.

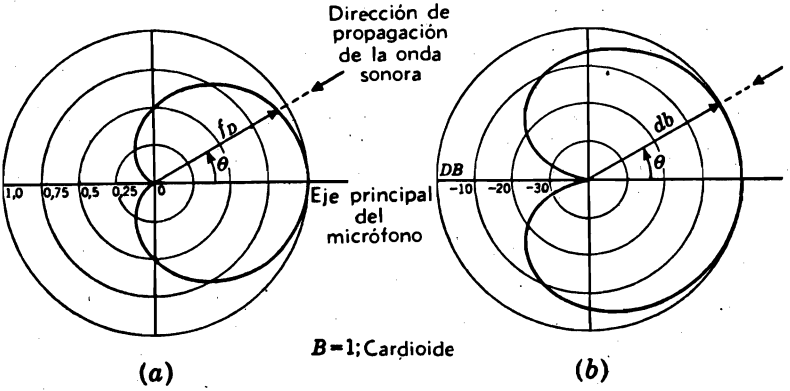


Fig. 6.8. Característica direccional del micrófono combinado de presión y gradiente de presión de la Fig. 6.7.

Parte XV. *Micrófonos de presión.*

Los micrófonos de presión son los de uso más común entre los tres tipos básicos discutidos en la parte precedente. Se los utiliza en los sistemas de medición acústica y la toma de música y palabra en los estudios de radiodifusión, en las instalaciones de refuerzo acústico y en los otófonos. Muchos ingenieros y artistas afirman que la música reproducida a partir de la salida de un micrófono de presión bien diseñado es superior a la que proveen otros tipos de micrófono más direccionales por el hecho de que los primeros preservan las cualidades de la reverberación del auditorium o estudio, porque la distorsión del frente de onda es mínima, y porque la calidad del sonido reproducido no depende tanto como en los otros tipos de la distancia entre el micrófono y la fuente del sonido.

En los estudios de radiodifusión, en las instalaciones de refuerzo acústico y en los otófonos, encuéntranse tres tipos principales de micrófono de presión: el electromagnético, el electrostático y el piezoeléctrico. Analizaremos un micrófono comercial de cada tipo en esta parte. En otras aplicaciones se utilizan distintos tipos, tal como el de carbón en telefonía, el de alambre caliente en las mediciones aerodinámicas, y el disco de Rayleigh en las mediciones absolutas de velocidad de las partículas. La falta de espacio nos impide tratarlos.

6.4. Micrófono electromagnético de bobina móvil (micrófono dinámico). *Características generales.* El micrófono electromagnético de bobina móvil es un instrumento de precio y alta sensibilidad. Halla sus principales aplicaciones en radiodifusión y en las aplicaciones en que se necesita un cable largo o hay fluctuaciones rápidas o valores extremos de temperatura y humedad.

Los micrófonos de bobina móvil mejor diseñados tienen una respuesta de tensión en circuito abierto para sonido de incidencia al azar que está comprendida dentro de los 5 dB en la gama de frecuencias de 40 a 8.000 c/s. Pueden medirse presiones sonoras desde 20 a 140 dB *re* 0,0002 microbar. Las variaciones de la respuesta con la temperatura, la presión y la humedad están, según se cree, en los mejores instrumentos, en el orden de los 3 o 5 dB como máximo por debajo de los 1.000 c/s en los rangos de temperaturas de —12 a 40°C, de presión de 0,65 a 0,78 m Hg, y de humedad relativa de 0 a 90 por ciento.

La impedancia eléctrica es la de una bobina de alambre. Por debajo de los 1000 c/s, la componente resistiva predomina por encima de la componente reactiva. La mayoría de los micrófonos de bobina móvil tienen una impedancia eléctrica nominal de alrededor de 20 ohm. La impedancia mecánica no es lo suficientemente elevada como para permitir su empleo en una cavidad cerrada sin alterar seriamente la presión sonora interior.

Para conectar un micrófono dinámico a la reja de una válvula de alto vacío, se requiere un trasformador con una relación de vueltas del orden de 30:1.

Construcción. El micrófono electromagnético de bobina móvil consiste en un diafragma al cual se afirma una bobina que se halla en un campo magnético (ver Fig. 6.9*a*). Además, hay un circuito acústico delante y detrás del diafragma, el que tiene por objeto el de extender la gama de respuesta del micrófono. En la Fig. 6.9*b* se detalla la construcción de un micrófono de bobina móvil muy difundido.

Relaciones electromecanoacústicas. El sonido atraviesa las pantallas protectoras y llega a un enrejado dispuesto delante del diafragma. Este

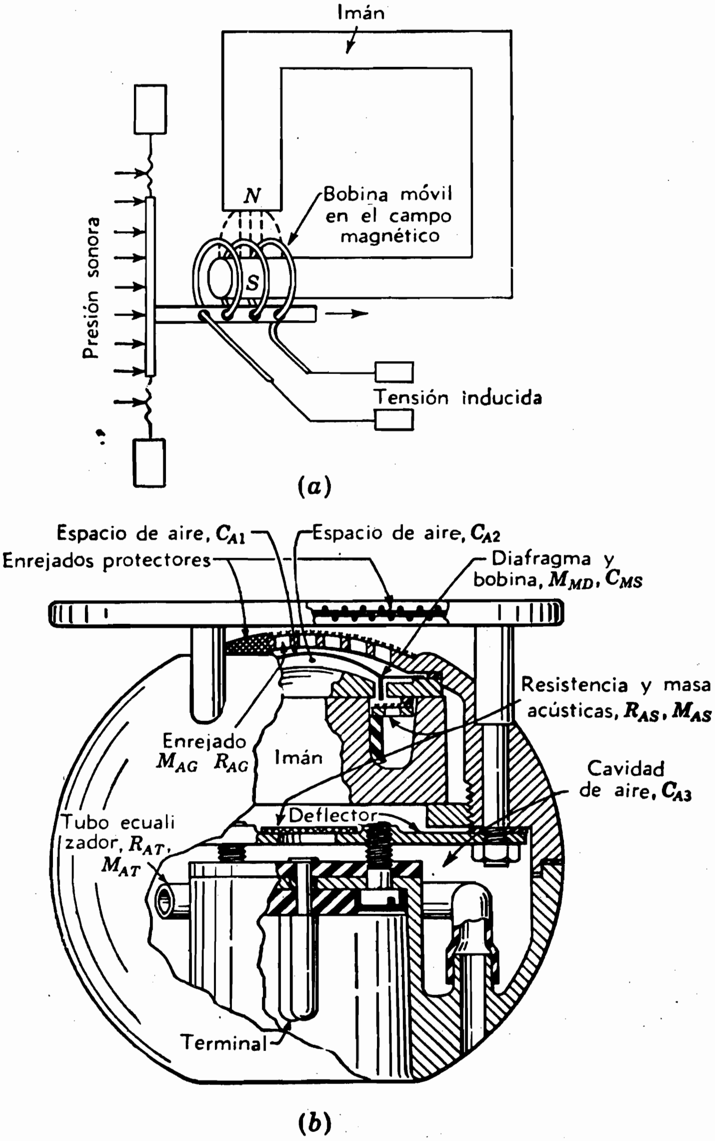

Imán
N
S
Bobina móvil en el campo magnético
Presión sonora
Tensión inducida
(a)
Espacio de aire, C_{A1}
Espacio de aire, C_{A2}
Enrejados protectores
Diafragma y bobina, M_{MD}, C_{MS}
Resistencia y masa acústicas, R_{AS}, M_{AS}
Enrejado M_{AG} R_{AG}
Imán
Cavidad de aire, C_{A3}
Deflector
Tubo ecualizador, R_{AT}, M_{AT}
Terminal
(b)

FIG. 6.9. (*a*) Representación diagramática de los elementos esenciales de un micrófono de bobina móvil (dinámico). (*De Beranek, "Acoustic Measurements", John Wiley & Sons, Inc., Nueva York,* 1949.) (*b*) Corte diagramático de un micrófono de bobina móvil comercial [*De Marshall and Romanow, A Non-directional Microphone, Bell Syst. Tech. J.* 15: 405-423 (1936)].

enrejado contiene cierto número de orificios que forman una pequeña masa acústica y una pequeña resistencia acústica. El enrejado es tan pequeño que su impedancia de radiación, funcionando como altavoz, es esencialmente reactiva sobre toda la gama de frecuencias (ver. Fig. 5.3). El espacio entre el enrejado y el diafragma es una pequeña compliancia acústica. Por lo tanto, el circuito acústico total *en frente del diafragma,* es el de la Fig. 6.10. La presión p_{B1} es la que la onda sonora produciría en la cara del enrejado si los agujeros de ésta estuviesen tapados. U_G es la velocidad de volumen del aire que atraviesa el enrejado. U_D es la velocidad de volumen del diafragma y es igual a la velocidad lineal efectiva u_D del diafragma multiplicada por su área efectiva S_D. La masa de radiación mirando hacia afuera desde las aberturas del enrejado es M_{A1}. La masa acústica y la resistencia de las aberturas del enrejado son M_{AG} y R_{AG}. La compliancia del volumen de aire delante del diafragma es C_{A1}. El efecto de la pantalla protectora puede despreciarse excepto para las frecuencias muy altas.

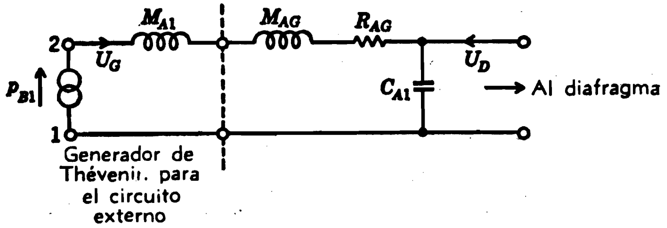


FIG. 6.10. Circuito acústico para los elementos en frente del diafragma del micrófono de la Fig. 6.9 (analogía de impedancia acústica).

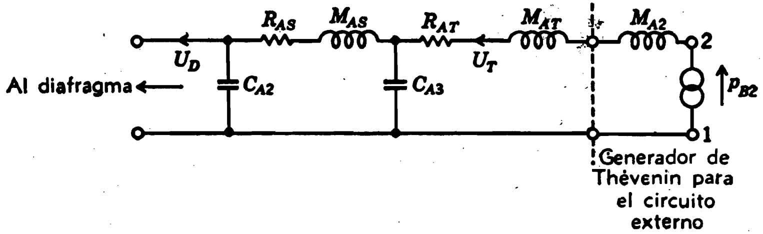


FIG. 6.11. Circuito acústico para los elementos que están detrás del diafragma en el micrófono de la Fig. 6.9 (analogía de impedancia acústica).

El circuito acústico que está detrás del diafragma es más complicado. Primero hay un espacio de aire entre el diafragma y el imán, el que forma una compliancia acústica, Fig. 6.9*b*. Este espacio de aire se conecta con una cavidad de aire que es también una compliancia acústica. En el pasaje de conexión hay mallas que sirven como resistencias acústicas. El pasaje de interconexión forma además una masa acústica. La cavidad de aire mayor se conecta al exterior por medio de un tubo "ecualizador".

La Fig. 6.11 da el circuito acústico completo de esta parte del micrófono. La compliancia acústica que está directamente detrás del diafragma es C_{A2}; las resistencias acústicas de las mallas son R_{AS}; la masa acústica del pasaje de interconexión es M_{AS}; la compliancia acústica de la cavidad grande es C_{A3}; la masa acústica del tubo es M_{AT} y su resistencia, R_{AT}; la masa de radiación mirando afuera desde el tubo es M_{A2}. La presión p_{B2} es la presión sonora que se produciría en el extremo exterior del tubo si estuviera cerrado, es decir, para $U_T = 0$.

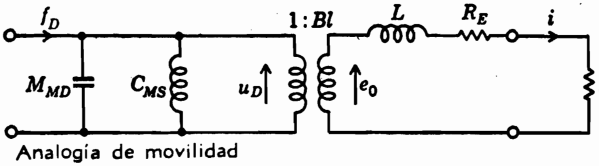


FIG. 6.12. Circuito mecanoeléctrico del diafragma, bobina móvil, y campo magnético del micrófono de la Fig. 6.9 (analogía de movilidad mecánica).

Para las frecuencias bajas, en que la separación entre el extremo exterior del tubo ecualizador y la reja es pequeña en comparación con la longitud de onda, p_{B1} es igual a p_{B2}. En las frecuencias altas, para las que p_{B2} sería diferente de p_{B1}, ωM_{AT} se hace tan grande y $1/\omega C_{A3}$ tan pequeña que el movimiento del diafragma resulta independiente de p_{B2}. Por lo tanto, podemos dibujar nuestro circuito como si $p_{B1} = p_{B2}$ para toda la gama de frecuencias, con error despreciable. Así se hará en la Fig. 6.14.

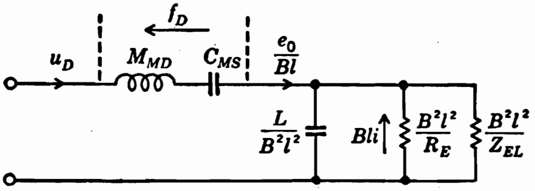


FIG. 6.13. Circuito mecanoeléctrico del diafragma, bobina móvil, y campo magnético del micrófono de la Fig. 6.9 (analogía de impedancia mecánica). Obsérvese que u_D es también igual a e_0/Bl.

El circuito mecanoeléctrico (analogía de movilidad mecánica) para el diafragma y la bobina móvil es el de la Fig. 6.12. La fuerza ejercida sobre el diafragma es f_D, y su velocidad resultante, u_D. Aquí, M_{MD} = masa del diafragma y la bobina móvil; C_{MS} = compliancia de la suspensión; L = inductancia de la bobina móvil; y R_E = resistencia eléctrica de la bobina móvil. Z_{EL} es la impedancia eléctrica de la carga eléctrica a la cual está conectado el micrófono. La cantidad $e_0 = Blu_D$ es la tensión de circuito abierto producida por el micrófono.

Con el objeto de combinar las Figs. 6.10, 6.11, y 6.12, debe formarse primero el dual de la Fig. 6.12; se lo da en la Fig. 6.13. Ahora, para poder juntar las Figs. 6.10, 6.11, y 6.13, hay que dividir todas las fuerzas de la Fig. 6.13 por el área del diafragma S_D y multiplicar todas las velocidades por S_D. Esto puede hacerse insertando en el circuito un trasformador de área. Haciendo por definición $p_{B1} = p_{B2} = p_B$, y reconociendo que U_D debe ser la misma para los tres circuitos componentes, obtenemos el circuito de la Fig. 6.14 para el micrófono de bobina móvil.

Comportamiento. El comportamiento del circuito de la Fig. 6.14 se entiende mejor por referencia a la Fig. 6.15, la que se deriva de la Fig. 6.14. Admitamos de ahora en adelante que $Z_{EL} \to \infty$. Esto significa que los terminales eléctricos están en circuito abierto de modo que la tensión que aparece en ellos es la tensión de circuito abierto e_0 (ver Fig. 6.12). En el circuito de la Fig. 6.14, la velocidad de "cortocircuito" es igual a e_0/Bl.

Para las frecuencias muy bajas, la Fig. 6.14 redúcese a la Fig. 6.15. El generador p_B está efectivamente en cortocircuito por las complian-

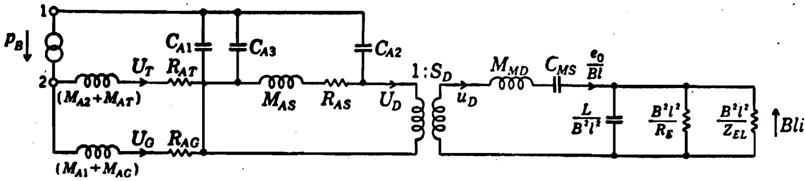


FIG. 6.14. Circuito electromecanoacústico completo del micrófono de bobina móvil de la Fig. 6.9 (analogía de impedancia). El trasformador electromecánico ha sido separado del circuito.

cias C_{A1}, C_{A2} y C_{A3}, de las cuales sólo C_{A3} tiene un valor apreciable. Además, las tres resistencias R_{AT}, R_{AG} y R_{AS} son pequeñas en comparación con las reactancias de C_{A3} y $C_{MS}S_D^2$. Físicamente, el hecho de que u_D, la velocidad del diafragma sea tan pequeña significa que la presión es la misma en las dos caras del diafragma, lo que es evidentemente cierto para las variaciones lentas de la presión atmosférica. Por lo tanto, e_0 es pequeña. Esta región está marcada (*a*) en la Fig. 6.16, donde se da la respuesta en dB en función de la frecuencia. En la región (*a*), la respuesta aumenta a razón de 12 dB por octava de aumento de la frecuencia.

En las frecuencias mayores (ver Fig. 6.15*b*), se desarrolla una condición de resonancia que involucra la cavidad grande detrás del diafragma con la compliancia C_{A3} y el tubo ecualizador con su masa M_{AT} y resistencia R_{AT}. Aquí, las fuerzas sobre la cara posterior del diafragma exceden a las del frente. Esta región está marcada (*b*) en la Fig. 6.16.

A medida que la frecuencia aumenta (ver Fig. 6.15*c*), ocurre una condición de resonancia altamente amortiguada, la que involucra la resistencia y la masa de las mallas que están detrás del diafragma, R_{AS}

y M_{AS}, y las constantes del diafragma mismo, M_{MD} y C_{MS}. Ésta es la región (*c*) en la Fig. 6.16. Una característica de diseño muy importante lo es, por lo tanto, que la resistencia de las mallas R_{AS} sean lo suficientemente grandes como para que la curva de respuesta sea lo más plana posible en la región (*c*).

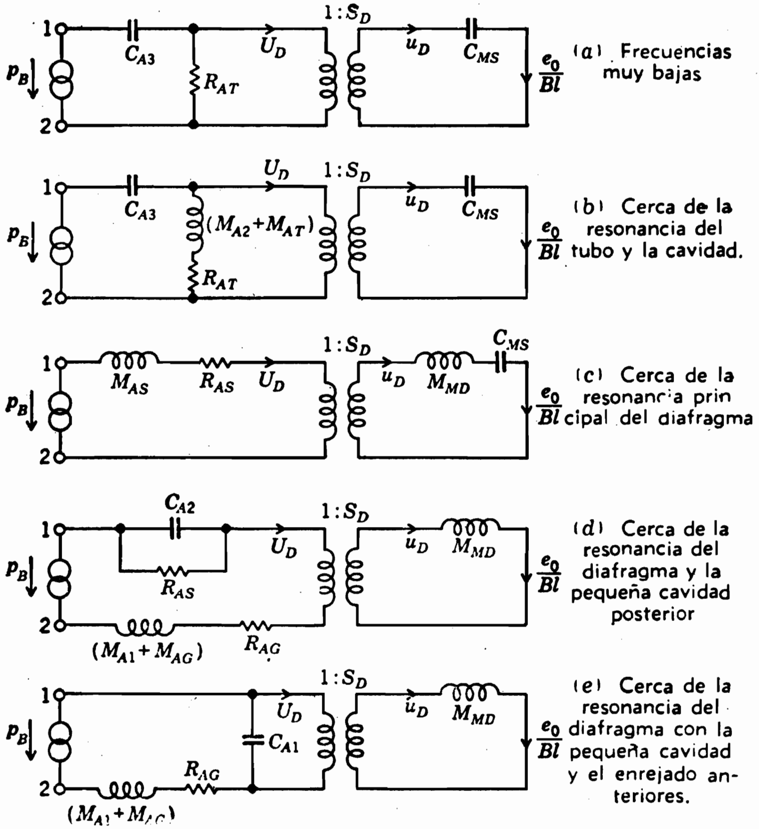

1
2
p_B
C_{A3}
U_D
R_{AT}
1:S_D
u_D
C_{MS}
$\frac{e_0}{Bl}$
(*a*) Frecuencias muy bajas
$(M_{A2}+M_{AT})$
(*b*) Cerca de la resonancia del tubo y la cavidad.
M_{AS}
R_{AS}
M_{MD}
(*c*) Cerca de la resonancia principal del diafragma
C_{A2}
$(M_{A1}+M_{AG})$
R_{AG}
(*d*) Cerca de la resonancia del diafragma y la pequeña cavidad posterior
C_{A1}
(*e*) Cerca de la resonancia del diafragma con la pequeña cavidad y el enrejado anteriores.

FIG. 6.15. Micrófono de bobina móvil. Circuitos simplificados para cinco regiones de frecuencias (analogía de impedancia). La presión de exceso producida por la onda sonora sobre el enrejado del micrófono, con sus agujeros bloqueados, es p_B, y la tensión de circuito abierto, e_0.

Por encima de la región (*c*) (ver Fig. 6.15*d*), hay una condición de resonancia en la que intervienen principalmente la masa del diafragma M_{MD} y la rigidez del aire que está inmediatamente detrás, C_{A2}. Esta resonancia determina la respuesta indicada en la región (*d*) de la Fig. 6.16.

Finalmente, hay una tercera resonancia debida principalmente a los elementos acústicos que se hallan delante del diafragma (ver Fig. 6.15*e* y la región (e) en la Fig. 6.16). A partir de entonces, la respuesta cae a razón de 12 dB por octava.

Estas diversas condiciones de resonancia resultan en un micrófono cuya respuesta es esencialmente plana desde 50 a 8000 c/s, excepto por los efectos de difracción en torno de la unidad. Estos efectos de difracción afectan la frecuencia de diversas maneras, según la dirección de propagación de las ondas respecto del micrófono. El efecto usual consiste en elevar la respuesta en las regiones (d) y (e) si la onda es de incidencia normal, en comparación con el caso de incidencia lateral. Uno de los propósitos de la pantalla protectora es el de reducir a un mínimo este efecto.

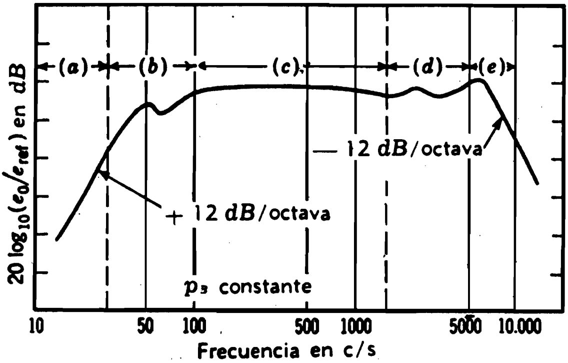
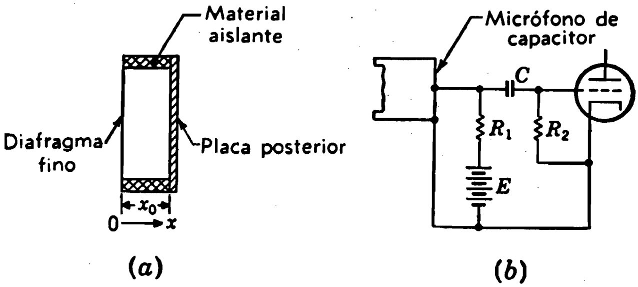


Fig. 6.16. Respuesta de tensión en circuito abierto de un micrófono de bobina móvil del tipo ilustrado en la Fig. 6.9. Normalmente, la tensión de referencia en el argumento del logaritmo e_{ref} se toma igual a 1 volt.



(a) (b)

Fig. 6.17. (a) Representación esquemática de un micrófono electrostático. (b) Simple circuito valvular para usar con el micrófono de capacitor.

6.5. Micrófono electrostático (micrófono de capacitor). *Características generales.*

El micrófono del tipo electrostático se usa mucho como micrófono para la medición de la presión sonora y como micrófono de estudio para la captación de la música con alta fidelidad. Se lo puede construir de tamaño muy pequeño, de modo que no perturbe apreciablemente el campo sonoro en la gama de las frecuencias inferiores a los 1000 c/s.

Con instrumentos comunes pueden medirse niveles sonoros desde 35 dB hasta 140 dB *re* 0,0002 microbar. La impedancia mecánica del diafragma es la de una rigidez y es lo suficientemente elevada como para que sea posible la medición de presiones sonoras en las cavidades. La impedancia eléctrica es la de una capacitancia pura.

El coeficiente de temperatura de un micrófono bien diseñado es de menos de 0,05 dB por cada grado centígrado de variación de temperatura.

El funcionamiento continuo en un ambiente húmedo, puede dar lugar a ruidos como consecuencia de las fugas a través de los aisladores interiores. La desecación restablece el funcionamiento normal.

Construcción. En principio, el micrófono electrostático consiste en un fino diafragma, a muy poca distancia y detrás del cual se halla una placa (ver Fig. 6.17). El diafragma y la placa posterior se hallan eléctricamente aislados y forman un capacitor eléctrico. En la Fig. 6.18 se muestran dos formas comerciales de este micrófono. La principal variante de la construcción del 640-AA respecto del 21-C consiste en las varias ranuras anulares de la placa posterior del primero. Estas ranuras forman una resistencia acústica que sirve para amortiguar la resonancia del diafragma. La Fig. 6.17*b* ilustra una manera de usar el micrófono. La resistencia R_1 es muy grande. La tensión continua E es de varios centenares de volt y sirve para polarizar el micrófono.

Relaciones electromecánicas. Eléctricamente, el micrófono electrostático es un capacitor cuya capacitancia varía en el tiempo de modo que la carga total $Q(t)$ es

$$Q(t) = q_0 + q(t) = C_E(t)[E + e(t)] \qquad (6.20)$$

donde q_0 es la carga de reposo en coulomb, $q(t)$ es la carga incremental en la misma unidad, $C_E(t)$ es la capacitancia que varía en el tiempo, E es la tensión de polarización de reposo, y $e(t)$ es la tensión incremental en volt.

La capacitancia $C_E(t)$ en farad es igual a (ver Fig. 6.17*a*)

$$C_E(t) = C'_{E0} + C_{E1}(t) = \frac{\varepsilon_0 S}{x_0 - x(t)} \doteq \frac{\varepsilon_0 S}{x_0}\left[1 + \frac{x(t)}{x_0}\right] \qquad (6.21)$$

$$\doteq C'_{E0}\left[1 + \frac{x(t)}{x_0}\right]$$

donde C'_{E0} es la capacitancia en farad para $x(t) = 0$ y $C_{E1}(t)$ es la capacitancia incremental en farad, ε_0 es un factor de proporcionalidad que vale $8{,}55 \times 10^{-12}$ para el aire, S es el área efectiva de una de las placas en metro cuadrado, x_0 es la separación de reposo en metro, y

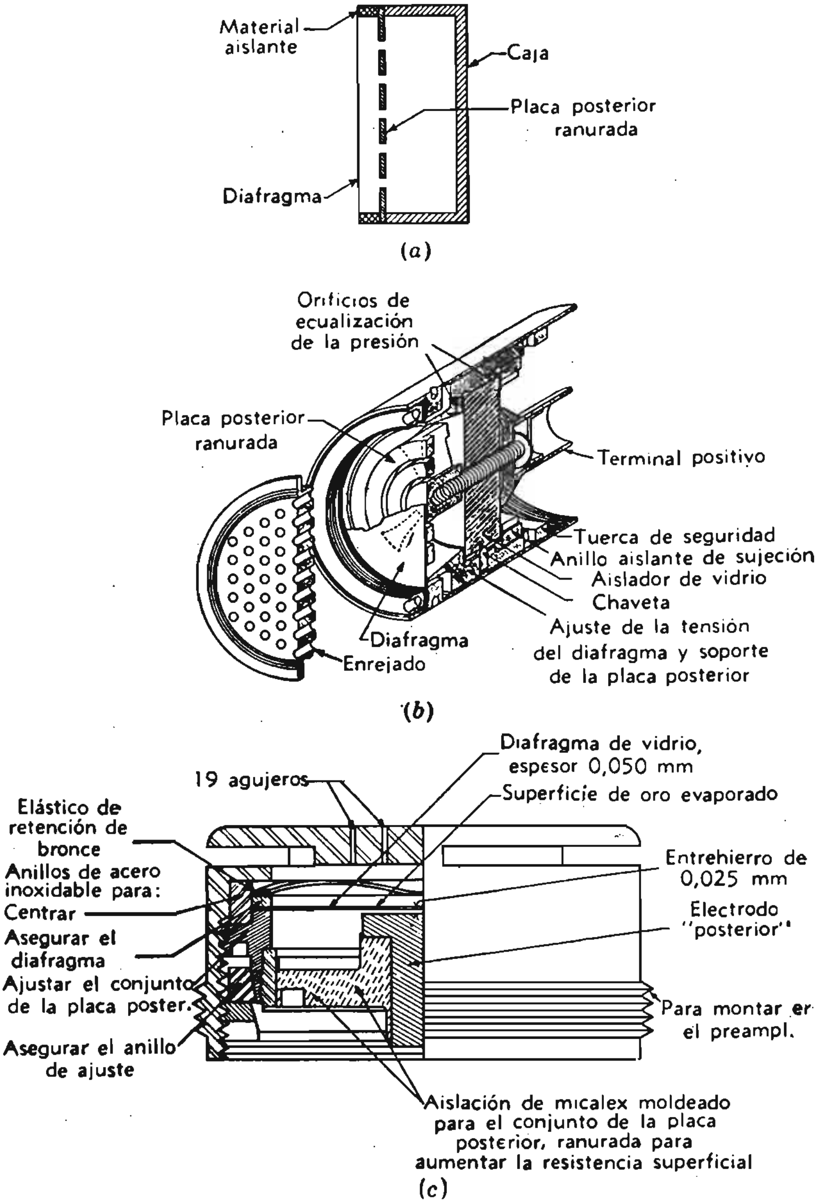

Material aislante
Caja
Placa posterior ranurada
Diafragma
(a)
Orificios de ecualización de la presión
Placa posterior ranurada
Terminal positivo
Tuerca de seguridad
Anillo aislante de sujeción
Aislador de vidrio
Chaveta
Ajuste de la tensión del diafragma y soporte de la placa posterior
Diafragma
Enrejado
(b)
Diafragma de vidrio, espesor 0,050 mm
19 agujeros
Superficie de oro evaporado
Elástico de retención de bronce
Anillos de acero inoxidable para:
Centrar
Asegurar el diafragma
Ajustar el conjunto de la placa poster.
Asegurar el anillo de ajuste
Entrehierro de 0,025 mm
Electrodo "posterior"
Para montar en el preampl.
Aislación de micalex moldeado para el conjunto de la placa posterior, ranurada para aumentar la resistencia superficial
(c)

FIG. 6.18. (*a*) Representación esquemática de un micrófono con placa posterior ranurada. (*b*) Dibujo en corte del micrófono de capacitor W.E. 640-AA. La placa ranurada sirve a la vez como segundo terminal del capacitor y como medio para amortiguar la frecuencia principal de resonancia del diafragma. (*c*) Dibujo en corte del micrófono de capacitor Altec 21-C. La tapa con agujeros sirve a la vez como protección y como circuito acústico para las frecuencias altas. (De Beranek, ''Acoustic Measurements, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1949, y cortesía de Altec Lansing Corporation.)

$x(t)$ es la separación incremental en metro. Al escribir el último término de la (6.21) se supone que el cuadrado del valor máximo de $x(t)$ es pequeño en comparación con x_0^2.

Si admitimos asimismo que $[e(t)]^2_{\max} << E^2$, la (6.20) y la (6.21) dan

$$q_0 + q(t) = C'_{E0}E + C'_{E0}E\left[\frac{e(t)}{E} + \frac{x(t)}{x_0}\right] \tag{6.22}$$

de modo que

$$q(t) = C'_{E0}\left[e(t) + \frac{E}{x_0}x(t)\right] \tag{6.23}$$

La energía potencial total almacenada $W(t)$ en un instante cualquiera es la suma de las energías mecánica y eléctrica almacenadas $\frac{1}{2}Q(t)^2/C_E(t)$ más $\frac{1}{2}x(t)^2/C_{MS}$, siendo C_{MS} la compliancia mecánica de la placa móvil en metro/newton. Esto es

$$W(t) = \frac{1}{2}\frac{[q_0 + q(t)]^2}{C'_{E0} + C_{E1}(t)} + \frac{1}{2}\frac{x(t)^2}{C_{MS}} \doteq \frac{1}{2}\frac{q_0^2 + 2q_0q(t)]}{C'_{E0}\left[1 + \dfrac{x(t)}{x_0}\right]}$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{x(t)^2}{C_{MS}} = \frac{1}{2}\frac{q_0}{C'_{E0}}[q_0 + 2q(t)]\left[1 - \frac{x(t)}{x_0}\right] + \frac{1}{2}\frac{x(t)^2}{C_{MS}} \tag{6.24}$$

La fuerza en newton que en un instante cualquiera tiende a mover el micrófono, es, según la ecuación para el trabajo, $dW = f\,dx$,

$$f_0 + f(t) = \frac{dW(t)}{dx} \tag{6.25}$$

de modo que, diferenciando la Ec. (6.24),

$$f_0 + f(t) \doteq -\frac{q_0}{2x_0C'_{E0}}[q_0 + 2q(t)] + \frac{x(t)}{C_{MS}}$$

$$= -\frac{q_0^2}{2x_0C'_{E0}} + \left[\frac{x(t)}{C_{MS}} - \frac{q(t)q_0}{x_0C'_{E0}}\right] \tag{6.26}$$

Por lo tanto, siendo $E = q_0/C'_{E0}$,

$$f(t) = \frac{x(t)}{C_{MS}} - \frac{Eq(t)}{x_0} \tag{6.27}$$

Reordenando la Ec. (6.23),

$$e(t) \doteq -\frac{Ex(t)}{x_0} + \frac{q(t)}{C'_{E0}} \tag{6.28}$$

En el estado estacionario,

$$\begin{aligned} j\omega q &= i \\ j\omega x &= u \end{aligned} \tag{6.29}$$

donde q, i, x y u se consideran ahora como cantidades eficaces complejas. Así, las Ecs. (6.27) y (6.28) devienen

$$f = \frac{1}{j\omega C_{MS}}\, u - \frac{E}{j\omega x_0}\, i \tag{6.30}$$

$$e = -\frac{E}{j\omega x_0}\, u + \frac{1}{j\omega C'_{E0}}\, i \tag{6.31}$$

donde e y f son también cantidades eficaces complejas.

Circuitos análogos. Las Ecs. (6.30) y (6.31) pueden representarse mediante cualquiera de las redes ilustradas en la Fig. 6.19, donde

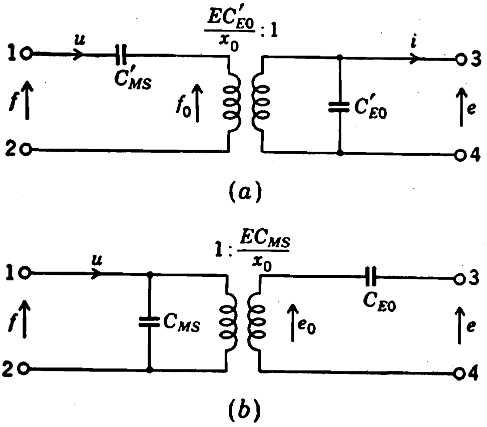
$$\begin{aligned} C'_{E0} &= \frac{C_{E0}C_{MS}(x_0^2/E^2C_{MS}^2)}{C_{E0} + C_{MS}(x_0^2/E^2C_{MS}^2)} = \frac{C_{E0}x_0^2}{E^2C_{MS}C_{E0} + x_0^2} \\ &= \frac{C_{E0}}{(E^2/x_0^2)C_{MS}C_{E0} + 1} \end{aligned} \tag{6.32}$$

$$C_{MS} = \frac{C'_{MS}}{(E^2/x_0^2)C'_{MS}C_{E0} + 1} \tag{6.33}$$

Obsérvese en particular que C_{MS} es la compliancia mecánica medida con la corriente eléctrica $i = 0$; C_{E0} es la capacitancia eléctrica medida con la fuerza $f = 0$; C'_{E0} es la capacitancia eléctrica medida con la velocidad u igual a cero; y C'_{MS} es la compliancia mecánica medida con la tensión $e = 0$. Estos circuitos se dieron por primera vez en la Fig. 3.37, con sus valores dados en las Ecs. (3.34) a (3.37). En la práctica, el circuito de la Fig. 6.19*b* es el que se usa ordinariamente para los micrófonos electrostáticos.

Cuando uno de los micrófonos de la Fig. 6.18 radia en el aire, la fuerza creada sobre la cara del diafragma cuando se aplica una tensión eléctrica a los terminales eléctricos (3-4, Fig. 6.19) es muy pequeña. Por lo tanto, cuando se usa un puente eléctrico para medir la capacitancia del micrófono, la capacitancia obtenida es aproximadamente igual a C_{E0}.

Por el teorema de Thévenin, el micrófono de capacitor en un campo libre puede ser representado por el circuito de la Fig. 6.20. La cantidad e_0 es la tensión eficaz de circuito abierto producida en los terminales del micrófono por la onda sonora es, según la Ec. (6.31) y la Fig. 6.19,



(a)

(b)

FIG. 6.19. Circuitos análogos para el micrófono de capacitor (analogía de impedancia).

$$e_0 = -\frac{uE}{j\omega x_0} = -\frac{C_{MS}Sp_BE}{x_0} \tag{6.34}$$

donde la fuerza f_B, que actúa sobre el micrófono con el diagrama bloqueado de modo que $u = 0$, es igual a la presión de bloqueo p_B multiplicada por el área del diafragma S.

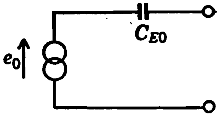


FIG. 6.20. Circuito de Thévenin de un micrófono de capacitor del tipo ilustrado en la Fig. 6.17, en el espacio libre.

Relaciones acústicas. Los micrófonos de la Fig. 6.18 tienen un diafragma de masa M_{MD} además de la compliancia mecánica C_{MS} hasta ahora supuesta. En el micrófono 640-AA, el circuito acústico interno consiste en un espacio de aire que está directamente detrás del diafragma y tiene una compliancia C_{A1}; una placa posterior con ranuras, de resistencia y masa acústicas R_{AS} y M_{AS}; y una cavidad de aire alrededor y detrás de la placa, con una rigidez acústica C_{A2}. La impedancia de radiación mirando hacia afuera desde la cara frontal del diafragma es $j\omega M_{AA}$, donde M_{AA} se calcula con la Ec. (5.31). El circuito mecánico y acústico completo en la analogía de impedancia es el de la Fig. 6.21. En este circuito pB es igual a la presión eficaz sobre el diafragma bloqueado,

$M_{AD} = M_{MD}/S^2$ = masa acústica del diafragma, S = área efectiva del diafragma, y $U_D = Su_D$ = velocidad de volumen eficaz del diafragma. Todas las unidades son del sistema MKS.

Cuando la Fig. 6.19 se combina con la Fig. 6.21, obtiénese el circuito completo del micrófono electrostático que se da a ver en la Fig. 6.22.

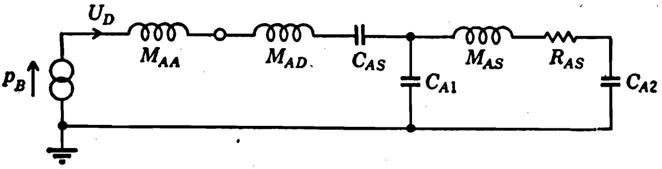


FIG. 6.21. Circuito acústico del micrófono de capacitor incluyendo la masa de radiación y los elementos acústicos que están detrás del diafragma (analogía de impedancia).

Comportamiento. El comportamiento del micrófono de capacitor de la Fig. 6.18*b*, esto es, el Western Electric 640-AA, se comprende mejor con referencia a las Figs. 6.23 y 6.24, las que derivan de la Fig. 6.22. En las frecuencias bajas, el circuito es esencialmente el de la Fig. 6.23*a*. Según este circuito, la tensión de circuito abierto e_0 es

$$e_0 = p_B \frac{E}{x_0 S} \frac{C_{A2} C_{AS}}{C_{A2} + C_{AS}} \tag{6.35}$$

Para las frecuencias bajas, por consiguiente, e_0 es independiente de la frecuencia. Ésta es la región de frecuencias indicada (*a*) en la Fig. 6.24.

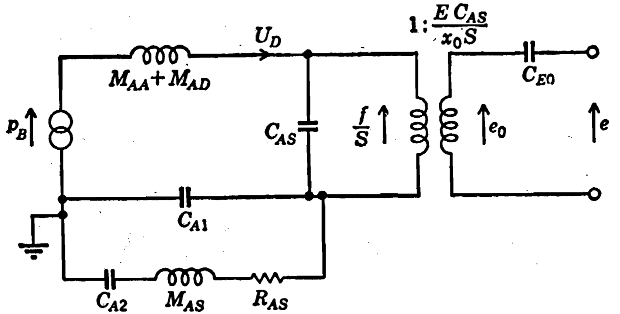
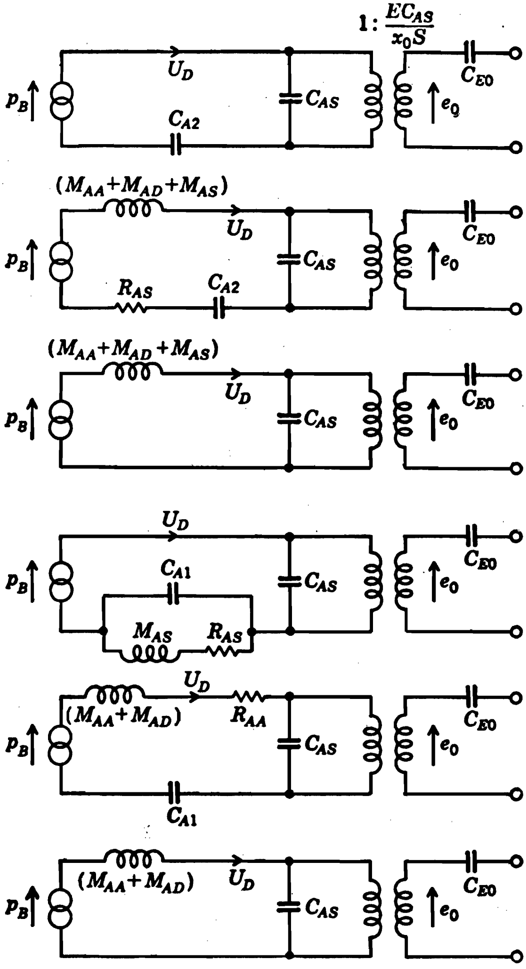


FIG. 6.22. Circuito electroacústico completo del micrófono de capacitor (analogía de impedancia).

En la vecindad de la primera resonancia principal, el circuito deviene el de la Fig. 6.23*b*. En consecuencia, la velocidad de volumen a través de la compliancia C_{AS} está limitada solamente por la magnitud de la resistencia acústica R_{AS}. En general, esta resistencia elígese lo suficientemente grande como para que la cresta de resonancia sea sólo alrededor



(*a*) Frecuencias bajas

(*b*) Cerca de la primera resonancia

(*c*) Arriba de la primera resonancia $\omega(M_{AA}+M_{AD}+M_{AS}) \gg \frac{1}{\omega C_{AS}}$

(*d*) Cerca de la antirresonancia $\left(\frac{1}{\omega C_{A1}}\right) = \omega M_{AS}$

(*e*) Cerca de la segunda resonancia

(*f*) Arriba de la segunda resonancia $\omega(M_{AA}+M_{AD}) \gg \frac{1}{\omega C_{AS}}$

FIG. 6.23. Micrófono de capacitor. Circuitos simplificados para seis regiones de frecuencias (analogía de impedancia). La presión de exceso producida por la onda sonora con el diafragma bloqueado es p_B, y la tensión de circuito abierto, e_0.

de 8 dB (26 por ciento) mayor que la respuesta a las frecuencias más bajas. La respuesta para las frecuencias vecinas a la de resonancia corresponde a (*b*) en la Fig. 6.24.

Por encima de la frecuencia de resonancia, el circuito es el de la Fig. 6.23*c*. La velocidad de volumen está enteramente controlada por la reactancia de masa. Luego

$$e_0 = \frac{p_B E}{\omega^2(M_{AA} + M_{AD} + M_{AS})x_0 S} \tag{6.36}$$

En esta región de frecuencias, la respuesta decrece a razón de 12 dB por octava [región (c) en la Fig. 6.24].

A una frecuencia muy alta, el circuito resuena en paralelo y la respuesta baja mucho. Esta condición está ilustrada por la Fig. 6.23d. Justo por encima de la frecuencia de antirresonancia hay una resonancia en el punto (e). La magnitud de la cresta de resonancia está limitada aquí por la resistencia de radiación R_{AA}, la que no es ya despreciable en comparación con $j\omega M_{AA}$ [ver (e) en la Fig. 6.24]. Finalmente, por encima de esta última frecuencia de resonancia, la respuesta vuelve a caer a razón de 12 dB por octava.

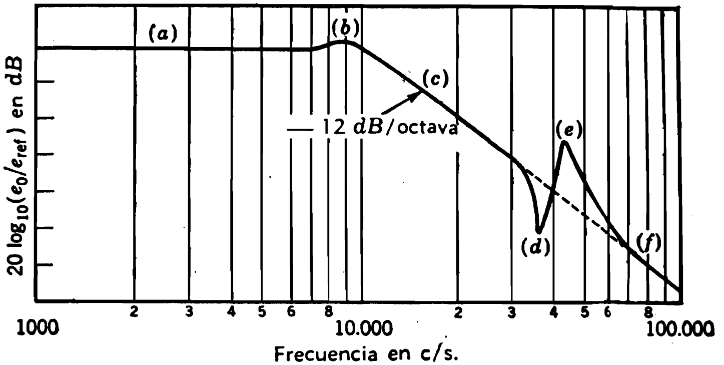


FIG. 6.24. Respuesta de tensión en circuito abierto de un micrófono de capacitor del tipo ilustrado por la Fig. 6.18b. Normalmente, e_{ref} se toma igual a 1 volt.

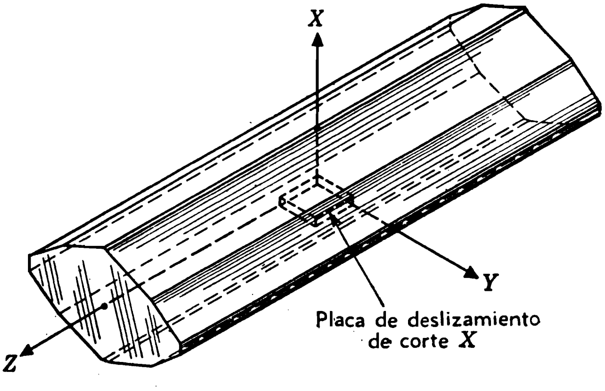


FIG. 6.25. Forma típica de un gran cristal de sal de Rochela. Se indican los ejes coordenados y la manera de cortar una placa de corte X de deslizamiento (shear). (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

6.6. Micrófonos piezoeléctricos. Los micrófonos piezoeléctricos emplean cristales o dieléctricos que, accionados por fuerzas adecuadas, producen potenciales eléctricos linealmente relacionados con la deformación de la sustancia.

Las sustancias piezoeléctricas se han usado mucho para la construcción de micrófonos a causa de su bajo coste y robustez.

En este capítulo discutiremos cuatro tipos principales de sustancias piezoeléctricas, a saber, la sal de Rochela, los cristales de fosfato dihidrógeno de amonio (ADP) y de sulfato de litio,[†] y las placas cerámicas de titanato de bario.

Micrófonos de cristal. Los micrófonos de cristal se utilizan principalmente en los sistemas de refuerzo acústico, medidores de nivel sonoro, y otófonos. Tienen una respuesta de frecuencia satisfactoria para estos fines, una alta sensibilidad y un coste reducido. Puede adquirirse un micrófono del tipo con diafragma de bajo coste con respuesta plana dentro de 6 dB entre 20 y 8000 c/s. Pueden medirse con ellos niveles sonoros comprendidos entre 20 dB y 160 dB *re* 0,0002 microbar.

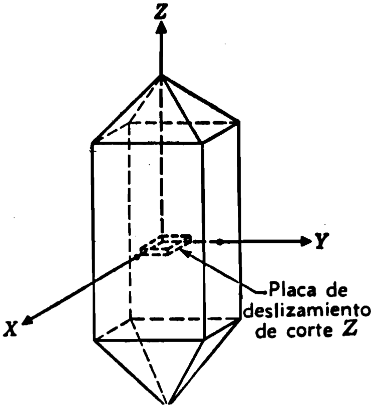


FIG. 6.26. Forma típica de un gran cristal de fosfato dihidrógeno de amonio (ADP o PN). (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

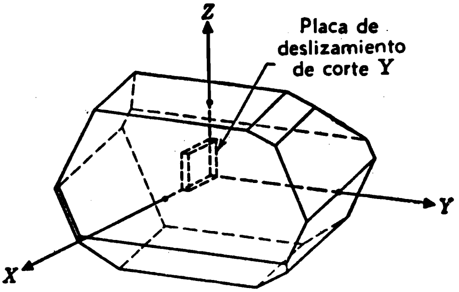


FIG. 6.27. Forma típica de un gran cristal de sulfato de litio (LH). (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

La impedancia eléctrica es la de una capacitancia pura, la que, en algunos tipos, como veremos después, varía con la temperatura. La impedancia mecánica de los micrófonos con diafragma no es lo suficientemente alta como para que el micrófono pueda usarse en una cavidad cerrada sin perturbar seriamente el campo sonoro.

En las Figs. 6.25 a 6.27 se muestran formas típicas de cristales completos de sal de Rochela, ADP, y sulfato de litio. Los elementos trasductores se obtienen cortando placas de material de estos cristales completos. Por lo común estas placas son delgadas y tienen forma cuadrada o rectangular. Si el eje X del cristal es perpendicular a la cara plana de la placa, dícese que el cristal es de corte X (ver Fig. 6.25).

[†] Los cristales de fosfato dihidrógeno de amonio se vende bajo la marca de comercio PN, y los de sulfato de litio, bajo la de LH.

Los otros dos cortes comunes son el corte Y y el corte Z. La tabla 6.1 indica que cada material cristalino sólo rinde el máximo según ciertos cortes.

Placas de deslizamiento. Si los dos bordes de una placa de cristal de sal de Rochela de corte X son paralelos a los ejes Y y Z, obtiénese una *placa de deslizamiento* (shear), Fig. 6.28. Cuando se usa una placa de deslizamiento como trasductor, se pega una hojuela metálica a cada una de sus caras, como se ve en la Fig. 6.28*a*. Las dos hojuelas y el cristal en sí forman un capacitor del tipo de dieléctrico sólido. Cuando el cristal se deforma del modo indicado en la Fig. 6.28*b*, el resultante efecto de deslizamiento o corte en el cristal hace que aparezca una carga en el capacitor, esto es, una diferencia de potencial entre las dos hojuelas, con una polaridad determinada. La deformación del cristal en sentido opuesto, como se ve en la Fig. 6.28*c*, invierte la polaridad. De modo similar, si se aplica una diferencia de potencial entre las dos caras de la placa, se producen esfuerzos de corte en el plano de la placa y ocurre una deformación como la de (*b*), o (*c*), según la polaridad.

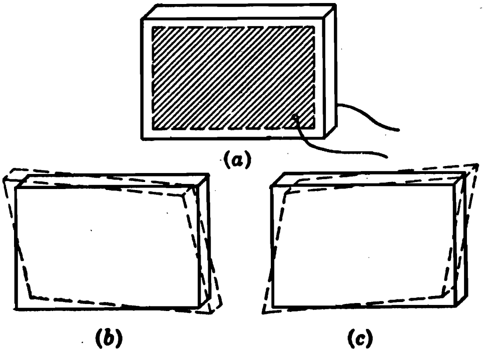


Fig. 6.28. Distorsión de una placa de deslizamiento cuando se aplica una d.d.p. entre las dos hojuelas adheridas a sus caras. (*a*) Disposición de las hojuelas. (*b*) Deformación de la placa de deslizamiento para una polaridad. (*c*) Deformación con la polaridad opuesta. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

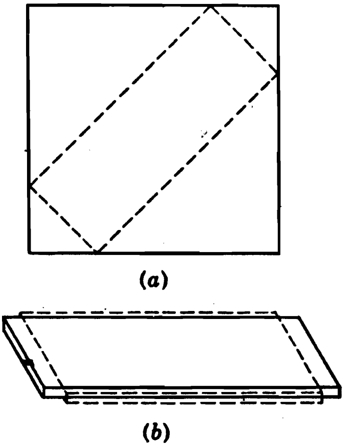


Fig. 6.29. (*a*) Modo de cortar una barra de expansión a 45° de una placa de deslizamiento. (*b*) Expansión lateral y contracción longitudinal de la barra de expansión al aplicar una tensión entre las dos hojuelas. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

Los micrófonos utilizan ordinariamente los cortes X o Y de sal de Rochela y el corte Z del cristal ADP.

Placas de expansión. Otra forma importante de trasductor cristalino, a saber, las *placas de expansión* a 45°, es la que se obtiene si se

TABLA 6.1. Propiedades de las sustancias piezoeléctricas.

Propiedad	Cristales				Cerámica
	Sal de Rochela	ADP	LH	Cuarzo	Titanato de bario
Tipo de deformación obtenible	Deslizamiento transversal; y expansión	Deslizamiento transversal; y expansión	Deslizamiento transversal y longitudinal; y expansión e hidrostático	Deslizamiento transversal y longitudinal;	Deslizamiento transversal y longitudinal; y expansión e hidrostático
Cortes comunes	*X*; 45°*X*; *Y*; 45°*Y*	*Z*; 45°*Z*; *L*	*Y*	*X*, *Y*, *AT*	
Densidad, Kg/m^3	1,77 × 10^3	1,80 × 10^3	2,06 × 10^3	2,65 × 10^3	5,7 × 10^3
Frecuencia de corte inferior a 25°C	0.1 c/s	AAA1, 9 c/s AAA, 14 c/s	Menos de 0.2 c/s	Menos de 0.0001 c/s	Menos de 0.0001 c/s
Resistividad de volumen		Ver Fig. 6.37	10^{10} ohm-m	Muy alta	Más de 10^{11} ohm-m
Temperatura para destrucción completa	55°C	*	*	Pierde las propiedades piezoeléctricas a 576°C	Pierde las propiedades piezoeléctricas a 120°C
Máxima temperatura segura	45°C	125°C	76°C	Por encima de 250° C, lento decrecimiento de la actividad piezoeléctrica	90°C
Temperarura para fugas apreciables	50°C 70 %	40°C 94 %	*		
Humedad máxima segura (elemento sin proteger)			95 %	No es un factor crítico excepto por el cortocircuito externo de los electrodos	Absorción de humedad 0,1 por ciento
Protegido con Metalseal	100 %				
Humedad por encima de la cual se tornan apreciables las fugas superficiales (elemento sin proteger)	50 %	50 %	50 %	Habitualmente muy superior a otros materiales piezoeléctricos, excepto que el valor depende de la terminación y el estado de la superficie	95 %
Humedad relativa mínima segura (elemento sin proteger)	40 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Constante dieléctrica a 30°C	350 (corte *X*) 9.4 (corte *Y*)	15,3	10,3	4,5	1700
Esfuerzo máximo de rotura (compresión y tensión alternadas)	14,7 × 10^6 newton/m^2	20,13 × 10^6 newton/m^2	*	76 × 10^6 newton/m^2	45 × 10^6 newton/m^2

* No hay datos disponibles.

toma un corte como el indicado en la Fig. 6.20*a* de una placa de deslizamiento. En la Fig. 6.28 es evidente que al aplicar una tensión a la placa de deslizamiento se alarga una de las diagonales y se acorta la otra. Luego, si se obtiene un cristal cortando una placa de deslizamiento de la manera indicada en la Fig. 6.29*a*, se crearán potenciales al extender o contraer el cristal según su longitud, como se ve en la Fig. 6.29*b*.

La mayoría de los cristales de interés comercial, incluso la sal de Rochela y el ADP, no dan salida apreciable cuando se los somete a presión hidrostática. Esto se debe a que la suma algebraica de los potenciales desarrollados por las deformaciones a lo largo de los tres ejes es cero. No obstante, el sulfato de litio suministra una salida apreciable en estas condiciones de presión.

Para el micrófono de cristal existen las mismas relaciones electromecánicas que para el electrostático (ver el apartado anterior de esta parte), a saber,

$$\begin{aligned} e_0 &= -\tau\xi \\ f &= \tau q \end{aligned} \tag{6.37}$$

donde e_0 = tensión de circuito abierto en volt producida por la deformación ξ del cristal en metro, f = fuerza deformante que actúa sobre el cristal producida por la carga eléctrica q, y τ, un coeficiente de acoplamiento definido después de la Ec. (3.27*b*). Según se ha visto en la Parte VIII (páginas 73 a 76), este dispositivo puede ser representado mediante el circuito equivalente de la Fig. 6.30*a*, siempre que se mantenga estacionaria una de las dos caras del cristal a través de las cuales se produce la fuerza. Si las dos caras pueden moverse, el circuito equivalente debe modificarse de la manera que muestra la Fig. 6.30*b*.

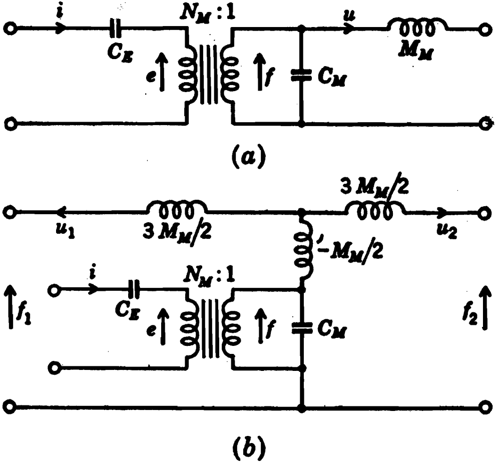


FIG. 6.30. Circuitos electromecánicos equivalentes para los micrófonos piezoeléctricos (analogía de impedancia). (*a*) Circuito con una cara del elemento piezoeléctrico bloqueada, es decir, pegada a una superficie rígida. (*b*) Circuito con las dos caras libres.

En estos circuitos, C_E es la capacitancia eléctrica, en farad, medida a baja frecuencia con el cristal en el vacío (o, prácticamente, en el aire). M_M es la masa mecánica efectiva, en kilogramo; N_M es la relación de trasformación electromecánica en volt/newton (o metro/coulomb); y C_M es la compliancia mecánica, en metro/newton, medida a baja frecuencia, con los terminales eléctricos en circuito abierto.

Para los cristales de sal de Rochela de corte X, la capacitancia eléctrica varía en función de la temperatura. El factor de proporcionalidad μ para el cristal libre está indicado en la Fig. 6.31. Ocurren dos discontinuidades en la curva, para —18° y +22°C, las que se conocen como puntos de Curie.[1] En estos puntos, la capacitancia varía radicalmente con la temperatura y está influída considerablemente por el estilo de montaje del cristal. Por ejemplo, un cristal montado del tipo Bimorph † tiene a 22°C un valor de C_E algo mayor que tres veces el correspondiente a 10°C. Este comportamiento anómalo descríbese de

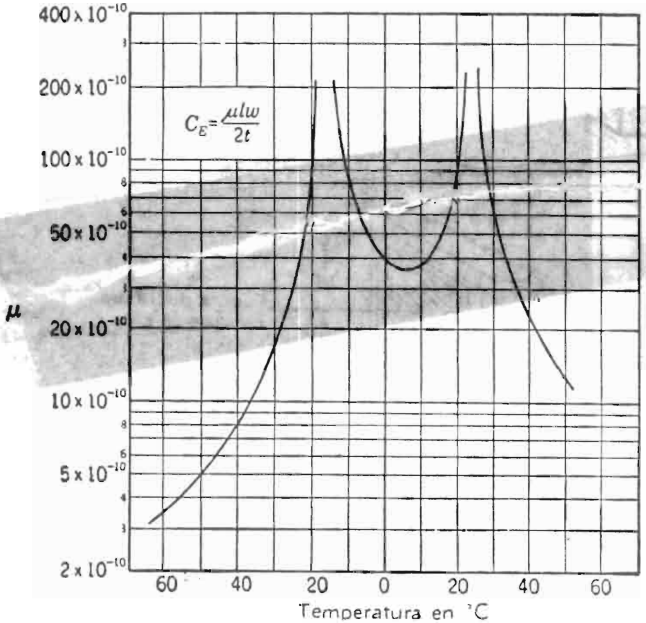


FIG. 6.31. Factor de proporcionalidad μ en la expresión de la capacitancia eléctrica $C_E = \mu l w/2t$ de un cristal de sal de Rochela sin montaje, de corte X (barra de expansión) en función de la temperatura. Las discontinuidades en —18°C y +22°C se conocen como puntos de Curie. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

---

[1] Se hallará una discusión sobre el comportamiento de los dieléctricos piezoeléctricos y su parecido con las sustancias ferromagnéticas en: T. F. HUETER y R. H. BOLT, "Sonics", John Wiley and Sons, Inc., New York.

† Bimorph es una marca de comercio registrada por Brush Electronics Company, Cleveland, Ohio.

ordinario como una violenta variación de la constante dieléctrica libre. Una manera obvia de evitar las variaciones de la tensión de salida en correspondencia con las variaciones de la capacitancia consiste en usar el micrófono en circuito abierto.

De hecho, la relación de trasformación electromecánica N_M para este tipo de cristal no varía con la temperatura. En un cristal sin montaje y sin revestir la variación alcanza a cerca de 0,1 dB por °C. En un cristal revestido montado en un micrófono, esta variación es de sólo

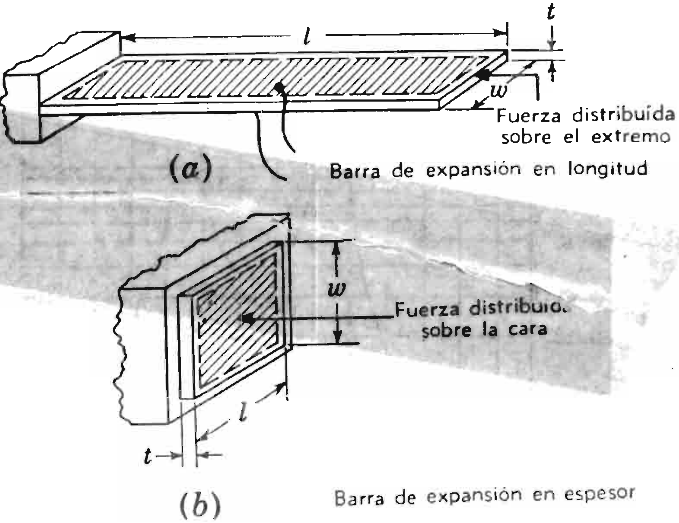

t
l
w
Fuerza distribuída sobre el extremo
(a)
Barra de expansión en longitud
w
Fuerza distribuida sobre la cara
l
t
(b)
Barra de expansión en espesor

FIG. 6.32. Dimensiones, método de montaje, y puntos de aplicación de la fuerza para (a) barra de expansión longitudinal, y (b) barra de expansión de espesor.

0,05 dB por °C. Estos datos son también válidos para un cristal utilizado en circuito abierto.

Los valores de los componentes circuitales (Fig. 6.30) para *una barra de expansión longitudinal de corte X de cristal de sal de Rochela* son $N_M = 0{,}093/w$, $C_M = 31{,}4 \times 10^{-12} l/wt$, $M_M = 715\ lwt$, y $C_E = \mu lw/2t$. Las dimensiones l, w y t, en metro, se indican en la Fig. 6.32*a* y μ se da en la Fig. 6.31.

Los valores de los elementos para *una barra de expansión de corte Z de cristal ADP* son $N_M = 0{,}185/w$, $C_M = 47{,}4 \times 10^{-12} l/wt$, $M_M = 737\ lwt$, y $C_E = 128 \times 10^{-12} lw/t$. Las dimensiones l, w y t, en metro, están indicadas en la Fig. 6.32*a*.

Los valores de los elementos para *una barra de expansión de espesor de corte Y de cristal LH* (el campo eléctrico es paralelo a la deformación mecánica del cristal, ver Fig. 6.32*b*) son $N_M = 0{,}175t/lw$, $C_M = 16{,}3 \times 10^{-12} t/lw$, $N_M = 832\ lwt$, y $C_E = 91 \times 10^{-12} lw/t$. Las dimensiones l, w, t, en metro, se indican en la Fig. 6.32*b*.

Los valores de los elementos, en *unidades MKS de impedancia acústica*, para un *bloque de LH que funciona en el modo hidrostático*, son

$N_A = 0{,}148t$, $C_A = 32 \times 10^{-12}lwt$, y $C_E = 91 \times 10^{-12}lw/t$. El valor de M_A tiene poca importancia a causa de las diversas resonancias que pueden excitarse. Las dimensiones l, w, y t, en metro, están indicadas en la Fig. 6.32*b*, pero el cristal se supone libre (sin soporte).

CRISTALES TIPO BIMORPH. Una importante desventaja de la estructura del tipo de barra de expansión en algunas aplicaciones se halla en su gran impedancia mecánica. Para el uso en líquidos es conveniente una impedancia grande, pero, en el aire, a causa de la mala adaptación de impedancias mecanoacústicas, sólo pueden obtenerse tensiones de salida muy bajas con las presiones sonoras normales. Para reducir esta impedancia mecánica apreciablemente sin disminuir la tensión de salida pueden combinarse dos placas o barras de modo de obtener un cristal del tipo Bimorph. En cierto sentido, el Bimorph constituye un trasformador mecánico que funciona según un principio que se parece al de una tira bimetálica. Las caras planas de dos cristales se pegan de modo tal que cuando se aplica a ellas un potencial eléctrico, una se expande y la otra se contrae. Al revés, al aplicar una fuerza perpendicularmente a la cara de la tira "bimetálica", aparece una fuerza de compresión en una placa y una fuerza de extensión en la otra, ambas apreciables.

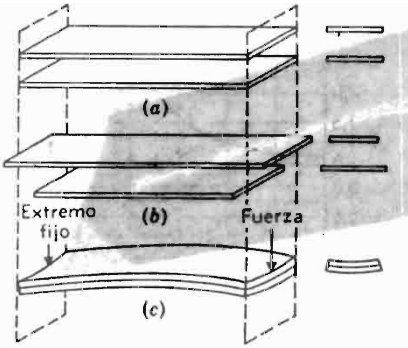


FIG. 6.33. Bimorph de flexión. (*a*) Dos barras de expansión listas para ser pegadas. (*b*) Al aplicar potenciales de opuesta polaridad a los cristales, el superior se expande longitudinalmente y se contrae transversalmente, mientras que el otro se acorta y se ensancha. (*c*) Cuando los dos cristales se pegan, y se aplica sea una fuerza *f* o potenciales eléctricos, los cristales se deforman de la manera indicada. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

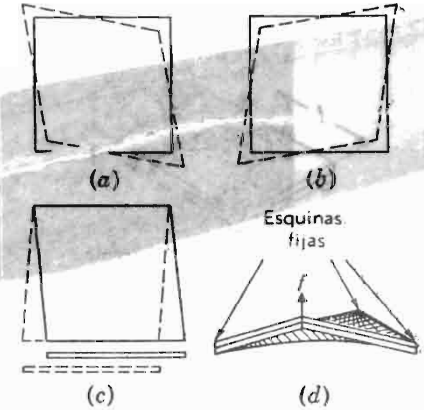


FIG. 6.34. Bimorph de cupla. (*a*), (*b*), y (*c*) Deformación de placas de deslizamiento cuando se les aplican potenciales de opuesta polaridad a través de sus caras. (*d*) Dos placas de deslizamiento se pegan para formar un Bimorph. Al aplicar una fuerza *f* o potenciales eléctricos, el Bimorph se deforma de la manera indicada. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

En las Figs. 6.33 y 6.34 se ilustran, respectivamente, ejemplos de Bimorph de flexión y de Bimorph de cupla. El primero, utiliza dos barras de expansión y el segundo dos placas de deslizamiento. Por lo general, el Bimorph de flexión se soporta por los dos extremos y la fuerza se le aplica en el centro, aunque también se lo puede empotrar por un extremo para aplicar la fuerza en el otro. El Bimorph de cupla se sujeta por lo general por tres vértices, aplicándose la fuerza en el otro. Con estos tipos de estructura, una fuerza aplicada según se indica en las Figs. 6.33*c* y 6.34*d* es equivalente a una fuerza mucho mayor aplicada al extremo de una barra de expansión simple o a lo largo de un borde de una placa de deslizamiento simple.

Los electrodos pueden aplicarse al Bimorph de dos maneras a fin de formar un conjunto de dos elementos en serie o en paralelo. Para la conexión en serie, los terminales eléctricos son las dos hojuelas exteriores. Para la conexión en paralelo, la hojuela entre cristales forma un terminal y las dos hojuelas externas conectadas juntas forman el otro.

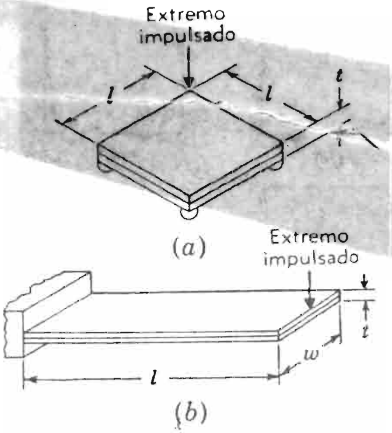


FIG. 6.35. Cristales tipo Bimorph. Método de montaje, dimensiones y punto de aplicación de la fuerza para (*a*) Bimorph de cupla cuadrado, y (*b*) Bimorph de flexión.

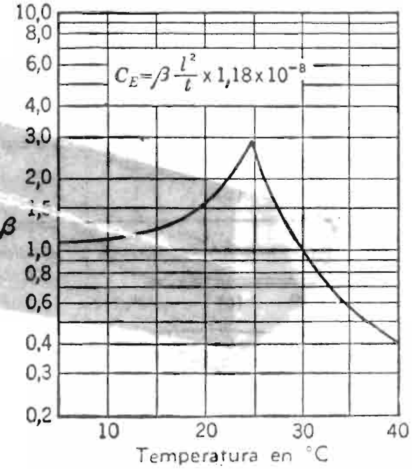


FIG. 6.36. Factor de proporcionalidad β en la expresión de la capacitancia eléctrica C_E de un cristal Bimorph de cupla cuadrado de sal de Rochela montado según la Fig. 6.35*a*. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

Un cristal Bimorph en serie tiene la cuarta parte de la capacitancia y el doble de la tensión de salida de un Bimorph en paralelo.

Consideremos el circuito de la Fig. 6.30*a* (el circuito de la Fig. 6.30*b* no puede usarse para los Bimorph montados de la manera antes descrita). Para un *Bimorph de cupla, cuadrado, hecho de dos placas de deslizamiento de corte X de sal de Rochela*, Fig. 6.35*a*, † conectado eléctricamente en *paralelo*, los valores de los elementos a 30°C son $N_M = 0.143/t$, $C_M = 2{,}87 \times 10^{-10} l^2/t^3$, $M_M = 262 l^2/t$, y $C_E = \beta \times 1{,}18 l^2/t \times 10^{-8}$.

---

† Pueden obtenerse los valores de los elementos circuitales para los cristales Bimorph de cupla rectangulares de sal de Rochela o ADP, de Brush Electronics Company, Cleveland, Ohio.

El factor β se da en la Fig. 6.36 y es 1,0 a 30°C. Las dimensiones l y t, en metro. Cuando las placas se conectan eléctricamente en *serie,* se duplica el valor de N_M y el de C_E se reduce a la cuarta parte de su valor en paralelo.

Para un Bimorph de cupla, cuadrado (ver Fig. 6.35*a*), conectado eléctricamente en *paralelo,* los valores de los elementos son $N_M = 0{,}250/t$, $C_M = 4{,}45 \times 10^{-10}l^2/t^3$, $M_M = 228l^2t$, y $C_E = 507l^2/t \times 10^{-12}$.

Para un *Bimorph de flexión de sal de Rochela,* Fig. 6.35*b*, conectado eléctricamente en paralelo, los valores de los elementos son $N_M = 0{,}0735l/wt$, $C_M = 179 \times 10^{-12}l^3/wt^3$, $M_M = 407lwt$, y $C_E = 1{,}18 \times 10^{-8}lw/t$. Las dimensiones l, w y t, en metro. Cuando las placas se conectan eléctricamente en *serie,* el valor de N_M se duplica y el de C_E se reduce a la cuarta parte de su valor en paralelo. Debe usarse el circuito de la Fig. 6.30*a*.

Para los *cristales Bimorph de flexión ADP,* Fig. 6.35*b*, conectados eléctricamente en *paralelo,* los valores de los elementos son $N_M = 0{,}1523l/wt$, $C_M = 199 \times 10^{-12}l^3/wt^3$, $M_M = 435lwt$, y $C_E = 5{,}09 \times 10^{-10}lw/t$.

La distorsión alineal producida por los cristales ADP y LH es muy pequeña, pero la sal de Rochela es una excepción. En el rango de temperaturas de —18°C a +24°C, este cristal exhibe efectos de histéresis en la relación entre la fuerza aplicada y la tensión producida a través de una pequeña resistencia de carga. Este efecto de histéresis se origina en la capacitancia eléctrica C_E y es de importancia despreciable si el cristal funciona aproximadamente en circuito abierto, por ejemplo, conectado a la entrada de un seguidor catódico. En los micrófonos que funcionan con niveles sonoros normales, el efecto de histéresis es despreciable en los cristales de sal de Rochela aunque el micrófono esté cargado.

Todos los cristales tienen una resistividad † de cuerpo que aparece como resistencia en paralelo a través de los terminales eléctricos del cristal. Este factor no tiene importancia práctica a las temperaturas ordinarias, excepto para los cristales ADP. En estos cristales, la resistividad de cuerpo aumenta rápidamente con la temperatura, como lo muestra la Fig. 6.37. La ordenada de esta gráfica es la frecuencia de corte, es decir, la frecuencia para la cual la reactancia y la resistencia, medidas a través de dos caras de cristal, son iguales.

El ruido propio producido por un micrófono electrostático es el originado por la resistencia de c. c. del cristal o dieléctrico en paralelo con la capacitancia C_E. Además, contribuye al ruido la resistencia de carga, por cuanto está en paralelo con la resistencia interna. El nivel espectral del ruido decae a razón de 6 dB por octava tan pronto como la reactancia capacitiva se hace menor que la resistencia combinada total (externa e interna). Los cristales dañados por exceso de temperatura o humedad tienen a menudo un alto nivel de ruido interno.

La temperatura no sólo afecta la capacitancia eléctrica del cristal de sal de Rochela y la resistividad de los cristales ADP, sino que puede también dañar permanentemente los cristales. En la tabla 6.1 se dan algunas informaciones sobre la temperatura máxima aproximada segura, la temperatura para fugas apreciables, y la temperatura para destrucción completa.

---

† Resistividad de cuerpo (o de volumen) es la resistencia en ohm medida entre las dos caras de un cubo unitario.

Los cristales son afectados por la humedad, como lo indica la tabla 6.1. Esto es particularmente cierto para los de sal de Rochela. La sal de Rochela es, químicamente, tartrato de potasio y sodio, con cuatro moléculas de agua de cristalización. Si la humedad es muy baja (menor que alrededor del 30 %), el cristal se deshidrata gradualmente y se transforma en polvo. Si la humedad es excesiva (mayor que 84 %), el cristal se disuelve gradualmente. Ninguno de los dos fenómenos es reversible. Un revestimiento protector recientemente ideado asegura una protección casi perfecta contra la influencia de las humedades extremadas.

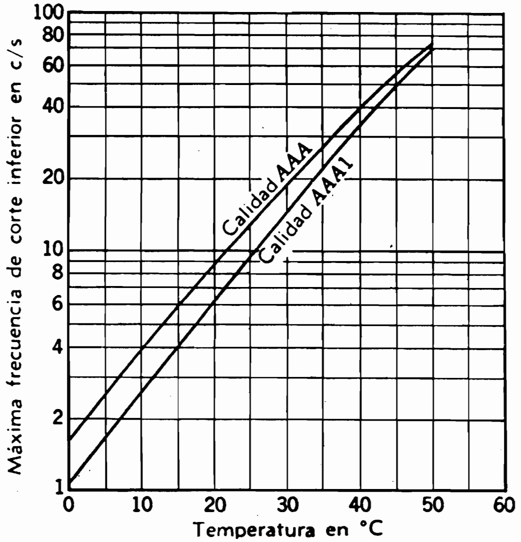


FIG. 6.37. Máxima frecuencia inferior de corte esperable, en c/s, para los cristales ADP (PN) en función de la temperatura ambiente. La frecuencia de corte se define como la frecuencia para la cual son iguales la reactancia capacitiva y la resistencia (ambas medidas entre las mismas caras). (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

Para comprobar si un cristal se encuentra en estado normal, hay que medir su resistividad y su capacitancia eléctricas, teniendo cuidado de no aplicar una tensión demasiado grande, pues hay peligro de fractura. Si la capacitancia es menor que la normal, el cristal está deshidratado. Si la resistividad es muy baja y la capacitancia muy alta, el cristal está parcial o totalmente disuelto. Si la resistividad es baja y la capacitancia en paralelo no ha variado, hay fuga superficial.

Micrófonos cerámicos de titanato de bario. Un tipo reciente y útil de material piezoeléctrico es una cerámica hecha de titanato de bario.

La cerámica se hace piezoeléctrica polarizándola permanentemente con ayuda de un elevado potencial electrostático, de 1.600 a 2.400 volt/mm, al que se la somete durante varios minutos. Pueden emplearse tensiones menores si la operación se practica a alta temperatura. El titanato de bario puro tiene un punto de Curie, como la sal de Rochela, pero alrededor de los 120°C, muy por encima del rango normal para un micrófono. Hay también anomalías dieléctricas cerca de los 120°.

Los micrófonos de titanato de bario pueden usarse intercambiablemente con los de cristal, excepto porque sus sensibilidades son de 6 a 18 dB menores que las de los de sal de Rochela o ADP. Las variaciones de la temperatura no afectan apreciablemente su constante dieléctrica.

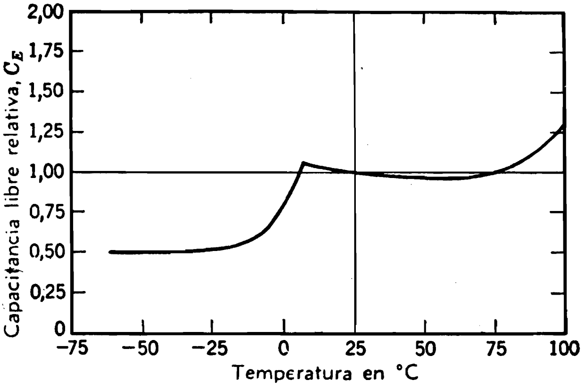


FIG. 6.38. Cerámica de titanato de bario. Capacitancia libre C_E, relativa, en función de la temperatura. (*Cortesía de Brush Electronics Company.*) La forma exacta de esta curva depende del proceso de polarización permanente de la cerámica.

Las ventajas del titanato de bario sobre los cristales antes descriptos consisten en que su constante dieléctrica es más alta que la de la sal de Rochela y no varía con la temperatura entre + 10° y + 80°C. La compliancia mecánica C_M y la relación de trasducción N_M son menores que para la sal de Rochela. Dos unidades de expansión longitudinal, hechas respectivamente de sal de Rochela y de titanato de bario y diseñadas de modo de tener la misma capacitancia y la misma compliancia mecánica a 15°C, acusan una diferencia de sensibilidad de 12 a 16 dB a favor de la sal de Rochela.

Las cerámicas de titanato de bario manifiestan un lento decrecimiento de la constante dieléctrica y la respuesta electromecánica con la edad. La disminución de cada cantidad, según se cree, es menor que un 10 por ciento, es decir, 1,0 dB, durante el primer año después de la fabricación y de sólo algunas unidades por ciento cada año posterior.

La Fig. 6.38 muestra la capacitancia libre (sin montaje) C_E en función de la temperatura, para una cerámica de titanato de bario, referida a la capacitancia libre a 25°C.

Con referencia a los circuitos de la Fig. 6.30, una *barra de expansión longitudinal de titanato de bario,* como la de la Fig. 6.32*a,* tiene como valores de elementos, $N_M = 0{,}0051/w$, $C_M = 10{,}2 \times 10^{-12} l/wt$, $M_M = 2260\, lwt$, y C_E (a 25°C) $= 1{,}5 \times 10^{-8} lw/t$. Las dimensiones l, w, y t, en metro.

Para una *barra de expansión de espesor de titanato de bario*, Fig. 6,32*b*, los valores de los elementos son $N_M = 0{,}0127t/lw$, $C_M = 8{,}13 \times 10^{-12} t/lw$, $M_M = 2260 lwt$, y C_E (a 25°C) $= 1{,}5 \times 10^{-8} lw/t$. Las dimensiones l, w, y t, en metro.

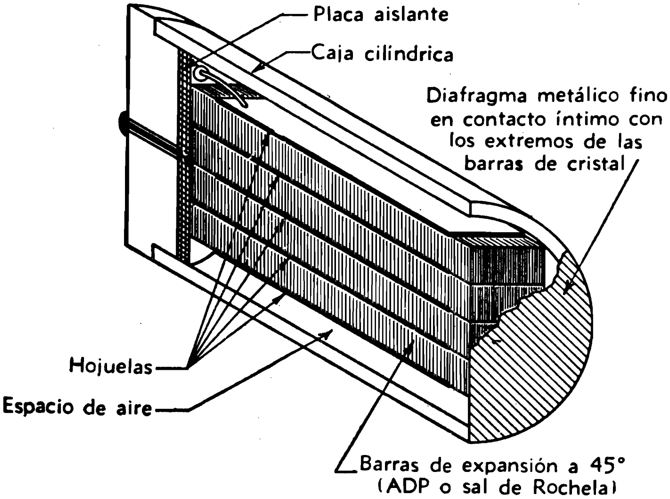

Placa aislante
Caja cilíndrica
Diafragma metálico fino en contacto íntimo con los extremos de las barras de cristal
Hojuelas
Espacio de aire
Barras de expansión a 45° (ADP o sal de Rochela)

FIG. 6.39. Disposición de las barras de expansión en un micrófono de presión. Las hojuelas se conectan de modo que todas las capacitancias queden en paralelo. El campo sonoro actúa sobre un fino diafragma metálico y produce la compresión y la expansión de las barras según su longitud. (*Preparado a partir de un esbozo de F. Massa, de Massa Labs.*)

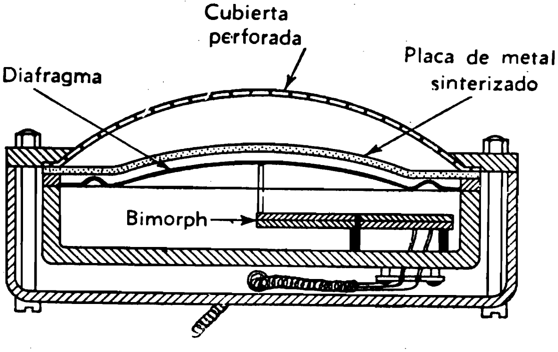

Cubierta perforada
Diafragma
Placa de metal sinterizado
Bimorph

FIG. 6.40. Micrófono de cristal del tipo de diafragma, con un Bimorph de cupla. La placa de metal sinterizado es un elemento de amortiguamiento acústico.

Con referencia al circuito de la Fig. 6.30*a*, los valores de los elementos para un *cristal Bimorph de flexión de titanato de bario*, Fig. 6.35*b*, conectado eléctricamente en *serie*, son $N_M = 0{,}0068l/wt$, $C_M = 40{,}6 \times 10^{-12}l^3/wt^3$, $M_M = 1530lwt$, y C_E (a 25°C) $= 1{,}28 \times 10^{-8}lw/t$.

El trasductor de titanato de bario responde también a las presiones hidrostáticas tales como las que se obtendrían suspendiendo libremente una placa de cerámica en el aire o en un líquido. Se utiliza en este caso, asimismo, el circuito de la Fig. 6.30, excepto por la sustitución de los elementos mecánicos con elementos acústicos. En este caso, el trasductor

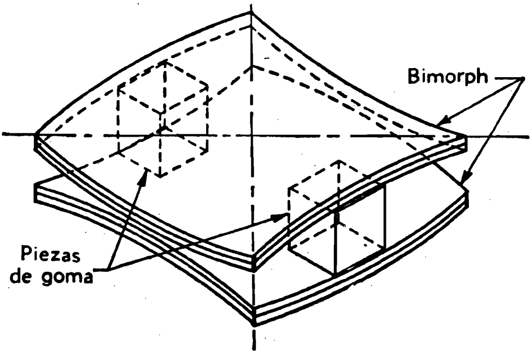


Fig. 6.41. Micrófono de cristal del tipo de celda sonora. Las fuerzas de compresión y extensión necesarias se producen en cada una de las cuatro placas de cristal cuando actúa una fuerza sobre los centros y los costados de los dos elementos Bimorph.

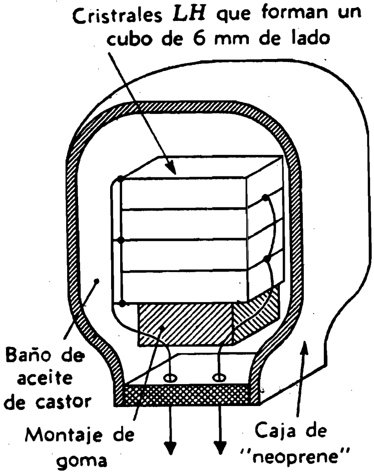


Fig. 6.42. Esquema de un micrófono de sulfato de litio, actuado hidrostáticamente. El baño de aceite de castor tiene por objeto hacer que la presión actúe uniformemente sobre todo el cristal. En una pila cúbica de seis placas conectadas en paralelo, de 6,35 mm de lado, la capacitancia es de alrededor de 23×10^{-12} farad y la tensión de salida de circuito abierto, de alrededor de —96 dB *re* 1 volt/dina/cm². (*Cortesía de Brush Electronics Company.*)

llámase *de expansión de volumen* y los valores de los elementos son $N_A = 0{,}0022t$ volt/newton/m^2 (o m^3/coulomb), $C_A = 12{,}2 \times 10^{-12}lwt$ m^5/newton, y $C_E = 1{,}5 \times 10^{-8}lw/t$ farad. Las dimensiones l, w, y t, en metro.

Usos de los trasductores piezoeléctricos. Las Figs. 6.39 a 6.42 ilustran diversas maneras de utilizarse los trasductores piezoeléctricos en los micrófonos. En la primera de estas figuras, se esboza un micrófono que utiliza cristal de sal de Rochela o ADP con barras de expansión de 45°, o barras de expansión de titanato de bario. La presión sonora hace que se ejerza una fuerza sobre el extremo de las placas piezoeléctricas y genérase entonces una tensión a causa de la variación de las longitudes. Las barras pueden expandirse libremente en dirección transversal.

En la Fig. 6.40 conéctase un diafragma a un elemento Bimorph de cupla por medio de una corta varilla. El Bimorph está afirmado en tres vértices, de modo que la fuerza queda aplicada de la manera indicada en la Fig. 6.35*a*. La placa de metal sinterizado dispuesta delante del diafragma es una resistencia acústica que amortigua la resonancia del sistema.

La Fig. 6.41 ilustra otra manera de montar los elementos Bimorph. En este caso hay dos elementos Bimorph de flexión, cuadrados, separados por dos bloques de goma. El conjunto está envuelto por una camisa de papel encerado, formando así dos "diafragmas" con un espacio de aire intermedio. Un aumento de la presión sonora causa la deformación de las placas de la manera indicada. La distorsión es de naturaleza tal que se produce una diferencia de potencial a través de los electrodos aplicados a las placas piezoeléctricas.

Una cuarta forma de montaje adecuada para usar con placas piezoeléctricas del tipo hidrostático es la de la Fig. 6.42. Hay aquí un bloque formado por cuatro placas de sulfato de litio sumergido en un baño de aceite de castor. La envolvente flexible sirve a la vez como diafragma y como recipiente para el aceite. La presión ejercida sobre el exterior es trasferida por el aceite del elemento trasductor.

PARTE XVI. *Micrófonos de gradiente y de combinación.*

6.7. Micrófonos de gradiente de presión.

Aspectos generales. El micrófono de cinta tiene aproximadamente la misma sensibilidad e impedancia que el de bobina móvil cuando se lo usa con un trasformador adecuado. A causa de su característica direccional en forma de ocho se lo usa mucho en los estudios de radiodifusión y en las instalaciones de refuerzo acústico para eliminar ciertos sonidos indeseados, según la ubicación de su fuente respecto del micrófono. Lo utilizan los cantantes para obtener algunos efectos vocales. Una desventaja del micrófono de cinta es que resulta a menudo ruidoso cuando se lo usa puertas afuera a menos que se lo proteja contra el viento por medio de pantallas especiales.

Construcción. La Fig. 6.43 ilustra una construcción típica. Consiste en una cinta de muy baja frecuencia de resonancia suspendida en la ranura de una pantalla deflectora. Hay un campo magnético transversal a la cinta, de modo que el movimiento de ésta causa la aparición de una d.d.p. entre sus extremos. De esta manera, el conductor móvil sirve al mismo tiempo como diafragma. En los diseños modernos, la cinta puede tener unos 25 mm de largo, 1,5 mm de ancho, y 0,0025 mm de espesor, con una luz de 0,075 mm a cada lado.

Según la Ec. (6.11), la diferencia de presión que actúa para mover el diafragma es

$$p_R = f_R/S = u\omega\rho_0\,\Delta l \cos\theta \tag{6.38}$$

donde f_R = fuerza neta eficaz que actúa sobre la cinta
u = velocidad de las partículas, eficaz, en la dirección de propagación de la onda
S = área efectiva de la cinta
Δl = distancia efectiva entre las dos caras
θ = ángulo que forma la normal a la cinta con la dirección de propagación de la onda

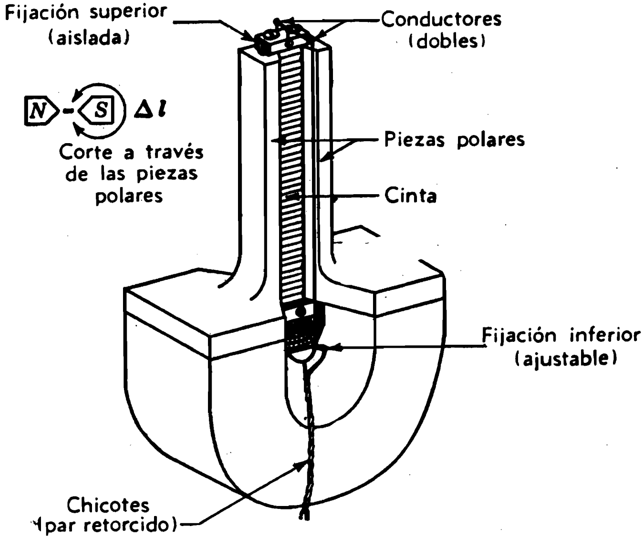

Fijación superior
(aislada)
Conductores
(dobles)
N
S
Δl
Corte a través
de las piezas
polares
Piezas polares
Cinta
Fijación inferior
(ajustable)
Chicotes
(par retorcido)

FIG. 6.43. Esquema de la cinta y la estructura magnética de un micrófono de velocidad. (*Según Olson, Elements of Acoustical Engineering,* 2ª Ed., p. 239, D. Van Nostrand Company, Inc., 1947.)

Esta ecuación es válida siempre que la altura de la pantalla sea menor que aproximadamente media longitud de onda.

Circuito análogo. El circuito equivalente (analogía de impedancia) para este tipo de micrófono es el de la Fig. 6.44. p_R es la diferencia de presión que existiría entre las dos caras de la cinta si se la mantuviera fija y no escapara aire por sus bordes; Z_{AA} es la impedancia acústica del medio visto desde una cara de la cinta; u_R es la velocidad lineal de la cinta; $U_R = Su_R$ es la velocidad de volumen de la cinta; M_{AR}, C_{AR}, y R_{AR} son las constantes acústicas de la cinta (por ejemplo, $M_{AR} = M_{MR}/S^2$, siendo M_{MR} la masa de la cinta); M_{AS} y R_{AS} son la masa y la resistencia acústicas, respectivamente, de las ranuras en los bordes de la cinta; y U_S es la velocidad de volumen del aire a través de estas ranuras.

Sobre casi todo el rango de frecuencias, la impedancia de radiación Z_{AA} es una reactancia de masa pura correspondiente a una masa acústica M_{AA} [ver Ec. (5.31)]. En un micrófono bien diseñado, $U_S << U_R$. Además, el micrófono funciona a frecuencias superiores a la de resonancia, de modo que $\omega M_{AR} >> 1/(\omega C_{AR})$. Por lo común es también $\omega M_{AR} >> R_{AR}$. Por lo tanto, el circuito de la Fig. 6.44 se simplifica a modo de una única masa acústica de magnitud $2M_{AA} + M_{AR}$.

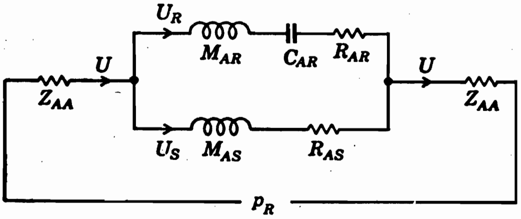


FIG. 6.44. Circuito análogo acústico para un micrófono de cinta (analogía de impedancia).

Cuando se usa la analogía de movilidad y se considera el circuito eléctrico, obtenemos el circuito completo de la Fig. 6.45. Aquí, $M_{MA} = M_{AA}S^2$, $M_{MR} = M_{AR}S^2$, B = densidad de flujo, l = longitud de la cinta, y $f_r = p_rS$.

Comportamiento. La tensión de circuito abierto e_0 del micrófono se halla como solución de la Fig. 6.45 y es

$$e_0 = \frac{Blf_R}{j\omega(2M_{MA} + M_{MR})} \tag{6.39}$$

Introduciendo la (6.38) en la (6.39) se obtiene

$$|e_0| = |u| \frac{(Bl)\rho_0 \, \Delta l}{2M_{MA} + M_{MR}} S \cos\theta \tag{6.40}$$

La tensión de circuito abierto es directamente proporcional a la velocidad de las partículas perpendicularmente al plano de la cinta. En un micrófono bien diseñado, esta proporcionalidad se mantiene muy bien entre 50 y 10.000 c/s. La frecuencia de resonancia más baja está por lo general entre 15 y 25 c/s. Los efectos de difracción comienzan a unos 2000 c/s, pero se los compensa dando una forma adecuada a las piezas polares del imán.

6.8. Micrófonos de combinación de presión y gradiente de presión.

Combinación eléctrica de trasductores de presión y de gradiente de presión. Una posible manera de obtener un diagrama direccional de un solo máximo (la así llamada característica unidireccional) consiste en combinar las salidas de un micrófono de presión y la de uno de gradiente de presión. Las dos unidades deben instalarse muy cerca la una de la otra, a fin de que la característica direccional resultante sea esencialmente independiente de la frecuencia.

Los micrófonos unidireccionales se utilizan principalmente en radiodifusión y en las instalaciones de refuerzo acústico para suprimir sonidos indeseados. Con respecto a la sensibilidad y la impedancia, el micrófono cardioidal o unidireccional es similar al micrófono de bobina móvil, siempre que se utilice un trasformador adaptador de impedancias adecuado.

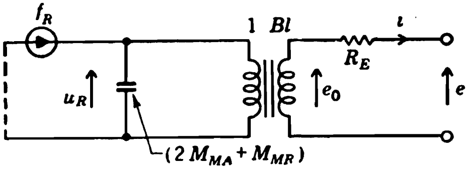


FIG. 6.45. Circuito análogo electromecánico simplificado del micrófono de cinta (analogía de movilidad).

La ecuación para la magnitud de la tensión de salida de circuito abierto de un micrófono de presión en la gama de frecuencias en que su respuesta es "plana" es

$$e_o = Ap \tag{6.41}$$

La ecuación para la tensión de salida en circuito abierto de un micrófono de gradiente de presión magnético o de cinta, dentro de la misma gama, es

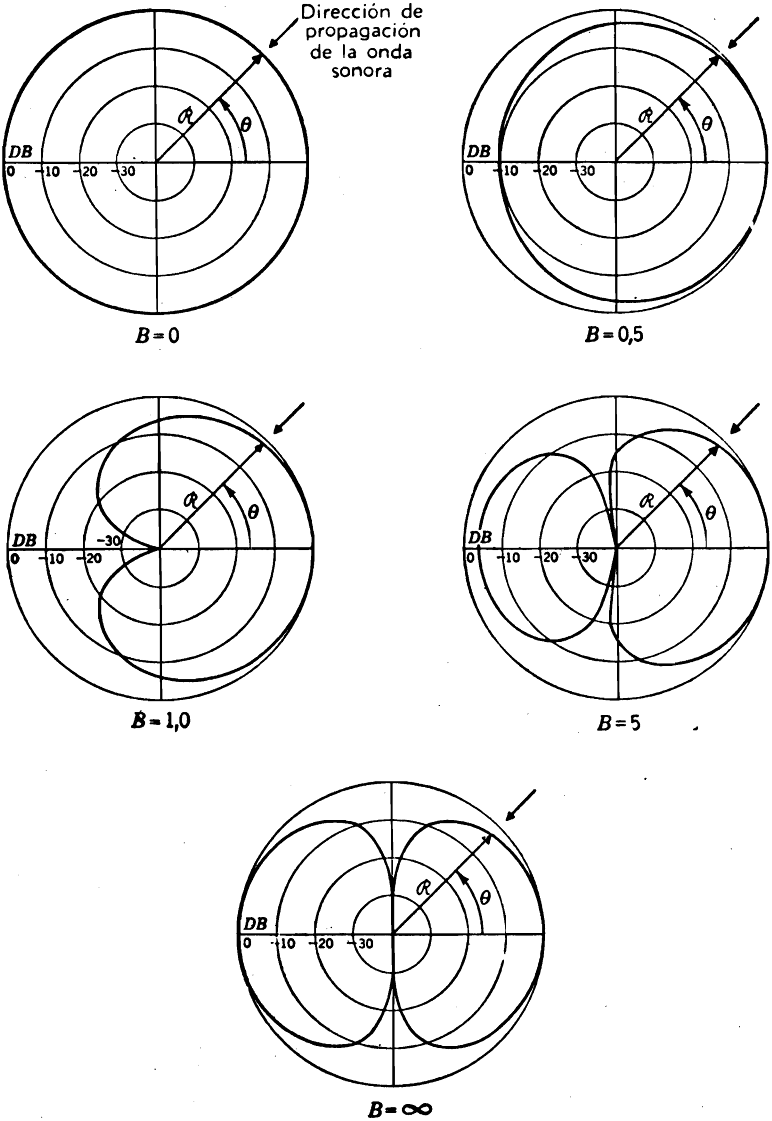
$$e'_o = Cp\cos\theta \tag{6.42}$$

Sumando la (6.41) y la (6.42) y poniendo $C/A = B$, tiénese

$$e_o = Ap(1 + B\cos\theta) \tag{6.43}$$

B es un número real positivo sólo cuando e_o y e'_o tienen la misma fase.

La característica direccional de un micrófono que responde a la Ec. (6.43) depende del valor de B. Para $B = 0$, el micrófono es adireccional; para $B = 1$, el micrófono es cardioidal; para $B = \infty$ se tiene una característica en ocho. En la Fig. 6.46 se muestran las características correspondientes a diversos valores de B.



$B = 0$ $B = 0{,}5$ $B = 1{,}0$ $B = 5$ $B = \infty$

FIG. 6.46. Gráficas de la expresión $R = 20 \log [(1 + B \cos \theta)/(1 + B)]$ en función de θ para $B = 0$, 0,5, 1,0, 5,0 e ∞.

La tensión e'_0 es una función de kr, como se ha visto en el Ap. 6.3, de modo que la tensión e_0 dada por la Ec. (6.43) varía en función de la frecuencia para valores pequeños de $\omega r/c$, donde r es la distancia entre el micrófono y una fuente poco extensa de sonido. En este caso, como en el micrófono de gradiente de presión, impártese cierta "profundidad" a la voz cuando se halla muy cerca del micrófono.

Combinación acústica de micrófonos de presión y de gradiente de presión. Se ha dado en el Ap. 6.3 un ejemplo de diseño acústico que responde a la vez a la presión y al gradiente de presión. Las características direccionales de este diseño son las mismas que se ven en la Fig. 6.46.

Para que este tipo de micrófono tenga una respuesta plana en función de la frecuencia para p_{ef} constante (es decir, presión sonora constante para todas las frecuencias de la onda sonora), debe elegirse un trasductor cuya tensión de salida para una fuerza diferencial constante actuante sobre el diafragma sea inversamente proporcional a la cantidad $\mathcal{A}$, definida en la Ec. (6.19), esto es,

$$e_0 \propto \frac{1}{|\mathcal{A}|} = \left|\frac{Z_{AD} - j[(R_A + Z_{AD})/\omega C_A R_A]}{Z_{AD}}\right| \qquad (6.44)$$

Como ejemplo, tomemos el caso de un micrófono para el cual $Z_{AD} >> R_A$ y $1/\omega C_A R_A >> 1$. En este caso, la respuesta del trasductor debe ser proporcional a

$$\frac{1}{|\mathcal{A}|} = \frac{1}{\omega C_A R_A} = \frac{cB}{\Delta l \omega} \qquad (6.45)$$

donde B está dado por la Ec. (6.17).

Dicho de otra manera, el trasductor debe tener una tensión de salida para fuerza neta constante actuante sobre el diafragma inversamente proporcional a la frecuencia, cuando se desea una respuesta plana. Tal es el caso de un trasductor de bobina móvil o de cinta que funciona por encima de la frecuencia de resonancia natural del diafragma.

CAPÍTULO 7

ALTAVOCES DE RADIACIÓN DIRECTA

PARTE XVII. *Teoría básica del altavoz de radiación directa.*

7.1. Introducción. El altavoz es un trasductor electroacústico para convertir las señales eléctricas en sonido. Hay dos tipos principales de altavoz: aquellos en que la superficie vibrante (llamada diafragma) radia el sonido directamente en el aire, y aquellos en que se interpone una bocina entre el diafragma y el aire. El altavoz de radiación directa se utiliza en la mayoría de los radiorreceptores domésticos, en los fonógrafos, y en las pequeñas instalaciones de refuerzo acústico. El tipo de bocina se utiliza en los sistemas reproductores de alta fidelidad, en los grandes sistemas sonoros de teatros y auditoriums, etc.

Las principales ventajas del tipo de radiación directa son (1) tamaño reducido, (2) bajo coste, y (3) respuesta satisfactoria dentro de una gama de frecuencias relativamente amplia. Sus desventajas son (1) bajo rendimiento, (2) estrecho diagrama direccional en las frecuencias altas, y (3) a menudo, curva de respuesta irregular en las frecuencias altas. Para su uso en los pequeños radiorreceptores domésticos, en los que la potencia acústica necesaria es escasa y los oyentes no son en general muy críticos, las ventajas superan a los inconvenientes. En los sistemas sonoros de teatros y puertas afuera, donde se necesitan grandes potencias acústicas y no es importante el tamaño, es de uso corriente el altavoz de bocina, de mayor rendimiento.

Todos los tipos de trasducción discutidos en capítulos anteriores en relación con los micrófonos podrían aprovecharse en los altavoces. En este texto, no obstante, nos limitaremos a los altavoces de bobina móvil, los más comunes en la mayoría de las aplicaciones.

7.2. Construcción[1]. La Fig. 7.1 ilustra la construcción de un altavoz de radiación directa típico. El diafragma es un cono hecho generalmente de papel o aluminio, soportado por su borde exterior y cerca de la bobina móvil de modo que puede moverse en dirección axil. La corriente que pasa por la bobina móvil crea una fuerza magnetomotriz que interacciona con el flujo del entrehierro del imán permanente y provoca el movimiento de traslación de la bobina móvil, y, por consecuencias, la del cono. Por lo común el cono es lo suficientemente rígido

---

[1] El estudiante hallará una información complementaria valiosa en las siguientes publicaciones: H. F. OLSON, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed., Cap. VI, D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1947; M. S. CARRINGTON, Amplitudes and Phase Measurements on Loudspeaker Cones, *Proc. I.R.E.*, **39**: 1021-1026 (1051); Transients Testing of Loudspeakers, *Audio Engineering*, **34**: 9-13 (agosto de 1950).

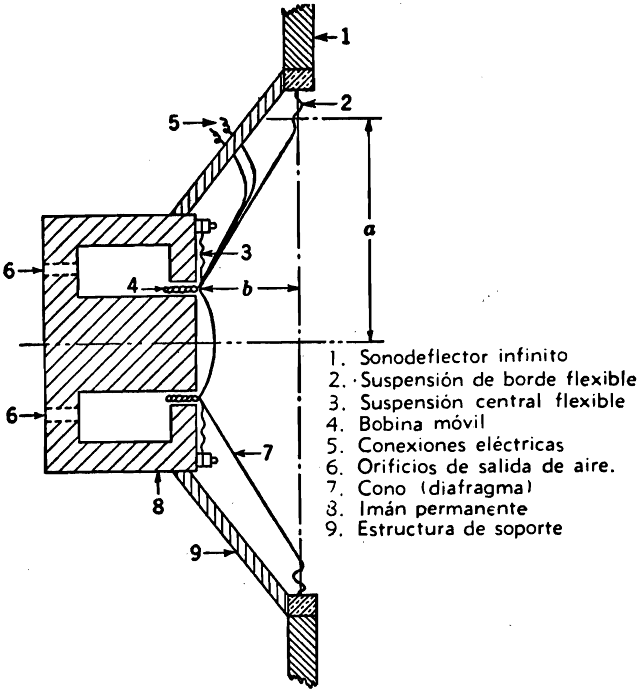

1
2
5
a
3
6
4
b
6
7
8
9
1. Sonodeflector infinito
2. Suspensión de borde flexible
3. Suspensión central flexible
4. Bobina móvil
5. Conexiones eléctricas
6. Orificios de salida de aire.
7. Cono (diafragma)
8. Imán permanente
9. Estructura de soporte

FIG. 7.1. Corte esquemático de un altavoz de radiación directa supuesto montado en un sonodeflector infinito.

como para moverse en una pieza a las frecuencias bajas. En las frecuencias altas, en cambio, las vibraciones se propagan desde el centro hacia el borde exterior a modo de ondas. El resultado de estas ondas progresivas y de las resonancias del cono en sí es el de producir irregularidades en la curva de respuesta e influir sobre la cantidad de sonido radiada en diferentes direcciones.

En la Fig. 7.1, el altavoz aparece montado en un sonodeflector plano de extensión infinita. Por definición, un sonodeflector (baffle) es todo medio que permite la separación acústica del frente de un diafragma respecto del aire de su parte posterior. Para los fines del análisis, el diafragma puede ser considerado para las frecuencias bajas como un pistón de radio *a* que se mueve con velocidad uniforme en toda su extensión. Esta aproximación es válida, razonablemente, a las frecuencias para las cuales la distancia b, Fig. 7.1, es menor que aproximadamente un décimo de longitud de onda.

7.3. Circuito electromecanoacústico. Antes de dibujar un circuito para el altavoz, debemos identificar los distintos elementos involucrados. La bobina móvil tiene inductancia y resistencia, las que llamaremos respectivamente L y R_E. El diafragma y el alambre de la bobina móvil tienen una masa total M_{MD}. El diafragma está montado por medio de suspensiones flexibles en el centro y en la periferia. El efecto total de estas suspensiones puede ser representado por medio de una compliancia mecánica C_{MS} y una resistencia mecánica $R_{MS} = 1/r_{MS}$, siendo r_{MS} la responsibilidad mecánica. La cavidad de aire y los agujeros en la parte posterior de la porción central del diafragma forman una red acústica que, en la mayoría de los altavoces, puede despreciarse en el análisis porque no tiene influencia apreciable sobre el comportamiento del altavoz. No obstante, las dos caras de la parte principal del diafragma radian sonido al aire libre.

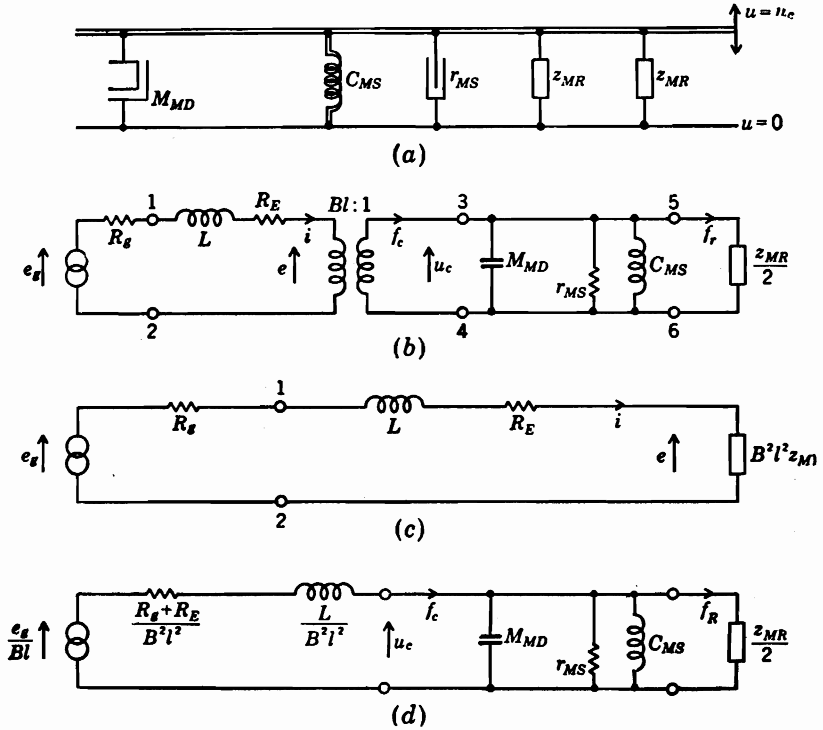


FIG. 7.2. (a) Circuito mecánico del altavoz de radiación directa. (b) Circuito análogo electromecánico del tipo de movilidad. (c) Circuito eléctrico incluso la impedancia eléctrica mocional. (d) Circuito análogo del tipo de movilidad con las cantidades eléctricas referidas al lado mecánico.

Se asigna una impedancia de radiación a cada cara, la que llamaremos $Z_{MR} = 1/z_{MR}$, siendo z_{MR} la movilidad de radiación.

Observamos que un lado de cada suspensión flexible está a velocidad cero. Para la resistencia mecánica debe cumplirse la misma condición, pues está contenida en las suspensiones. Sabemos ya, por los capítulos anteriores, que un lado de la masa y un lado de la movilidad de radiación deben ser considerados como de velocidad cero. Similarmente, observamos que los otros lados de las masas, la compliancia, la responsibilidad, y las movilidades de radiación tienen todos la misma velocidad, esto es, la de la bobina móvil.

Podemos dibujar el circuito mecánico por inspección y luego, el circuito análogo electromecánico usando la analogía de movilidad. Estos circuitos se dan en las Fig. 7.2*a* y *b*, respectivamente, donde:

e_g = tensión de circuito abierto del generador (amplificador de audio), volt
R_g = resistencia del generador en ohm eléctrico
L = inductancia de la bobina móvil en henry, medida con la bobina bloqueada, es decir, para $u_c = 0$
R_E = resistencia de la bobina móvil en ohm eléctrico, medida del mismo modo que L
B = densidad de flujo estacionaria en el entrehierro, en weber/m^2
l = longitud del alambre de la bobina, en metro
i = corriente eléctrica en la bobina, en ampere
f_c = fuerza en newton generada por la interacción entre las f.m.m. estacionaria y alterna, esto es $f_c = Bli$
u_c = velocidad de la bobina móvil en m/s, esto es, $u_c = e/Bl$, donde e es la llamada f.c.e.m.
a = radio del diagrama en metro
M_{MD} = masa del diafragma y la bobina móvil, en kilogramo
C_{MS} = compliancia mecánica total de la suspensión, en m/newton
$r_{MS} = 1/R_{MS}$ = responsibilidad mecánica de la suspensión en m/newton-s (mohm mecánico MKS) †
R_{MS} = resistencia mecánica de la suspensión en newton-s/m (ohm mecánico MKS)
$z_{MR} = 1/Z_{MR} = \mathbf{r}_{MR} + jx_{MR}$ = movilidad mecánica de radiación en mohm mecánico MKS vista desde una cara del diafragma (ver Fig. 5.4). La **r** negra indica que $\mathbf{r}_{MR}$ varía con la frecuencia.
$Z_{MR} = \mathcal{R}_{MR} + jX_{MR}$ = impedancia mecánica de radiación en ohm mecánico MKS vista desde una cara de un pistón de radio a montado en un sonodeflector infinito (ver Fig. 5.3). La **r** negra indica que $\mathbf{r}_{MR}$ varía con la frecuencia.

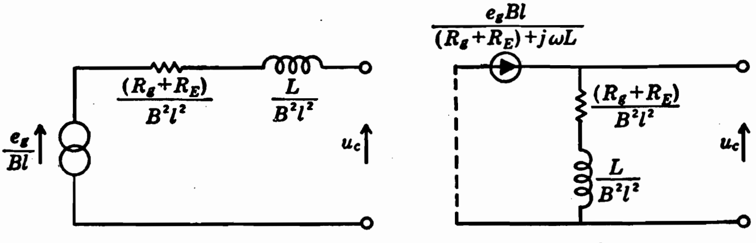
El circuito de la Fig. 7.2*b* con el lado mecánico llevado a través del transformador al lado eléctrico aparece en la Fig. 7.2*c*. La movilidad mecánica $z_{M1} = u_c/f_c$ es cero si el diafragma está bloqueado de modo que no hay movimiento ($u_c = 0$) pero tiene un valor distinto de cero cuando hay movimiento. Por esta razón, la cantidad $B^2l^2z_{M1}$ se llama por lo

---

Un mohm es un ohm de movilidad. Ver Ap. 3.3.

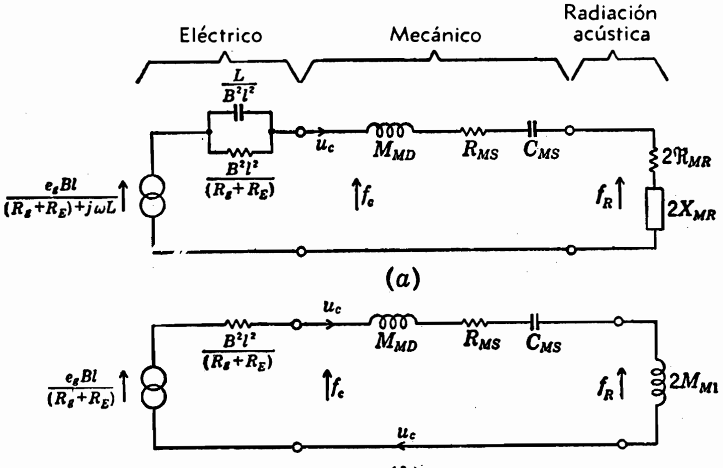
común *impedancia mocional eléctrica.* Cuando la parte eléctrica se lleva al lado mecánico, tenemos el circuito de la Fig. 7.2*d*.

El circuito de la Fig. 7.2*d* podrá resolverse más fácilmente si se modifica su forma. Reconozcamos primero la equivalencia entre los dos


$\frac{e_g}{Bl}$
$\frac{(R_g+R_E)}{B^2l^2}$
$\frac{L}{B^2l^2}$
u_c
$\frac{e_gBl}{(R_g+R_E)+j\omega L}$
$\frac{(R_g+R_E)}{B^2l^2}$
$\frac{L}{B^2l^2}$
u_c

(*a*) (*b*)

FIG. 7.3. El circuito eléctrico (referido al lado mecánico) aparece aquí en dos formas equivalentes. Estos circuitos son del tipo de movilidad.


Eléctrico
Mecánico
Radiación acústica
$\frac{L}{B^2l^2}$
$\frac{B^2l^2}{(R_g+R_E)}$
$\frac{e_gBl}{(R_g+R_E)+j\omega L}$
u_c
M_{MD}
R_{MS}
C_{MS}
f_c
f_R
$2\Re_{MR}$
$2X_{MR}$
(*a*)
u_c
$\frac{B^2l^2}{(R_g+R_E)}$
$\frac{e_gBl}{(R_g+R_E)}$
M_{MD}
R_{MS}
C_{MS}
f_c
f_R
$2M_{M1}$
u_c

(*b*)

FIG. 7.4. (*a*) Circuito análogo de baja frecuencia del tipo de impedancia con las cantidades eléctricas referidas al lado mecánico. Z_{MR} está dada por la Fig. 5.3. La cantidad f_c representa la fuerza total que actúa en el circuito equivalente para producir la velocidad de bobina móvil u_c. (*b*) Aproximación de una sola malla a la Fig. 7.4 (*a*) válida para $X_{MR}^2 \gg \Re_{MR}^2$.

circuitos de la Fig. 7.3. Luego pongamos el circuito de la Fig. 7.3*b* en lugar de su equivalente en la Fig. 7.2*d*, para tomar luego el dual de la Fig. 7.2*d* y obtener así la Fig. 7.4*a*.

El comportamiento de un altavoz de radiación está directamente relacionado con la velocidad del diafragma. Calculada ésta, podemos computar la potencia acústica radiada y la presión acústica producida a una distancia cualquiera en el campo remoto.

Velocidad de la bobina móvil en las frecuencias medias y bajas. La velocidad de la bobina móvil u_c, despreciando ω^2L^2 en comparación con $(R_g + R_E)^2$, se halla a partir de la Fig. 7.4*a*:

$$u_c \doteq \frac{e_gBl}{(R_g + R_{\mathrm{E}})\,(R_M + jX_M)} \tag{7.1}$$

donde

$$R_M = \frac{B^2l^2}{R_g + R_{\mathrm{E}}} + R_{MS} + 2\mathcal{R}_{MR} \tag{7.2}$$

$$X_M = \omega M_{MD} + 2X_{MR} - \frac{1}{\omega C_{MS}} \tag{7.3}$$

Velocidad de la bobina móvil a frecuencias bajas. Para las frecuencias bajas, suponiendo además que $X_{MR}{}^2 \gg \mathcal{R}_{MR}{}^2$, tenemos por la Fig. 7.4*b* que

$$(X_M)_{\text{low}\,f} = \omega(M_{MD} + 2M_{M1}) - \frac{1}{\omega C_{MS}} \tag{7.4}$$

donde $M_{M1} = 2{,}67a^3\rho_0$ = masa en kilogramo aportada por la carga de aire sobre una cara del diafragma en el rango de frecuencias para el cual es $ka < 0{,}5$. La cantidad ka es igual a la relación de la circunferencia del pistón a la longitud de onda.

La velocidad de la bobina móvil se halla a partir de la Ec. (7.1), usando las Ecs. (7.2) y (7.3) para R_M y X_M, respectivamente.

7.4. Potencia de salida. La potencia acústica radiada en watt por *las dos* caras del diafragma es

$$W = |u_c|^2(2\mathcal{R}_{MR}) \tag{7.5}$$

Luego, suponiendo $\omega^2L^2 \ll (R_g + R_E)^2$,

$$W = \frac{2e_g{}^2B^2l^2\mathcal{R}_{MR}}{(R_g + R_E)^2(R_M{}^2 + X_M{}^2)} \tag{7.6}$$

7.5. Presión sonora producida a la distancia r. *Bajas frecuencias.* En el Cap. 4 hemos visto que un pistón cuyo diámetro es menor que un tercio de longitud de onda ($ka < 1{,}0$) es esencialmente adireccional. Por lo tanto, podemos reemplazarlo aproximadamente por un hemisferio de velocidad de volumen eficaz $U_c = S_Du_c$, donde S_D es el área proyectada del cono del altavoz, es decir, πa^2 en la Fig. 7.1.

Por la Ec. (4.3) vemos que la magnitud de la presión eficaz en un punto del espacio libre a la distancia r de cualquiera de las dos caras del altavoz montado en sonodeflector infinito es

$$|p(r)| \doteq \frac{|U_c| f \rho_0}{r} \tag{7.7}$$

Se supone al escribir esta ecuación que la distancia r es lo suficientemente grande como para considerar que el punto se halla en el campo remoto. Luego, la presión en r es

$$|p(r)| = \frac{e_g B l S_D f \rho_0}{r(R_g + R_E)\sqrt{R_M^2 + X_M^2}} \tag{7.8}$$

La Ec. (7.8) se deriva también fácilmente de la Ec. (7.6) observando en la tabla 5.1 (pág. 124) que, para las frecuencias bajas,

$$\mathcal{R}_{MR} = \frac{\omega^2 S_D^2 \rho_0}{2\pi c} \tag{7.9}$$

y

$$W = 4\pi r^2 I = \frac{4\pi r^2 |p(r)|^2}{\rho_0 c} \tag{7.10}$$

donde I es la intensidad a la distancia r en watt/m^2.

Frecuencias medias. Para las frecuencias medias, en que el diagrama es direccional pero vibra todavía en una pieza, la presión producida a la distancia r depende de la potencia radiada y del factor de directividad Q.

El factor de directividad Q ha sido definido en el Cap. 4 como la relación de la intensidad en un eje dado de un radiador de sonido a la intensidad que produciría en la misma posición con una fuente puntual que radiase la misma potencia.

Según la Ec. (7.10), en el caso de *una fuente puntual que radia a ambos lados* de un sonodeflector infinito,

$$|p(r)| = \sqrt{\frac{W \rho_0 c}{4\pi r^2}} \tag{7.11}$$

En el caso de una fuente direccional en un sonodeflector infinito, como estamos suponiendo,

$$|p(r)| = \sqrt{\frac{W_1 Q \rho_0 c}{4\pi r^2}} \tag{7.12}$$

donde W_1 = potencia acústica en watt radiada por *una* cara del altavoz

Q = factor de directividad para *una* cara de un pistón en sonodeflector infinito. Los valores de Q aparecen en la Fig. 4.20. Obsérvese que W_1 es igual a $W/2$ y, para las frecuencias bajas (en las que no hay direccionalidad), $Q = 2$, de modo que la Ec. (7-12) redúcese a la (7.11) para las frecuencias bajas.

La presión sonora se halla introduciendo la Ec. (7.6) dividida por 2 en la (7.12), lo que da

$$|p(r)| = \frac{e_g Bl\sqrt{Q\rho_0 c\mathcal{R}_{MR}}}{2r\sqrt{\pi}\,(R_g + R_E)\sqrt{R_M^2 + X_M^2}} \qquad (7.13)$$

7.6. Respuesta de frecuencia. La curva de respuesta de frecuencia de un altavoz es la que representa la variación de la presión sonora o la potencia acústica en función de la frecuencia, con alguna cantidad, tal como la tensión o la potencia eléctrica, mantenida constante. La inspección de las Ecs. (7.6), (7.8) y (7.13) muestra que la cantidad $R_M^2 + X_M^2$ en el denominador, $\mathcal{R}_{MR}$ en el numerador, y el factor de directividad Q son términos que varían con la frecuencia. La variación de la presión sonora o de la velocidad del diafragma debida a la variación del denominador es exactamente la misma que la variación de la corriente eléctrica como función de la frecuencia en un circuito eléctrico resonante en serie *RLC*. La representación de esta variación en función de la frecuencia normalizada se llama curva universal de resonancia.

En las frecuencias bajas, la cantidad $\mathcal{R}_{MR}$ varía con el cuadrado de la frecuencia. Así, si Q es constante, el numerador de la (7.13) varía en proporción directa con la frecuencia. Si Q no es constante sino que aumenta con la frecuencia, la variación es más rápida. En otros términos, despreciando la variación de la directividad (es decir, poniendo Q = constante), la curva de la presión sonora en función de la frecuencia varía como una curva de resonancia universal multiplicada por la frecuencia.

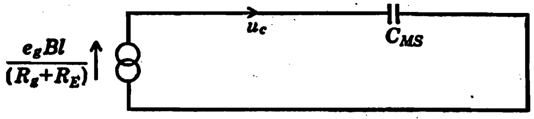
Cuando una curva universal de resonancia eléctrica se expresa en dB, su pendiente debajo de la frecuencia de resonancia es de + 6 dB por octava, y de — 6 dB por octava por encima de la frecuencia de resonancia. En el caso de la presión sonora o de la potencia acústica en función de la frecuencia, a estas pendientes se suma la del factor lineal, de modo que la pendiente de la curva de respuesta es de + 12 dB debajo de la resonancia y 0 dB (plana) encima de la resonancia.

Sea que se considere la presión sonora o la potencia radiada, la curva de respuesta tiene la misma forma (expresada en dB), siempre que sea constante el factor de directividad. Estudiaremos ahora la potencia radiada en función del término $f^2/(R_M^2 + X_M^2)$.

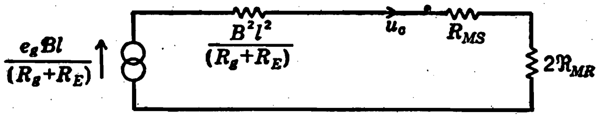
7.7. Rendimiento de máxima potencia disponible (PAE). Exprésase a menudo la respuesta de un altavoz en términos del *rendimiento* *de máxima potencia disponible,* el que es 100 veces la relación de la potencia acústica radiada a la máxima potencia que puede suministrar el generador. La máxima potencia disponible de un generador es la potencia que éste entrega cuando la resistencia de la carga es igual a la resistencia interna del generador:

$$W_E = \frac{e_g^2}{4R_a} \tag{7.14}$$

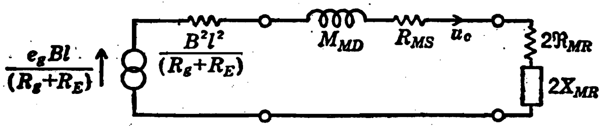
Frecuencias medias y bajas. El rendimiento de máxima potencia disponible (PAE) para las frecuencias medias y bajas [$\omega^2 L^2 \ll (R_g +$


$\frac{e_g Bl}{(R_g+R_E)}$
u_c
C_{MS}

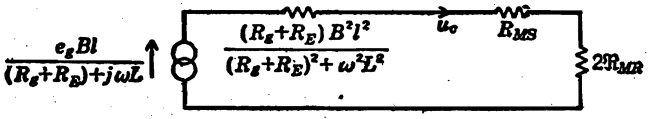
(a) Frecuencias muy bajas


$\frac{e_g Bl}{(R_g+R_E)}$
$\frac{B^2l^2}{(R_g+R_E)}$
u_c
R_{MS}
$2\Re_{MR}$

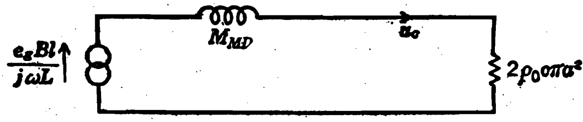
(b) Frecuencia principal de resonancia ω_0


$\frac{e_g Bl}{(R_g+R_E)}$
$\frac{B^2l^2}{(R_g+R_E)}$
M_{MD}
R_{MS}
u_c
$2\Re_{MR}$
$2X_{MR}$

(c) Arriba de la frecuencia principal de resonancia


$\frac{e_g Bl}{(R_g+R_E)+j\omega L}$
$\frac{(R_g+R_E)B^2l^2}{(R_g+R_E)^2+\omega^2L^2}$
u_c
R_{MS}
$2\Re_{MR}$

(d) Segunda frecuencia de resonancia


$\frac{e_g Bl}{j\omega L}$
M_{MD}
u_c
$2\rho_0 c\pi a^2$

(e) Frecuencias altas

FIG. 7.5. Formas simplificadas del circuito de la Fig. 7.4*a* válidas dentro de gamas limitadas de frecuencias.

$R_E)^2]$ está dado por la Ec. (7.6) dividida por la potencia disponible:

$$\text{PAE} \equiv \frac{W}{W_E} \times 100 = \frac{800 B^2 l^2 R_g \mathcal{R}_{MR}}{(R_g + R_E)^2\,(R_M{}^2 + X_M{}^2)} \qquad (7.15)$$

donde R_M y X_M están dadas por las Ecs. (7.2) y (7.3). Para las frecuencias más bajas podemos reemplazar $\mathcal{R}_{MR}$ por la Ec. (7.9) y X_M por la Ec. (7.4).

Dividamos el espectro de frecuencias en cinco partes y consideremos cada parte separadamente simplificando el circuito de la Fig. 7.4*a* de modo que corresponde a la parte elegida solamente. Véanse las Figs. 7.5 y 7.6.

En la región *A*, en que el altavoz está controlado por rigidez, la salida de potencia aumenta con la cuarta potencia de la frecuencia, o 12 dB por octava.

En la región *B*, la de la frecuencia de resonancia ω_0, la potencia acústica está determinada por la resistencia total del circuito, pues X_M pasa por cero.

En la región *C*, arriba de la primera frecuencia de resonancia, la potencia de salida (y la presión sonora) tiende a un valor constante, siempre que la impedancia del circuito tienda a ser una reactancia de masa pura. Esto es, $\mathcal{R}_{MR}$ aumenta con el cuadrado de la frecuencia y $X_M{}^2$ también, de modo que la variación neta resultante es nula.

Para pequeños valores de la resistencia del amplificador R_g, la resistencia mecánica total R_M deviene bastante grande en algunos altavoces, de modo que la resonancia tiene un amortiguamiento mayor que el crítico. La Ec. (7.8) muestra que si $R_M \gg X_M{}^2$, la presión sonora aumenta linealmente con la frecuencia *f*. Esta condición está indicada en la Fig. 7.6 mediante una línea cortada.

Frecuencias altas. Volviendo a la Fig. 7.4*a*, vemos que hay una segunda posibilidad de resonancia, la que involucra L/B^2l^2 y las masas $M_{MD} + X_{MR}/\omega$. La velocidad de la bobina móvil en esta resonancia puede determinarse a partir del circuito de la Fig. 7.5*d*. La frecuencia de resonancia ocurre cuando

$$\frac{\omega L(B^2l^2)}{\omega^2 L^2 + (R_g + R_E)^2} = \omega M_{MD} + 2X_{MR} \qquad (7.16)$$

Debemos observar, empero, que si $(R_g + R_E)^2$ es grande en comparación con $L^2\omega^2$, la reactancia de la capacitancia L/B^2l^2 con la resistencia en paralelo $B^2l^2/(R_g + R_E)$ deviene la de una inductancia negativa igual a $-B^2l^2L/(R_g + R_E)^2$. En este caso no hay resonancia.

La solución de la Fig. 7.5*d* se aplica a la cresta de la región *D* en la Fig. 7.6.

En las frecuencias superiores a la segunda frecuencia de resonancia, la resistencia de radiación sobre cada cara del diafragma resulta aproximadamente igual a $\pi a^2 \rho_0 c$, siendo *a* el radio efectivo del diafragma.

Además, $\omega^2 M_{MD}$ se hace grande en comparación con la resistencia del circuito, y $\omega^2 L^2$ grande en comparación con $(R_g + R_E)^2$. La velocidad de la bobina móvil se determina a partir de la Fig. 7.5*e*. El rendimiento de potencia disponible es

$$\text{PAE} = \frac{800 R_g B^2 l^2 \rho_0 c \pi a^2}{\omega^4 L^2 M_{MD}{}^2} \tag{7.17}$$

Esta región es la marcada *E* en la Fig. 7.6. Aquí, la potencia de salida decrece a razón de 12 dB por octava.

La curva de respuesta dada en la Fig. 7.6 es para un altavoz típico para la reproducción de la música en el hogar. Para esta aplicación, la masa del cono se hace lo más pequeña posible y la compliancia de la suspensión, la mayor posible que permita la estabilidad mecánica. Para las aplicaciones especiales, C_{MS} puede hacerse pequeña, de modo de elevar la frecuencia de resonancia. Además, es de práctica común hacer R_M tan grande que la velocidad u_c resulta casi constante como función de la frecuencia en las regiones *B* y *C*. En este caso, la presión sonora aumenta linealmente con la frecuencia y no hay zona plana en *C*.

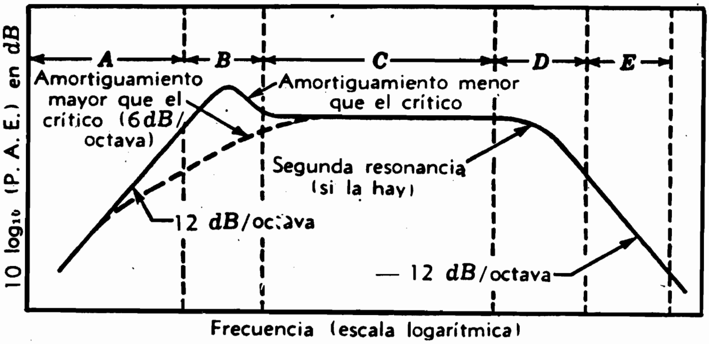


FIG. 7.6. Gráfica del rendimiento de potencia disponible en dB de un altavoz de radiación directa hipotético en sonodeflector infinito. Se supone que el diafragma actúa como un pistón rígido dentro de toda la gama de frecuencias. La potencia es la total radiada por *las dos* caras del pistón. Cero dB es el nivel de rendimiento de potencia disponible de referencia. La curva llena es para un altavoz de Q_T igual aproximadamente a 2. La curva cortada corresponde a Q_T igual aproximadamente a 0,5.

7.8. Rendimiento de referencia. Es conveniente definir un rendimiento de referencia que permita representar gráficamente la curva de respuesta de referencia sin indicación de los valores verdaderos de la potencia acústica que se está radiando. El rendimiento de potencia disponible de referencia (ambas caras del diafragma) se define como

$$\text{PAE}_{\text{ref}} \equiv \frac{800 R_g B^2 l^2 \mathcal{R}_{MR}}{(R_g + \text{R}_E)^2 \omega^2 \, (M_{MD} + 2M_{M1})^2} \tag{7.18}$$

c, con ayuda de la Ec. (7.9),

$$\mathrm{PAE}_{\mathrm{ref}} \equiv \frac{800 R_g B^2 l^2 S_D{}^2 \rho_0}{2\pi c (R_g + R_E)^2 (M_{MD} + 2M_{M1})^2} \tag{7.19}$$

Si el altavoz está menos que críticamente amortiguado, la Ec. (7.19) da la respuesta verdadera en la región *C*, la que está por encima de la primer frecuencia de resonancia. Aun en los altavoces que están fuertemente amortiguados y no tienen zona plana en *C*, la Ec. (7.19) constituye una referencia conveniente con la cual compárase el resto de la curva.

Expresada como una relación, la respuesta PAE a frecuencias medias y bajas, en las que la radiación es adireccional, [ver Ec. (7.15)], es

$$\frac{\mathrm{PAE}}{\mathrm{PAE}_{\mathrm{ref}}} = \frac{\omega^2 (M_{MD} + 2M_{M1})^2}{R_M{}^2 + X_M{}^2} \tag{7.20}$$

En la frecuencia de resonancia ω_0, con $X_M = 0$,

$$\frac{\mathrm{PAE}}{\mathrm{PAE}_{\mathrm{ref}}} = \frac{\omega_0{}^2 (M_{MD} + 2M_{M1})^2}{R_M{}^2} \equiv Q_T{}^2 \tag{7.21}$$

donde Q_T es el análogo del Q de los circuitos eléctricos. Las Ecs. (7.20) y (7.21) pueden ser expresadas en dB tomando 10 $\log_{10}$ en los dos miembros.

En el Cap. 8 de este volumen se ofrecen ábacos que permiten determinar, sin laboriosos cómputos, la presión sonora en función de la frecuencia producida por un altavoz de radiación directa, incluyendo la característica direccional. Se presentan también métodos para determinar las constantes de los altavoces y de los recintos acústicos del tipo caja y reflector de bajos. Si el lector está interesado solamente en la elección de un sonodeflector para un altavoz, puede pasar directamente al Cap. 8. La parte siguiente se ocupa de los factores de diseño que determinan la respuesta global y el rendimiento del altavoz.

7.9. Ejemplos de cálculo sobre altavoces.

Ejemplo 7.1. Dado el rendimiento de potencia disponible de referencia de la Ec. (7.19) para un altavoz en sonodeflector infinito, determinar la presión sonora de referencia equivalente al rendimiento de potencia disponible de referencia suponiendo que el factor de directividad Q (para radiación por una cara) es igual a 2.

Solución. La presión sonora a la distancia r, suponiendo que no hay direccionalidad, está relacionada con la potencia acústica radiada por una cara del pistón del modo siguiente [ver Ec. (7.12)]:

$$p = \sqrt{\rho_0 c I} = \sqrt{\frac{\rho_0 c W_1}{2\pi r^2}}$$

donde I = intensidad a la distancia r

$W_1 = W/2$ potencia acústica total radiada por *una* cara del diafragma.

La presión sonora de referencia equivalente es

$$p_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{\rho_0 c}{2\pi r^2}} \sqrt{\frac{\text{PAE}_{\text{ref}}}{200}} W_E$$

$$= \frac{e_g \rho_0 B l S_D}{2\pi r(R_g + R_E)\,(M_{MD} + 2M_{M1})}$$

Ejemplo 7.2. Como ejemplo del rendimiento de potencia disponible que puede esperarse de un altavoz de radiación directa de diseño convencional montado en un sonodeflector infinito y radiando por las dos caras, calculemos el rendimiento de potencia disponible de referencia (PAE$_{\text{ref}}$) según la Ec. (7.18), para el caso de un altavoz comercial de diámetro nominal de 305 mm (12 pulgadas). Calcularemos también la relación de la PAE a la PAE$_{\text{ref}}$ en la primera frecuencia de resonancia. Son valores típicos de las constantes

$B = 10.000$ gauss $= 1{,}0$ weber/m^2
$l = 9$ m
$L = 7 \times 10^{-4}$ henry
$R_E = 8$ ohm
$R_g = 2$ ohm
a = radio efectivo del diafragma = 0,13 m
S_D = área efectiva del diafragma = 0,0531 m^2
ρ_0 = densidad del aire = 1,18 Kg/m^3
c = velocidad del sonido = 344,8 m/s
$\mathcal{R}_{MR} = 1{,}57\omega^2 a^4 \rho_0/c$ (ver tabla 5.1) $= 1{,}53 \times 10^{-6}\omega^2$ newton-s/m
$M_{M1} = 2{,}67\rho_0 a^3$ (ver tabla 5.1) $= 0{,}00694$ Kg
$M_{MD} = 0{,}011$ Kg
$R_{MS} = 0{,}5$ ohm mecánico MKS
$C_{MS} = 1{,}79 \times 10^{-4}$

Solución. Por la Ec. (7.18) obtenemos

$$\text{PAE}_{\text{ref}} \doteq \frac{800 \times 2 \times 1^2 \times 9^2 \times 1{,}53 \times 10^{-3}}{10^2 \times (0{,}025)^2} \doteq 3{,}2\ \%$$

Para la radiación de una sola cara del diafragma hay que dividir esta cifra por 2.

Sólo el 1,6 por ciento de la potencia eléctrica disponible es radiado en la región C a un lado del diafragma. Ilústrase así lo dicho al principio del capítulo sobre el bajo rendimiento del altavoz de radiación directa.

La frecuencia de resonancia superior, si existe, está determinada por la Ec. (7.16), es decir

$$\omega^2 = \frac{1}{\left(M_{MD} + \dfrac{2X_{MR}}{\omega}\right)\left[\dfrac{L}{B^2 l^2} + \dfrac{(R_g + R_E)^2}{\omega^2 L B^2 l^2}\right]}$$

En nuestro ejemplo, la $(R_E + R_g)^2$ es tan grande en comparación con $L^2\omega^2$ que la resistencia y la capacitancia en paralelo actúan como una inductancia negativa y no hay segunda resonancia en la gama de frecuencia para la cual es válido el circuito de constantes concentradas.

El límite entre las regiones C y D de la Fig. 7.5 ocurre cuando ka está comprendido aproximadamente entre 1 y 2. Para nuestro ejemplo, $ka = 1$ corresponde a una frecuencia de

$$f = \frac{c}{2\pi a} = \frac{344{,}8}{2\pi \times 0{,}13} = 424 \text{ c/s}$$

Es obvio que un diafragma más pequeño y liviano resultaría en una región C más extendida hacia las frecuencias altas. Empero, una reducción de la masa M_{MD} conduciría a un aumento de la primer frecuencia de resonancia, con la resultante pérdida de respuesta en las frecuencias bajas. Otra desventaja del diafragma pequeño es que, para una presión sonora dada, se necesita una mayor velocidad de bobina móvil. Habría que prever entonces un entrehierro más largo y un imán más poderoso.

La primer frecuencia de resonancia es

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{M_M C_{MS}}}$$

Donde

$$M_M = M_{MD} + 2M_{M1} = 0{,}025 \text{ kg}$$

Es decir

$$f_0 = \frac{100}{2\pi \sqrt{(0{,}025)\,(1{,}79)}} = 75 \text{ c/s}$$

$$R_M = {}^{81}/_{10} + 0{,}5 + 0{,}3 \doteq 8{,}9 \text{ ohm mecánico MKS}$$

$$Q_T = \frac{\omega_0 M_M}{R_M} = \frac{(471)\,(0{,}025)}{8{,}9} = 1{,}32$$

Por la Ec. (7.21) vemos que la relación de la PAE en la frecuencia ω_0 a la PAE_{ref} es igual a $Q_T{}^2$. Por lo tanto, esta relación es igual a 1,74 y el PAE a ω_0 alcanza a 5,6 por ciento (las dos caras).

PARTE XVIII. *Factores de diseño que afectan el comportamiento del altavoz de radiación directa.*

El altavoz se diseña por lo general para obtener una eficiente trasferencia de potencia eléctrica en potencia acústica y para efectuar esta trasferencia de manera uniforme dentro de una gama de frecuencias lo más amplia posible. Para cumplir estos propósitos hay que elegir adecuadamente la bobina móvil, el diafragma y el amplificador. Discutiremos aquí la elección de los elementos y su efecto sobre el rendimiento, la directividad y la respuesta transitoria.

7.10. Diseño de la bobina móvil. La inspección de la Fig. 7.6 revela que la región C es una parte muy importante de la curva de respuesta, puesto que el rendimiento medio depende de ella. Según la Ec. (7.19), válida para esta región (si son aceptables las aproximaciones hechas), vemos que el rendimiento de máxima potencia disponible en una frecuencia dada es proporcional a

$$\text{PAE} \propto \frac{l^2 R_g}{[(R_g + R_E)\,(M_{MD} + 2M_{M1})]^2} \tag{7.22}$$

Pero la resistencia R_E puede ser expresada en términos de la masa del arrollamiento de la bobina móvil M_{MC} escribiendo

$$R_E = \frac{\kappa l}{\pi a_w^2} \tag{7.23}$$

donde κ = resistividad del conductor de la bobina móvil en ohm-metro. Los valores de κ para distintos materiales se dan en la tabla 7.1

a_w = radio del alambre en metro

l = longitud del alambre en metro.

Además

$$M_{MC} = \pi a_w^2 l \rho_w \tag{7.24}$$

donde ρ_w = densidad del alambre de la bobina móvil en Kg/m³ (ver tabla 7.1). Combinando la (7.23) y la (7.24), obtenemos

$$R_E = \frac{\kappa l^2 \rho_w}{M_{MC}} \tag{7.25}$$

Llevando la (7.24) a la (7.22) resulta

$$\text{PAE} \propto \frac{l^2 R_g}{\left[\left(R_g + \frac{\kappa l^2 \rho_w}{M_{MC}}\right)(M_{MC} + M'_{MD} + 2M_{M1})\right]^2} \tag{7.26}$$

donde $M'_{MD} = M_{MD} - M_{MC}$.

La diferenciación de esta ecuación con respecto a M_{MC} y la igualación del resultado a cero da el valor de M_{MC} necesario para máxima potencia de salida a partir de un generador de impedancia R_g siempre que supongamos que la longitud del alambre está predeterminada. Por lo tanto, M_{MC} para máxima PAE se obtiene de

$$M_{MC}^2 = \frac{\kappa l^2 \rho_w}{R_g}(M'_{MD} + 2M_{M1}) \tag{7.27}$$

Más aún, introduciendo la (7.25) en la (7.27), obtenemos

$$M_{MC} = \frac{R_E}{R_g}(M'_{MD} + 2M_{M1}) \tag{7.28}$$

Como alternativa, suponemos que la resistencia de la bobina, R_E, es constante. Permitamos que varíen M_{MC} y l y determinemos M_{MC} para máxima PAE.

Por la Ec. (7.25) tenemos

$$l^2 = \frac{R_E M_{MC}}{\kappa \rho_w} \tag{7.29}$$

Llevando ésta a la (7.22) obtenemos

$$\text{PAE} \propto \frac{R_E R_g M_{MC}}{(R_g + R_E)^2 \, (M_{MC} + M'_{MD} + 2M_{M1})^2} \tag{7.30}$$

TABLA 7.1. Resistividad y densidad de varios metales.

Metal	Resistividad, ohm-m	Densidad, kg/m³
Aluminio	$0{,}0283 \times 10^{-6}$	$2{,}70 \times 10^{3}$
Antimonio	0,417	6,6
Bismuto	1,190	9,8
Cadmio	0,075	8,7
Calcio	0,046	1,54
Carbono	8,0	2,25
Cesio	0,22	1,9
Cromo	0,026	6,92
Cobalto	0,097	8,71
Cobre	0,0172	8,7
Oro	0,0244	19,3
Iridio	0,061	22,4
Hierro	0,1	7,9
Plomo	0,220	11,0
Litio	0,094	0,534
Magnesio	0,046	1,74
Manganeso	0,050	7,42
Mercurio	0,958	13,5
Molibdeno	0,057	10,2
Níquel	0,078	8,8
Platino	0,10	21,4
Potasio	0,071	0,87
Plata	0,0163	10,5
Sodio	0,046	0,97
Estaño	0,115	7,3
Titanio	0,032	4,5
Tungsteno	0,055	19,0
Cinc	0,059	7,1

donde, como antes, $M'_{MD} = M_{MD} - M_{MC}$. Buscando el máximo,

$$M_{MC} = M'_{MD} + 2M_{M1} \tag{7.31}$$

Finalmente, supongamos que M_{MC} es constante en la Ec. (7.30) y que dejamos variar R_E y l, para determinar R_E para máxima PAE. Buscando el máximo en la Ec. (7.30) obtenemos

$$R_E = R_g \tag{7.32}$$

Por lo tanto, para el valor óptimo del rendimiento de potencia

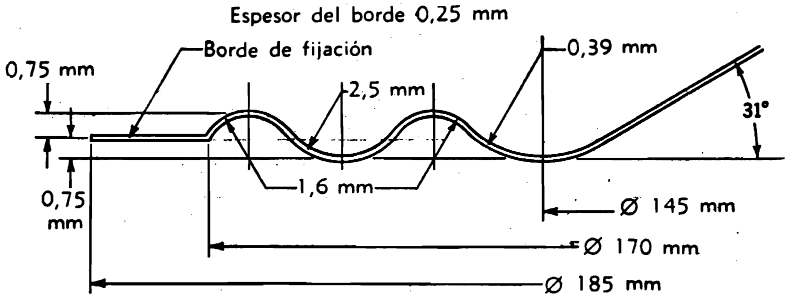

Espesor del borde 0,25 mm
Borde de fijación
0,39 mm
0,75 mm
2,5 mm
31°
0,75 mm
1,6 mm
Ø 145 mm
Ø 170 mm
Ø 185 mm

FIG. 7.7. Detalle del borde de un cono de papel afelpado para altavoz de 8 pulgadas (203 mm). [*Según Corrington, Amplitude and Phase Measurements on Loudspeaker Cones, Proc. IRE,* **39**: 1021-1026 (1951).]

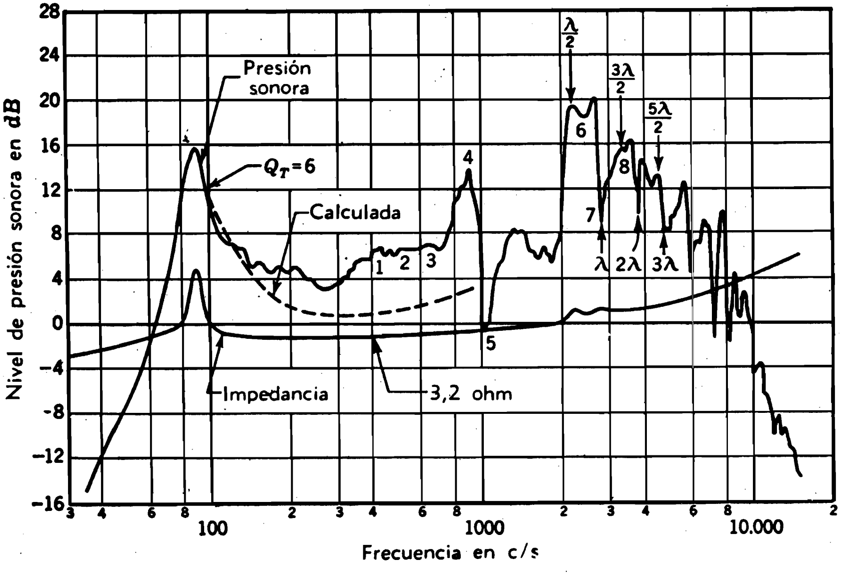


FIG. 7.8. Respuesta de potencia disponible relativa a un altavoz de 8 pulgadas (203 mm) montado en un sonodeflector infinito. La curva cortada ha sido calculada según las Figs. 8.12 y 8.13 para $Q_T = 6$. [*Según Corrington, Amplitude and Phase Measurements on Loudspeaker Cones, Proc. IRE,* **39**: 1021-1026 (1951).]

disponible, vemos por las Ecs. (7.28), (7.31), y (7.32) que $R_E = R_J$ y

$$M_{MC} = M'_{MD} + 2M_{M1}.$$

No es usual, sin embargo, que la bobina móvil sea tan masiva, por la razón de que una gran bobina móvil reclama también una estructura magnética correspondientemente grande.

Se dan valores de las resistencias y masas de algunos altavoces americanos típicos en la tabla 8.1 del capítulo que sigue.

7.11. Comportamiento del diafragma. La simple teoría basada en el empleo de circuitos equivalentes que acabamos de desarrollar no es válida por encima de ciertas frecuencias entre 300 y 1000 c/s. En las frecuencias más altas, el cono no se mueve ya como una pieza rígida, y varían las masas del diafragma M_{MD} y la impedancia de radiación. Estos cambios pueden ocurrir con gran rapidez en función de la frecuencia. Como consecuencia, no hay un tratamiento matemático razonable que permita predecir el comportamiento exacto del altavoz en la gama de las frecuencias altas.

Se considerará aquí un estudio detallado de un altavoz en particular como ejemplo del comportamiento del diafragma.[2] El diafragma es un cono de papel afelpado, de aproximadamente 170 mm de diámetro efectivo (ver Fig. 7.7), con un ángulo incluso de 118°.

La respuesta de presión en función de la frecuencia medida sobre el eje principal es la reproducida en la Fig. 7.8. Este altavoz en particular tiene, además de su resonancia fundamental, otras crestas y valles en la respuesta, en los puntos de 1 a 8 indicados en la figura.

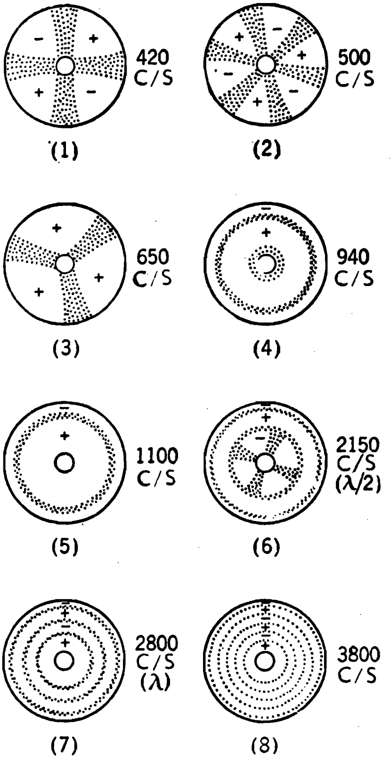


FIG. 7.9. Nodos en el cono del altavoz cuya curva de respuesta se da en la Fig. 7.8. Las líneas y los sombreados indican las regiones de mínima vibración. Los signos + y — distinguen las regiones que vibran en oposición de fase. (*Según Corrington*, con cambios.)

La resonancia en 90 c/s es la resonancia principal y tiene la amplitud relativa dada por la Ec. (7.21). Por encima de esta resonancia se encuentra la zona razonablemente plana que hemos designado *C*. En el punto 1, que corresponde a 420 c/s, el cono vibra en resonancia del modo indicado por el primer dibujo de la Fig. 7.9. Hay aquí cuatro líneas nodales radiales en el cono y cuatro regiones de máximo movimiento. Como lo indican los signos + y —, dos regiones se mueven hacia afuera mientras las otras dos lo hacen hacia adentro. El efecto neto es un bombeo de aire de un lado a otro de las líneas nodales. El cono vibra además en conjunto en dirección axil. El cambio neto en la salida es un aumento neto de alrededor de 5 dB con respecto a la salida computada. Existe una situación similar en el punto 2, en 500 c/s, excepto porque el número de líneas nodales aumenta de 4 a 6. En el punto 3, 650 c/s, la vibración es más compleja. Las líneas nodales no están ya bien definidas y el altavoz vibra de tal modo que el aumento en el nivel de presión es de alrededor de 4,5 dB, excluyendo un aumento de 0,5 dB debido a la direccionalidad.

---

[2] M. S. CORRINGTON, Amplitude and Phase Measurements on Loudspeaker Cones, *Proc. IRE*, **39**: 1021-1026 (1951).

En el punto 4, 940 c/s, se patentiza un nuevo tipo de vibración. El altavoz se mueve en fase en todas partes, excepto en la periferia. Observando la disposición del borde en la Fig. 7.7 y la línea nodal de la Fig. 7.9(4) podemos deducir lo que ocurre. La parte central del cono vibra con pequeña amplitud, mientras que la parte principal lo hace con mayor amplitud. La amplitud de la vibración se reduce mucho sobre el diámetro de 14,5 cm. En este punto la corrugación tiene un gran radio (4 mm). Al moverse el cono en vaivén, el papel tiende a arrollarse según esta curva y esto excita la corrugación siguiente de 2,35 mm en una violenta vibración en su frecuencia de resonancia. La resonancia del borde está 180° fuera de fase respecto de la vibración principal. No obstante, la parte principal del cono tiene una gran amplitud y su área es muy extensa, de modo que sólo una parte de su efecto es cancelado por la vibración del borde. El resultado neto es una cresta pronunciada en la curva de respuesta (punto 4 en la Fig. 7.8).

En el punto 5, 1100 c/s. obsérvase una repentina disminución en la respuesta. Esta disminución parece ser el resultado del movimiento de la línea nodal hacia el vértice del cono y una reducción de la amplitud de la zona principal. El efecto es el de un bombeo del aire a través de la línea nodal, con cancelación de la salida. Esta vibración es muy característica y, cuando ocurre, la caída de la respuesta es muy pronunciada.

Al aumentar la frecuencia, aparecen otros modos de vibración. En el punto 6 aparecen varias líneas nodales concéntricas con el borde y hay entonces un gran aumento en la salida. Un nuevo aumento de la frecuencia conduce a nuevas formas de vibración. Las líneas nodales son el resultado de la propagación de las ondas hacia el borde y de su reflexión en éste. Estas ondas se combinan de manera de formar una distribución de ondas estacionarias que producen a su vez una radiación máxima para cierto ángulo en particular respecto del eje principal del altavoz.

Con el fin de reducir la amplitud de las ondas estacionarias en los modos 6, 7, y 8 de la Fig. 7.9, es necesario que el diafragma termine en el borde en una impedancia mecánica adecuada, capaz de absorber la onda que llega desde el centro al borde, sin reflejarla. En los diseños prácticos se usa a menudo un borde de suspensión de cuero. El cuero puede ser una piel de carnero muy suave, cuyo peso es aproximadamente de unos 100 g/m², cuidadosamente curtida. El borde de cuero es también eficaz para reducir la resonancia de la suspensión. El efecto resultante es el de producir una respuesta más uniforme dentro del rango de frecuencias de 700 a 1500 c/s en la Fig. 7.8.

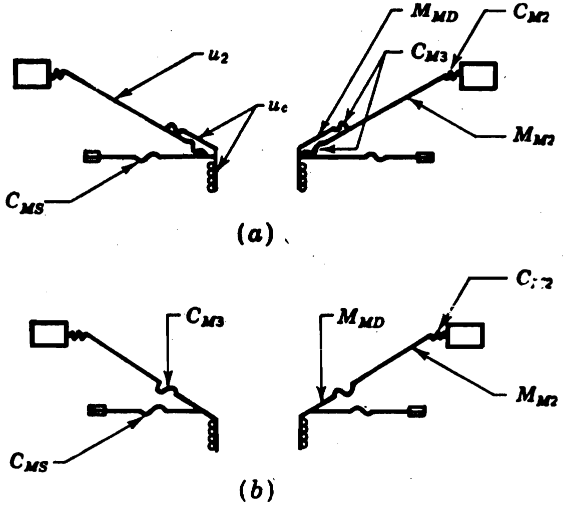


FIG. 7.10. Dos métodos para tener de hecho dos tamaños de cono con una sola bobina móvil. (*a*) Dos conos independientes unidos por un elemento de compliancia. (*b*) Un cono con un elemento de compliancia incluído.

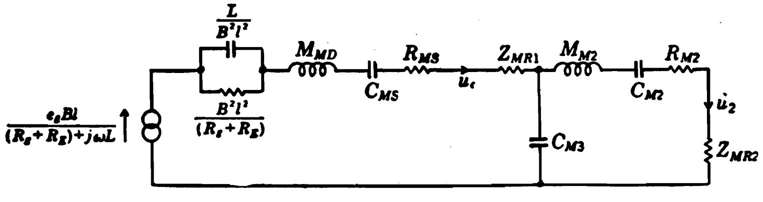


FIG. 7.11. Circuito mecanoacústico para los altavoces de la Fig. 7.10.

7.12. Unidad motriz de cono dividido. Hemos visto que uno de los problemas en la obtención de una respuesta plana en las frecuencias altas es el constituído por el radio y la masa grandes del diafragma. Un medio lógico, por lo tanto, para mejorar la respuesta de alta frecuencia consistiría en diseñar el diafragma de manera que en las frecuencias altas sólo se moviera la porción del cono más próxima a la bobina. La Fig. 7.10 ilustra dos maneras de realizar esta idea. El comportamiento de estos diafragmas está descrito por el circuito equivalente de la Fig. 7.11. Aquí, las cantidades M_{MD}, C_{MS} y R_{MS} son las constantes mecánicas del cono menor (interior), y M_{M2}, C_{M2} y R_{M2}, las del cono exterior. Los dos conos están unidos por la compliancia C_{M3}. La impedancia de radiación del cono interior es Z_{MR1} y la del cono exterior, Z_{MR2}. Las otras constantes son las mismas que las de la Fig. 7.4. Para las frecuencias altas, $1/\omega C_{M3}$ es esencialmente un cortocircuito y sólo importan las constantes del cono menor.

En la práctica prefiérese el diseño de la Fig. 7.10*b* a causa de su menor coste.

Otra manera más cara de separar la porción interior de la exterior de un cono consiste en usar una tira de cuero para proveer la compliancia C_{M3}. Se usa a menudo con esta finalidad piel de cabra, con un peso de alrededor de 0,1 Kg/m^2. La piel de cabra absorbe las ondas de alta frecuencia que avanzan hacia la periferia. Obtiénese así una respuesta más plana.

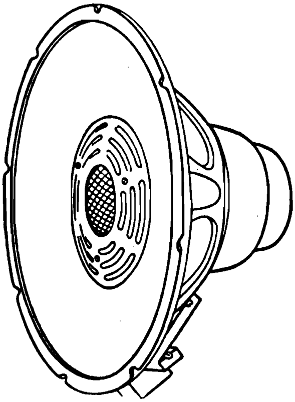


FIG. 7.12. Altavoz "coaxil".

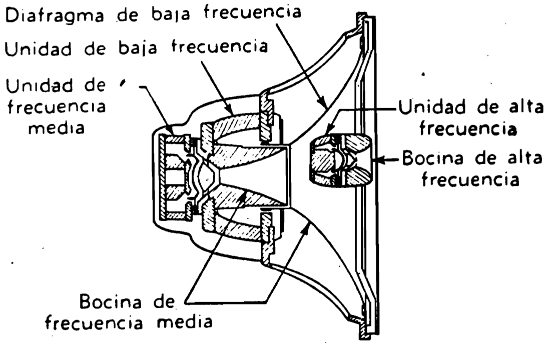

Diafragma de baja frecuencia
Unidad de baja frecuencia
Unidad de frecuencia media
Unidad de alta frecuencia
Bocina de alta frecuencia
Bocina de frecuencia media

FIG. 7.13. Corte de un altavoz "triaxil". (*Cortesía de Jensen Mfg. Co., Chicago, Ill.*)

7.13. Unidades motrices múltiples. Otro medio para llegar al equivalente de varios tamaños de cono consiste en montar dos o más altavoces de diferentes diámetros muy vecinos. Se utiliza entonces una red eléctrica, denominada *red de cruce*, para suministrar la señal de baja frecuencia a uno de los altavoces y las de frecuencias altas al otro u otros. Esta disposición ofrece la dificultad de que si los altavoces se montan uno al lado del otro, los caminos del sonido desde los altavoces al oyente no son en general de igual longitud ni la diferencia es la misma para diversas posiciones del oyente en la sala. Por consecuencias, cerca de la frecuencia de cruce, hay cancelación del sonido en algunas posiciones dentro de la sala y refuerzo de otras.

A fin de evitar este efecto, los altavoces se montan a menudo *concéntricamente*, es decir, el altavoz menor se monta enfrente y sobre el mismo eje respecto del altavoz mayor (ver Figs. 7.12 y 7.13). En la vecindad de la frecuencia de cruce hay por lo general cierto efecto de apantallamiento de la radiación del altavoz mayor debido al altavoz menor, con lo que resultan ciertas irregularidades en la curva de respuesta global.

7.14. Características direccionales. La curva de respuesta de la Fig. 7.6 y la información dada en los tres apartados precedentes revelan que, por encima de la frecuencia en que $ka = 2$ (por lo común entre 800 y 2000 c/s), es de esperar que el altavoz de radiación directa radie cada vez menos potencia. El régimen de disminución de la potencia sería de 6 a 12 dB por octava si el diafragma fuera un pistón rígido. Esta disminución de la potencia no es tan aparente directamente frente al altavoz como hacia los costados, debido al efecto de direccionalidad. Es decir, en las frecuencias altas, el cono dirige una mayor proporción de la potencia a lo largo del eje que en otras direcciones. Además, la tendencia a la disminución de la potencia del pistón rígido se ve compensada parcialmente por las resonancias parciales del diafragma, según se ha visto en la Fig. 7.8.

Diagramas de direccionalidad para altavoces típicos. En la Fig. 4.23 se han ilustrado algunos diagramas de direccionalidad típicos para un altavoz de 305 mm de diámetro montado sobre una de las caras mayores de una caja cerrada. Estos datos son aproximadamente correctos para altavoces de otros diámetros si se multiplican las frecuencias por la relación de 305 mm al diámetro del altavoz considerado, en mm.

La comparación con los diagramas de direccionalidad del pistón rígido montado en el extremo de un tubo largo, revela que la característica direccional de un altavoz no es igual a la de un pistón rígido. Esta diferencia es consecuencia del ángulo del cono, la velocidad de propagación del sonido en el material del cono, y la resonancia del cono. A este respecto es interesante observar cómo varía con la frecuencia la velocidad de propagación en el cono.

Velocidad de propagación del sonido en el cono. Definamos la velocidad media de propagación del sonido en el cono como la distancia que hay entre su vértice y su borde dividida por el número de longitudes de onda en esta distancia y multiplicada por la frecuencia en c/s. Para el altavoz de 203 mm de las Figs. 7.7 a 7.9, el desplazamiento de fase y la velocidad media de propagación del sonido desde el vértice al borde son las dadas en la Fig. 7.14. A las frecuencias bajas, muévese todo el cono en fase, de modo que la velocidad puede ser considerada como infinita. A las frecuencias altas, la velocidad se aproxima asintóticamente a la que ocurre en una hoja plana infinita del mismo material.

Nivel de intensidad en un eje determinado. Hemos dicho que el altavoz se vuelve direccional en las frecuencias altas. Con el fin de calcular el realce de la presión sonora sobre el eje del altavoz en comparación con la indicada por las ecuaciones del rendimiento de máxima potencia disponible, es conveniente recurrir a los conceptos de índice y factor de directividad definidos en la Parte XI. Por ejemplo, podríamos desear conocer la intensidad (o el nivel de presión sonora) en el eje de un altavoz a partir de la respuesta de potencia disponible y el factor de directividad. Procedemos entonces del siguiente modo:

La intensidad como función de la frecuencia en el eje de simetría del altavoz, dividida por la potencia eléctrica disponible es igual al producto de (1) la característica de respuesta de rendimiento de potencia disponible, (2) el factor de directividad, y (3) $1/4\pi r^2$, donde r es la distancia a que se mide la intensidad. En dB, tenemos

$$10 \log_{10} \frac{I_{ax}}{W_E} = 10 \log_{10} \mathrm{PAE}_1 + \mathrm{DI} - 10 \log_{10} 4\pi r^2 \qquad (7.33)$$

donde $I_{ax} = p_{ax}^2/\rho_0 c =$ intensidad en watt/m² sobre el eje designado a una frecuencia particular

$p_{ax} =$ nivel de presión sonora en newton/m² medido sobre el eje designado a una frecuencia particular

$\mathrm{PAE}_1 = W_1/W_E =$ relación de la potencia acústica total en watt radiada por el frente del altavoz a la potencia máxima disponible de fuente eléctrica [ver Ec. (7.14)]

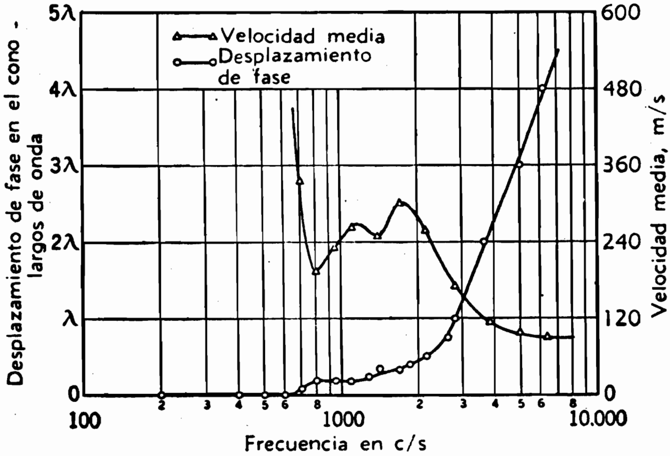


FIG. 7.14. Desplazamiento de fase y velocidad media de propagación en el cono de un altavoz de 203 mm. [*Según Corrington, Amplitude and Phase Measurements on Loudspeaker Cones, Proc. IRE,* **39**: 1021-1026 (1915).]

y donde DI está dado por la Ec. (4.19) y la Fig. 4.20. Obsérvese que, para el pistón rígido en sonodeflector infinito, DI es de 3 dB para las frecuencias bajas a causa de que la potencia se radia en un hemisferio, y que el último término de la Ec. (7.32) es el área de la esfera, en dB.

Expresado en términos del nivel de presión sonora sobre el eje dado *re* 0,0002 microbar (0,00002 newton/m²), la Ec. (7.33) deviene

$$\text{SPL } re \text{ 0,0002 microbar} = 20 \log_{10} \frac{p_{ax}}{0{,}00002} = 10 \log_{10} W_E$$
$$+ 10 \log_{10} \mathrm{PAE}_1 + \mathrm{DI} - 10 \log_{10} 4\pi r^2$$
$$+ 10 \log_{10} \rho_0 c + 94 \text{ dB} \qquad (7.34)$$

7.15. Respuesta transitoria. El diseño del recinto o caja para el altavoz y la elección de la impedancia del amplificador debe basarse eventualmente en el juicio subjetivo de lo que constituye la "calidad" o tal vez, simplemente, la "satisfacción" del oyente. Muchos observadores creen que una respuesta de nivel de presión sonora plana dentro de la gama de 70 a 7000 c/s es adecuada para la mayoría de los oyentes. Algunos observadores creen que la respuesta debe ser plana por debajo de los 1000 c/s y aumentar alrededor de 5 dB entre 1000 y 4000 c/s, para volver al valor anterior después de esta última frecuencia. También hay quienes creen que los altavoces más satisfactorios son los que reproducen bien los "golpes" † de sonido, aunque este requisito está mejor sustanciado en la literatura para las frecuencias altas que para las bajas.

Un factor importante para determinar la respuesta transitoria de los circuitos de la Fig. 7.4 es el grado de amortiguamiento del movimiento del diafragma. En un altavoz dado, puede variarse el amortiguamiento (1) eligiendo la impedancia del amplificador R_g, o (2) ajustando la componente resistiva de la impedancia del recinto en que se monta el altavoz, o (3) por ambos procedimientos. Por lo general, ajústase el amortiguamiento por elección de la impedancia del amplificador, porque es más fácil hacerlo así.

La velocidad instantánea u_c para las ondas sinusoidales estacionarias o repentinamente aplicadas es

$$u_c = \frac{e_g Bl}{(R_g + R_E)|Z_M|} \left[\operatorname{sen}(\omega t - \theta) + \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\psi_0} e^{-R_M t/2M_M} \operatorname{sen}(\omega_0 t + \psi_0) \right] \tag{7.35}$$

donde

$$Z_M = |Z_M| e^{j\theta} = R_M + jX_M \tag{7.36}$$

donde R_M y X_M están dadas por las Ecs. (7-2) y (7.4).

$$\operatorname{sen}\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\dfrac{(R_M^2/4M_M^2) + \omega_0^2}{\omega\omega_0} \dfrac{R_M}{X_M} + \dfrac{R_M}{2M_M\omega_0} \right]^2}} \tag{7.37}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{M_M C_{MS}} - \frac{R_M^2}{4M_M^2}} = 2\pi \text{ veces la frecuencia de resonancia} \tag{7.38}$$

Por la Ec. (7.1) vemos que la primera fracción y el primer término dentro del paréntesis del segundo miembro de la (7.35) son los términos de estado estacionario. El segundo término dentro del paréntesis es el término de estado transitorio, el que se atenúa según el régimen fijado por el exp ($-R_M t/2M_M$).

---

† Un golpe de sonido es un pulso de trenes de onda que contiene cierto número de ondas de cierta frecuencia.

Se sabe que el tiempo de reverberación en la sala familiar es de alrededor de 0,5 seg, lo que corresponde a una constante de decrecimiento de 13,8 s^{-1}. Los estudios psicológicos han demostrado además que si un sonido transitorio ha disminuído a 0,1 de su valor inicial dentro de 0,1 s, la mayoría de los oyentes no se sentirán molestos por la "prolongación" del sonido. Esto corresponde a una constante de decrecimiento de 23 s^{-1}, es decir, un decrecimiento más rápido que el que ocurre en la sala familiar media. Si bien no se ha establecido un criterio para la distorsión aceptable en los transitorios en relación con los altavoces, parece razonable suponer que será aceptable para la mayoría un régimen de decrecimiento cuatro veces mayor que el valor anterior, esto es, de 92 s^{-1} como mínimo. De acuerdo con esto, el criterio que aquí se sugiere como representativo del buen comportamiento frente a los transitorios es

$$\frac{R_M}{2M_M} > 92\ s^{-1} \tag{7.39}$$

La Ec. (7.35) muestra que cuanto mayor es $R_M/2M_M$ tanto más breve es el transitorio. La Ec. (7.39) debe ser interpretada en el sentido de que ella establece un límite inferior para el amortiguamiento que debe introducirse en el sistema. No se sabe cuanto más amortiguamiento habría que introducir más allá de este límite.

En el capítulo siguiente discutiremos la relación entre el criterio de la Ec. (7.39) y la curva de respuesta con sonodeflector.

Cada una de las resonancias del diafragma (es decir, los puntos de 1 a 8 en la Fig. 7.8) está asociada con un tiempo de decrecimiento determinado del transitorio, según una ecuación similar a la (7.35). Para satisfacer el criterio de la Ec. (7.39) es por lo general necesario amortiguar el cono del altavoz y terminar su borde, de manera de obtener una curva más suave que la de la Fig. 7.8. Con los mejores altavoces de radiación directa pueden obtenerse curvas mucho más planas. Los procesos de fabricación y control necesarios para lograr una baja distorsión de los transitorios y una curva de respuesta sensiblemente plana resultan casi siempre en un mayor coste del altavoz terminado.

Ejemplo 7.3. Si el entrehierro circular de un imán permanente tiene una longitud radial de 0,2 cm, una circunferencia de 8 cm, y una longitud axil de 1,0 cm, determinar la energía almacenada en el entrehierro si la densidad de flujo es de 10.000 gauss.

Solución.

$$\text{Volumen del entrehierro} = (0{,}002)(0{,}08)(0{,}01) = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$
$$\text{Densidad de flujo} = 1\ \text{weber/m}^2$$

Según la teoría del campo magnético, la energía almacenada es

$$W = \frac{B^2V}{2\mu}$$

donde la permeabilidad μ para el aire es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ weber (amp-vuelta m). Por lo tanto la energía del entrehierro es

$$W = \frac{(1)\,(1{,}6 \times 10^{-6})}{(2)\,(4\pi \times 10^{-7})} = \frac{2}{\pi} = 0{,}636 \text{ joule}$$

Ejemplo 7.4. Un altavoz de 305 mm de diámetro (12 pulgadas) está montado en una caja cerrada de 66,0 × 50 × 30 cm. Determinar y representar el rendimiento de potencia disponible relativo y el nivel de presión sonora relativo en el eje principal.

Solución. Se indican en la Fig. 4.23 los diagramas direccionales típicos para este altavoz. El índice de directividad en el eje principal como función de la frecuencia está dado en la Fig. 4.24. Es interesante observar que la frecuencia de transición entre baja direccionalidad y alta direccionalidad es de alrededor de 500 c/s. Dado que el radio efectivo del cono radiante de este altavoz es de alrededor de 0,13 m, ka es, para la frecuencia de transición,

$$ka = \frac{2\pi f a}{c} = \frac{1000\pi \times 0{,}13}{344{,}8} = 1{,}18$$

próximo a la unidad, como es de esperar a raíz de las discusiones precedentes. La transición de la región C [donde se supone que $\omega^2 M_{M1}^2 \gg \mathcal{R}_{MR}^2$ y $co^2L^2 \ll (R_g + R_E)^2$} a la región E de la Fig. 7.6 ocurre también para aproximadamente $ka = 1$.

En la gama de frecuencias entre $ka = 0{,}5$ y $ka = 3$, el altavoz puede ser representado mediante el circuito de la Fig. 7.4*a*. Supongamos que se halla montado en un sonodeflector infinito y que se radia la mitad de la potencia a cada lado. Supongamos asimismo que la impedancia del amplificador es muy pequeña.

El rendimiento de potencia disponible, *para un lado del altavoz*, es.

$$\text{PAE}_1 = \frac{W_1}{W_E} = \frac{400 B^2 l^2 R_g \mathcal{R}_{MR}}{(R_g + R_E)^2\,(R_{MT}^2 + X_{MT}^2)} \tag{7.40}$$

donde

$$R_{MT} = \frac{B^2 l^2}{\sqrt{(R_g + R_E)^2 + \omega^2 L^2}} + (R_{MS} + 2\mathcal{R}_{MR}) \sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R_g + R_E}} \tag{7.41}$$

$$X_{MT} = (\omega M_{MD} + 2X_{MR}) \sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{(R_g + R_E)^2}} - \frac{\omega L B^2 l^2}{(R_g + R_E)^2 \sqrt{1 + [\omega^2 L^2/(R_g + R_E)^2]}} \tag{7.42}$$

Si adoptamos las constantes del Ejemplo 7.2, obtenemos la curva llena de la

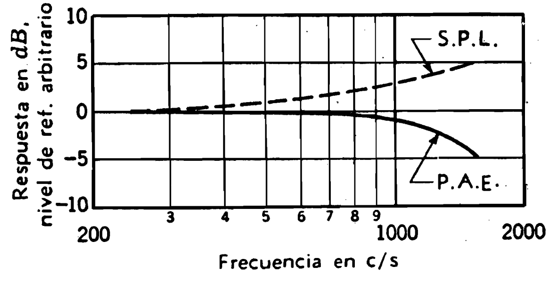


FIG. 7.15. Gráficas del rendimiento de potencia disponible relativo y del nivel de presión sonora sobre el eje principal de un altavoz típico de 305 mm montado en un sonodeflector de caja cerrada. El nivel de referencia se elige arbitrariamente.

Fig. 7.15. Se ve que el rendimiento de potencia disponible cae por encima de los 1000 c/s.

Determinemos ahora el nivel de presión sonora sobre el eje principal del altavoz, usando la Ec. (7.34). El índice de directividad para un pistón en un tubo largo se halla en la Fig. 4.20. Los resultados están representados por la curva cortada de la Fig. 7.15. Evidentemente, el índice de directividad es de gran importancia para mantener la respuesta sobre el eje principal plana hasta las frecuencias más altas. Para las frecuencias todavía más altas, aparecen resonancias en el cono, según se ha visto, y obtiénese la curva típica de respuesta de la Fig. 7.8.

CAPÍTULO 8

RECINTOS PARA ALTAVOCES

PARTE XIX. *Recintos simples.*

Los recintos para altavoz son tema de más controversia que ningún otro en relación con la reproducción moderna de la música. A causa de que no se ha comprendido hasta ahora claramente el comportamiento de los recintos acústicos, dado que no ha existido una exposición autorizada sobre la cuestión, las opiniones y seudoteorías son muchas y contradictorias. El problema se complica aun más por el hecho de que sólo puede encararse el diseño de un recinto previo el pleno conocimiento de las características del altavoz y del amplificador disponibles, datos que no son por lo general suministrados por los fabricantes.

Una gran parte de las dificultades que se presentan en la selección de un altavoz y su recinto se originan en el hecho de que no se comprenden los factores psicoacústicos involucrados en la reproducción de la palabra y la música. Los oyentes asignan órdenes de preferencia distintos para cuatro altavoces aparentemente idénticos instalados en cuatro recintos idénticos. Se ha hecho notar que si uno elige sus propios componentes, construye su propio recinto, y llega a convencerse de que ha hecho una sabia selección, su propio altavoz suena mejor que el de cualquier otro, para él. En este caso, la respuesta de frecuencia del altavoz parece desempeñar un papel sólo secundario en la formación de la opinión personal.

En este capítulo discutiremos sólo el aspecto físico del problema. A partir de la información aquí suministrada, el proyectista podrá conseguir cualquier curva de respuesta razonable que pretenda. Aparte de eso, tendrá que buscar información en otras fuentes en lo que atañe a qué curva de respuesta ha de proporcionar la mayor satisfacción a él mismo y a otros oyentes.

Con la información que se presenta en este capítulo, el entusiasta de la alta fidelidad se capacitará para calcular, si entiende la teoría de la corriente alterna, la curva de respuesta de frecuencia de su combinación de amplificador, altavoz y sonodeflector. Se ofrecen ábacos de diseño para simplificar los cálculos, además de tres ejemplos desarrollados en detalle. Desafortunadamente, los cálculos son a menudo tediosos, pero no hay manera de llegar más rápidamente a la respuesta.

Según ya se ha dicho, todos los cálculos se basan en el sistema MKS. La ventaja de trabajar con el metro y el kilogramo es que todas las cantidades eléctricas pueden expresarse directamente en watt, volt, ohm y ampere. Se cree que el empleo del sistema MKS conduce a menos confusión que el uso del sistema CGS[1], en el que la potencia se expresa en erg/s, los potenciales eléctricos en volt $\times 10^8$, las corrientes en ampere $\times 10^{-1}$, y las impedancias en ohm $\times 10^9$.

8.1. Altavoz de radiación directa sin sonodeflector. El sonodeflector (baffle) es una estructura que sirve para separar la radiación frontal de la radiación posterior de un diafragma. La necesidad de esta separación compréndese mejor si consideramos que un altavoz sin sonodeflector es, en las frecuencias bajas, el equivalente de un par de fuentes esféricas simples de igual potencia, vecinas, y excitadas en oposición de fase (ver Fig. 8.1). La parte posterior del altavoz es equivalente a una de estas fuentes, y la anterior, a la otra.

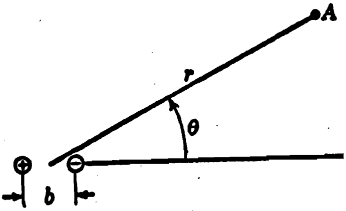


Fig. 8.1. Doblete acústico equivalente en bajas frecuencias a un diafragma vibrante sin sonodeflector. El punto A está situado a la distancia r y ángulo θ respecto del eje del altavoz.

Si medimos en función de la frecuencia f la magnitud de la presión sonora eficaz p en un punto A bastante alejado de las dos fuentes, y si mantenemos constante la velocidad de volumen de ambas, tenemos, según la Ec. (4.15),

$$|p| = \frac{\rho_0 f^2 U_0 b \pi}{rc} \cos\theta \tag{8.1}$$

donde U_0 = poder eficaz de cada fuente simple en m³/s
b = separación entre las dos fuentes simples en m
ρ_0 = densidad del aire en Kg/m³ (1,18 Kg/m³ en condiciones comunes de presión y temperatura)
r = distancia en m de las fuentes al punto A. Se supone que $r \gg b$.
θ = ángulo ilustrado en la Fig. 8.1
c = velocidad del sonido en m/s (normalmente, 344,8 m/s)

---

[1] H. F. Olson, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed., pp. 84-85, tabla 4.3, D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1947. Ver en las págs. 144-154 la discusión de un recinto simple.

En otros términos, para velocidad de volumen constante del diafragma, la presión sonora p a una distancia r es proporcional al cuadrado de la frecuencia f y al coseno del ángulo θ, e inversamente proporcional a r. En decibel, la presión sonora p aumenta a razón de 12 dB por octava.

En el caso de un altavoz real sin sonodeflector, la velocidad del diafragma no es constante por debajo de la primera frecuencia de resonancia, donde está controlado por rigidez, sino que se duplica cada vez que se duplica la frecuencia. Esto significa un aumento de velocidad de 6 dB por octava. Por lo tanto, la presión p producida por un altavoz sin sonodeflector aumenta en $12 + 6 = 18$ dB por octava. Por encima de la primera frecuencia de resonancia, donde el diafragma está controlado por masa, la velocidad de éste decrece a razón de 6 dB por octava, de modo que en esta región la presión p aumenta a razón de $12 - 6 = 6$ dB por octava.

8.2. Sonodeflector infinito. En el capítulo anterior hemos hablado de los altavoces de radiación directa en sonodeflectores infinitos. La Fig. 7.6 revela que con un sonodeflector infinito se refuerza la respuesta del altavoz de radiación directa por encima de la correspondiente a la condición sin sonodeflector. Se vio que la respuesta es plana por encima de la primera frecuencia de resonancia (región C) a menos que el producto Bl sea grande y que la respuesta decrece a razón de 12 dB por octava (y no 18) por debajo de esta primera frecuencia de resonancia. Por lo tanto, la separación provista por el sonodeflector es evidentemente ventajosa.

En la práctica, el equivalente del sonodeflector infinito es un recinto muy grande, bien amortiguado con material absorbente. Un ejemplo práctico lo constituye el montaje del altavoz sobre un costado de un guardarropas, haciendo que el frente del altavoz radie hacia la habitación.

Los ábacos de diseño del altavoz montado en sonodeflector infinito son idénticos a los correspondientes al recinto cerrado. Veremos estos gráficos en el Ap. 8.5.

8.3. Sonodeflector plano de extensión finita. La discusión anterior indica que es aconsejable una separación completa entre las dos caras del diafragma, como cuando se monta el altavoz sobre una pared de un guardarropas. Otra posibilidad consiste en montar el altavoz sobre un sonodeflector plano de extensión finita, en un extremo de la habitación.

No obstante, el comportamiento de un altavoz montado en un sonodeflector plano finito deja mucho que desear. Si la longitud de onda del tono radiado es mayor que dos veces la menor dimensión lateral del sonodeflector, el altavoz funciona según la Ec. (8.1). Esto significa que para que un sonodeflector finito se comporte como un sonodeflector infinito a 50 c/s, su menor dimensión lateral debe ser del orden de 3,5 m. Además, aun por encima de esta frecuencia las ondas sonoras originadas en la parte posterior del altavoz se reflejan en las paredes e interfieren con las que se originan en el frente, causando así cancelaciones y refuerzos alternados del sonido según que las dos ondas estén en oposición o coincidan en fase, de acuerdo con la frecuencia y la posición en la habitación. Este efecto puede reducirse colocando el altavoz fuera de centro en el sonodeflector, pero no es posible eliminarlo por completo a causa de las reflexiones en las paredes. Además, el sonodeflector plano hace el altavoz más direccional que lo deseable, a causa de que la presión sonora tiende a reducirse a cero en el plano del sonodeflector, independientemente de las dimensiones de éste.

8.4. Gabinetes con la trasera abierta. Un gabinete de trasera abierta es simplemente una caja a la que le falta un costado y tiene el altavoz montado en la cara opuesta a la faltante. Muchos receptores domésticos constituyen un deflector de este tipo. Este gabinete funciona aproximadamente del mismo modo que un sonodeflector plano con igual longitud de camino entre el frente y la trasera del altavoz. Hay un efecto adicional, por lo general indeseable, cuando la profundidad del gabinete coincide con el cuarto de longitud de onda del sonido reproducido. En este caso, la caja actúa como un tubo resonante y se radia más potencia por la parte posterior. Además, a la misma frecuencia, el sonido de la parte posterior puede combinarse en fase con el proveniente del frente, con lo que se obtendría una gran cresta en la respuesta.

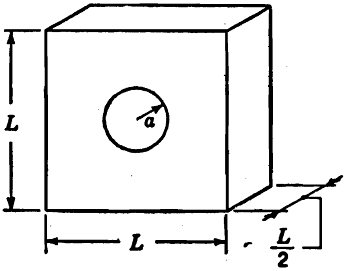


FIG. 8.2. Altavoz de radio a montado en una caja sin revestimiento, de dimensiones $L \times L \times L/2$. Si bien este tipo de caja es conveniente para el análisis, se utiliza más comúnmente la construcción ilustrada por la Fig. 8.3.

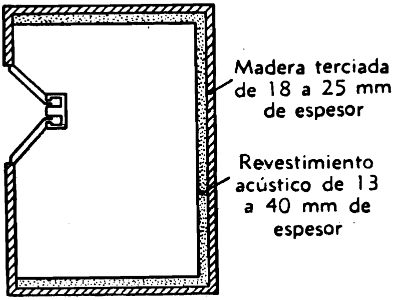

Madera terciada de 18 a 25 mm de espesor
Revestimiento acústico de 13 a 40 mm de espesor

FIG. 8.3. Caja típica de madera terciada (o contrachapada) con el altavoz montado fuera de centro y el interior recubierto de material absorbente del sonido.

8.5. Sonodeflector de caja cerrada.[1, 2] El sonodeflector más común es el formado por una caja cerrada con el altavoz montado sobre una cara. En este tipo, que discutiremos detalladamente, una cara del altavoz está completamente separada de la otra. Las Figs. 8.2 y 8.3 ilustran dos sonodeflectores de caja cerrada típicos. Los costados se han construído muy rígidos, usando materiales tales como madera terciada de 5 chapas, de ¾ ó 1 pulgada de espesor (de 19 a 25 mm), reforzada para impedir la resonancia. Debe preverse un orificio de ecualización lenta de las presiones interior y exterior para que las variaciones de la presión atmosférica no altere la posición neutra del diafragma.

---

[2] D. J. PLACH and P. B. WILLIAMS, Loudspeaker Enclosures, *Audio Engineering*, 35: 12 y sig. (Julio, 1957).

Circuito análogo. Una caja cerrada reacciona sobre la trasera del diafragma. Esta reacción puede ser representada por una impedancia acústica que a las frecuencias bajas es una compliancia que aumenta la rigidez aparente del diafragma y tiende así a aumentar su frecuencia de resonancia. A las frecuencias altas, la acción de la caja cerrada si no está revestida de material absorbente, es la de un circuito de múltiples resonancias. Esto equivale a una impedancia que varía cíclicamente con la frecuencia desde cero a infinito y desde infinito a cero. Esta impedancia variable da lugar a crestas y mínimos correspondientes en la curva de respuesta.

PROCEDIMIENTO RESUMIDO PARA EL DISEÑO DEL SONODEFLECTOR DE CAJA CERRADA

1. *Para determinar el volumen de la caja cerrada:*

a. Hallar los valores de f_0 (sin sonodeflector) y C_{MS} según el apartado 8.7 (págs. 240 y 243). Pueden obtenerse valores aproximados de las Figs. 8.5*b* y *d*.

b. Determinar S_D según la Fig. 8.5*a* y calcular $C_{AS} = C_{MS}S_D^2$.

c. Decidir el tanto por ciento de elevación de la frecuencia de resonancia que se puede tolerar debido al agregado de la caja, y, por la curva inferior de la Fig. 8.11, determinar los valores de C_{AB}/C_{AS} y, de ahí, el de C_{AB}.

d. Teniendo C_{AB}, calcular el volumen de la caja con la Ec. (8.7).

e. Dar forma y revestir la caja según los Aps. 8.6 (pág. 240) y 8.5 (pág. 229).

2. *Para determinar la respuesta del altavoz a las frecuencias inferiores a la de resonancia de borde (alrededor de 500 c/s):*

a. Hallar los valores de M_{MD}, R_{MS}, C_{MS}, Bl, R_E y S_D, según el Ap. 8.7 (págs. 242 a 244). Pueden obtenerse valores aproximados de la Fig. 8.5, tabla 8.1, y de lo dicho antes de la tabla 8.1.

b. Determinar $M_{AD} = M_{MD}/S_D^2$, $C_{AS} = C_{MS}S_D^2$, y $R_{AS} = R_{MS}/S_D^2$.

c. Determinar $\mathcal{R}_{AR}$, X_{AR}, M_{A1}, C_{AB} y M_{AB} con las Ecs. (8.4) a (8.8).

d. Si se conocen la resistencia de flujo y el volumen del revestimiento acústico, determinar R_{AB} en la Fig. 8.8. De lo contrario, despreciar R_{AB} en la primera aproximación.

e. Determinar la resistencia de salida verdadera (no la nominal) del amplificador, R_g. Se conocen ahora todas las constantes para resolver el circuito de la Fig. 8.4.

f. Calcular la resistencia total R_A, la masa total M_A y la compliancia total C_A con las Ecs. (8.19) a (8.21). Determinar ω_0 y Q_T con las Ecs. (8.22) y (8.23).

g. Determinar la presión sonora de referencia a la distancia r del altavoz con la Ec. (8.27).

h. Determinar las relaciones de las frecuencias a las que se desea la respuesta a la frecuencia de resonancia ω_0, es decir, ω/ω_0. Determinar la relación R_A/M_A.

i. Obtener la respuesta de frecuencia en dB relativa a la presión sonora de referencia directamente con las Figs. 8.12 y 8.13.

Si la caja está revestida con un material absorbente del sonido, las resonancias quedan amortiguadas y la cara posterior del diafragma está cargada a las frecuencias altas con una impedancia igual a la que se tendría si el altavoz estuviera montado en un sonodeflector infinito y radiara en el espacio libre.

Para las frecuencias bajas, el diafragma vibra en una pieza, de modo que se lo puede tratar como un pistón rígido y se puede entonces dibujar un circuito electromecanoacústico completo capaz de describir el comportamiento del altavoz en estas condiciones. Este circuito se da en la Fig. 8.4 y ha sido desarrollado según los procedimientos de la Parte XVII.

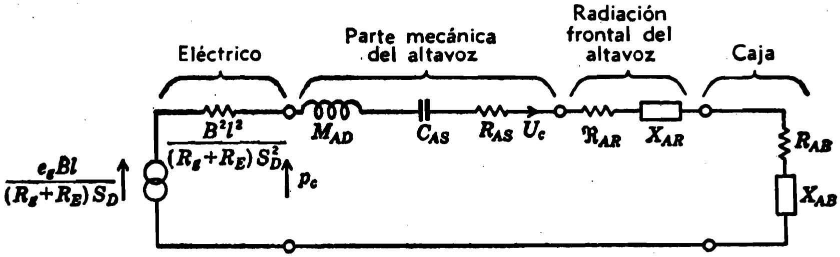

Eléctrico
Parte mecánica del altavoz
Radiación frontal del altavoz
Caja
$\frac{e_g Bl}{(R_g+R_E)S_D}$
$\frac{B^2l^2}{(R_g+R_E)S_D^2}$
p_c
M_{AD}
C_{AS}
R_{AS}
U_c
$\Re_{AR}$
X_{AR}
R_{AB}
X_{AB}

FIG. 8.4. Diagrama de circuito de un altavoz de radiación directa montado en un sonodeflector de caja cerrada. Este circuito es válido sólo para frecuencias inferiores a unos 400 c/s. La velocidad de volumen del diafragma es U_c; e_g = tensión de circuito abierto del generador; R_g = resistencia del generador; R_E = resistencia de la bobina móvil; B = densidad de flujo en el entrehierro; l = largo del alambre de la bobina móvil; S_D = masa acústica del diafragma y la bobina móvil; M_{AD} = masa acústica del diafragma y la bobina móvil; C_{AS} = compliancia acústica de las suspensiones; R_{AS} = resistencia acústica de las suspensiones; $\Re_{AR}$, X_{AR} = componentes de la impedancia acústica de radiación vistas desde el frente del diafragma. R_{AB}, X_{AB} = componentes de la impedancia acústica de carga de la trasera del diafragma.

En este circuito patentízanse algunos hechos interesantes respecto de los altavoces. En primer término, la resistencia R_g del amplificador de potencia y la resistencia R_E de la bobina móvil aparecen en el denominador de una de las resistencias indicadas. Esto significa que si uno desea un sistema muy amortiguado o sobreamortiguado puede conseguirlo usando un amplificador de muy baja resistencia de salida. Segundo, el circuito es del tipo resonante en serie sencillo, de modo que podemos calcular la velocidad de volumen de la bobina móvil (igual a la velocidad lineal multiplicada por el área efectiva del diafragma) usando una curva universal de resonancia. Nuestro problema es, entonces, el de evaluar los elementos circuitales y determinar después el comportamiento usando la teoría del circuito RLC en serie.

Valores de los elementos del circuito eléctrico. Todos los elementos ilustrados en la Fig. 8.4 están en unidades que dan las impedancias acústicas en ohm acústico MKS (newton-s/m^5), lo que significa que todos los elementos han sido referidos al lado acústico del circuito. Esto explica la aparición del área efectiva S_D del diafragma en la parte eléctrica. Las cantidades que aparecen son:

e_g = tensión de circuito abierto en volt del amplificador de audio que excita el altavoz
B = densidad de flujo en el entrehierro, en weber/m^2 (1 weber/m^2 = 10.000 gauss)
l = longitud del alambre de la bobina móvil en metro
R_g = impedancia eléctrica de salida (supuesta resistiva) del amplificador, en ohm
R_E = resistencia eléctrica en ohm de la bobina móvil
a = radio efectivo del diafragma en metro
$S_D = \pi a^2$ = área efectiva del diafragma, en m^2

Valores de los elementos del circuito mecánico. Los elementos de la parte mecánica del circuito difieren de los de la Parte XVII porque se los ha referido a la parte acústica del circuito, de modo que ellos dan las impedancias acústicas en ohm acústico MKS.

$M_{AD} = M_{MD}/S_D^2$ = masa acústica del diafragma y la bobina móvil en Kg/m^4
M_{MD} = masa del diafragma y la bobina móvil en Kg
$C_{AS} = C_{MS}S_D^2$ = compliancia acústica de las suspensiones del diafragma en m^5/newton
C_{MS} = compliancia mecánica de las suspensiones del diafragma en m/newton
$R_{AS} = R_{MS}/S_D^2$ = resistencia acústica de las suspensiones en ohm acústico MKS
R_{MS} = resistencia mecánica de las suspensiones en ohm mecánico MKS

Como demostraremos en breve en un ejemplo, todas estas cantidades pueden medirse fácilmente en el laboratorio. Conviene, empero, disponer de valores típicos para los cálculos aproximados, los que se dan en la Fig. 8.5 y en la tabla 8.1. La magnitud de la densidad de flujo en el entrehierro varía entre 0,6 y 1,4 weber/m^2, según el coste y el tamaño del altavoz.

TABLA 8.1. Valores típicos de l, R_E y M_{MC} para varios tamaños comerciales de altavoz.

Diámetro comercial, pulgadas	Impedancia nominal, ohm	l m	R_E ohm	M_{MC}, masa de la bobina móvil, g
4-5	3,2	2,7	3,0	0,35-0,4
6-8	3,2	3,4	3,0	0,5 -0,7
10-12	3,2	4,4	3,0	1,0 -1,5
12	8,0	8,0	7,0	3
15-16	16,0	...	...	12

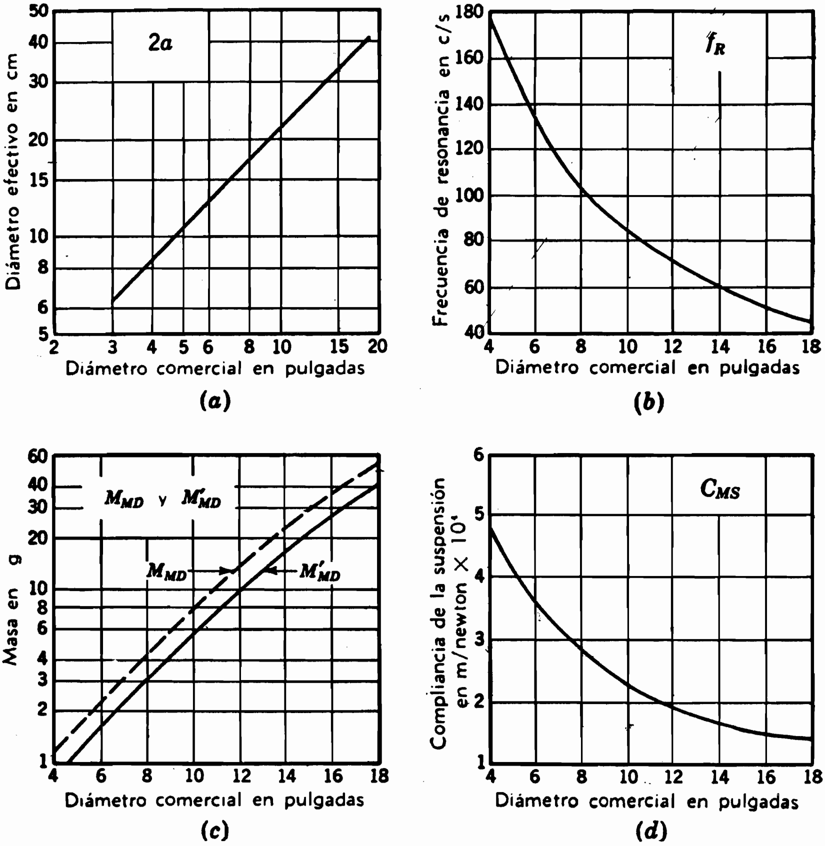


FIG. 8.5*a*. Relación entre el diámetro efectivo de un altavoz y el diámetro comercial.
FIG. 8.5*b*. Frecuencias medias de resonancia de los altavoces (en sonodeflector infinito) en función del diámetro comercial.

FIG. 8.5*c*. Masas medias de las bobinas móviles y los diafragmas de los altavoces en función del diámetro comercial. M_{MD} es la masa del diafragma incluso la masa de la bobina móvil, y M'_{MD} es la masa del diafragma excluída la de la bobina móvil.
FIG. 8.5*d*. Compliancias medias de las suspensiones de los altavoces en función de los diámetros comerciales. Nótese, por ejemplo, que la ordenada 3 significa 3×10^{-4} m/newton.

Valores de la impedancia de radiación (frente). Los elementos acústicos enfrentan al novicio en acústica con algunas dificultades en razón de su manera peculiar de comportarse. Así, por ejemplo, las resistencias varían con la frecuencia y, cuando las longitudes de onda son pequeñas, también las masas.

La impedancia de radiación para el frente del diafragma es simplemente una manera de indicar esquemáticamente que el aire posee cierta masa, que su inercia debe ser vencida por el movimiento del diafragma, y que puede aceptar potencia del altavoz. La magnitud de la impedancia frontal de radiación depende de que la caja sea muy grande, de modo de aproximarse a un sonodeflector infinito, o tenga dimensiones no mayores que 0,6 × 0,6 × 0,6 m, caso en que el comportamiento es muy diferente.

CAJAS DE TAMAÑO MUY GRANDE (SONODEFLECTOR INFINITO).

$\mathcal{R}_{AR}$ = resistencia de radiación de un pistón en un sonodeflector infinito en ohm acústico MKS. Esta resistencia es igual a la ordenada de la Fig. 5.3 multiplicada por $407/S_D$. Si la frecuencia es baja, de modo que la circunferencia efectiva del diafragma ($2\pi a$) es menor que λ, es decir, si $ka < 1$ (con $k = 2\pi/\lambda$), $\mathcal{R}_{AR}$ puede calcularse con la fórmula

$$\mathcal{R}_{AR} \doteq \frac{0{,}159\omega^2\rho_0}{c} \doteq 0{,}0215f^2 \qquad (8.2)$$

X_{AR} = reactancia de radiación de un pistón en un sonodeflector infinito. Es la ordenada correspondiente de la Fig. 5.3 multiplicada por $407/S_D$. Para $ka < 1$, X_{AR} está dada por

$$X_{AR} = \omega M_{A1} = \frac{0{,}270\omega\rho_0}{a} \doteq \frac{2{,}0f}{a} \qquad (8.3a)$$

y

$$M_{A1} = \frac{0{,}270\rho_0}{a} \doteq \frac{0{,}318}{a} \qquad (8.3b)$$

CAJAS DE TAMAÑO MEDIANO (MENOS DE 0,225 M³).

$\mathcal{R}_{AR}$ = aproximadamente la resistencia de radiación para un pistón en el extremo de un tubo largo. Esta resistencia es la ordenada correspondiente de la Fig. 5.7 multiplicada por $407/S_D$. Si la frecuencia es lo suficientemente baja, de modo que la circunferencia efectiva del diafragma ($2\pi a$) es menor que λ, $\mathcal{R}_{AR}$ puede calcularse con la fórmula

$$\mathcal{R}_{AR} = \frac{\pi f^2\rho_0}{c} \doteq 0{,}01076f^2 \qquad (8.4)$$

X_{AR} = aproximadamente la reactancia de radiación de un pistón en el extremo de un tubo largo. Es la ordenada correspondiente de la Fig. 5.7 multiplicada por $407/S_D$. Para $ka < 1$, X_{AR} puede calcularse con la fórmula.

$$X_{AR} = \omega M_{A1} = \frac{\omega(0{,}1952)\rho_0}{a} \doteq \frac{1{,}45f}{a} \qquad (8.5a)$$

y

$$M_{A1} = \frac{(0{,}1952)\rho_0}{a} \doteq \frac{0{,}23}{a} \qquad (8.5b)$$

Impedancia de la caja cerrada (parte posterior del diafragma). La impedancia acústica Z_{AB} de la caja cerrada en que se monta el diafragma es una reactancia X_{AB} en serie con una resistencia $\mathcal{R}_{AB}$. Como veremos más abajo, ni X_{AB} ni $\mathcal{R}_{AB}$ tienen un comportamiento regular para longitudes de onda menores que 8 veces la menor dimensión de la caja †. Si la dimensión detrás del altavoz es menor que $\lambda/4$, la reactancia es negativa. Si esta dimensión es mayor que $\lambda/4$, la reactancia es por lo común positiva si hay material absorbente en la caja, de modo que la carga sobre la trasera del diafragma es aproximadamente la que se encuentra en el caso de un sonodeflector infinito.

CAJA TAMAÑO MEDIANO. Para las frecuencias en que la longitud de onda del sonido es mayor que *ocho veces* la menor dimensión de la caja ($4L < \lambda$ para la caja de la Fig. 8.2), la impedancia mecánica presentada a la cara posterior del diafragma es una masa en serie con una compliancia:

$$X_{AB} = \omega M_{AB} - \frac{1}{\omega C_{AB}} \tag{8.6}$$

donde

$$C_{AB} = \frac{V_B}{\gamma P_0} \tag{8.7}$$

es la compliancia acústica de la caja en m^5/newton, y

$$M_{AB} = \frac{B\rho_0}{\pi a} \tag{8.8}$$

es la masa acústica en kilogramo de la carga de aire sobre el diafragma debida a la caja, y donde

$V_B =$ volumen de la caja en m^3. El volumen del altavoz debe ser restado del volumen verdadero de la caja. En primera aproximación, el volumen del altavoz en m^3 es igual a 0,4 multiplicado por la cuarta potencia del diámetro comercial en m.
$\gamma =$ 1,4 para el aire (compresión adiabática)
$P_0 =$ presión atmosférica en newton/m^2 (alrededor de 10^5 en un día normal)
$\pi a = \sqrt{S_D \pi}$ si el altavoz no es circular
$B =$ una constante, dada en la Fig. 8.6, que depende de la relación del área efectiva del diafragma del altavoz S_D al área L^2 de la cara de la caja en que está montado

Como ejemplo, supongamos que la profundidad de la caja $L/2$ es 0,3 m. Dado que la Ec. (8.6) está restringida para la región de frecuencias en que $\lambda/8 > L/2$, la máxima frecuencia de validez es de alrededor de 140 c/s.

---

† A 1000 c/s, un largo de onda a 22°C, es de aproximadamente 35 cm; a 500 c/s, 70 cm; a 2000 c/s, 17,5 cm, etc.

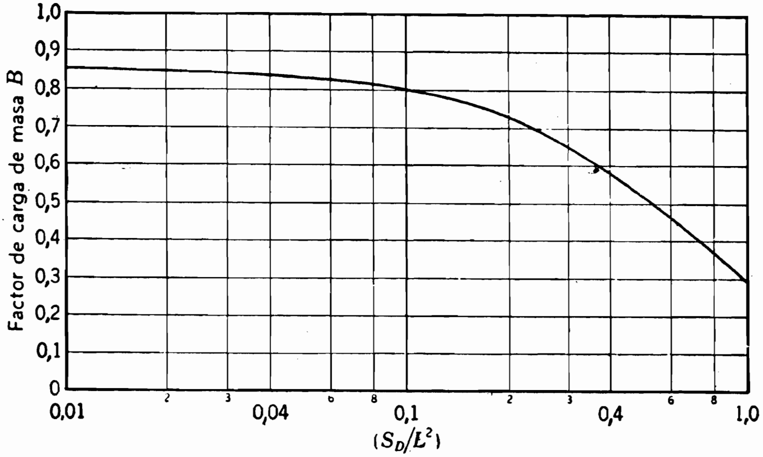


FIG. 8.6. Factor de correción de extremo B para el término de reactancia de la impedancia en la cara trasera del diafragma de un altavoz montado en una caja del tipo ilustrado en la Fig. 8.2. La reactancia acústica de la caja sobre el diafragma está dada por $X_{AB} = -\gamma P_0/\omega V_B + \omega B \rho_0/\pi a$. Para los diafragmas no circulares, de área S_D, $\pi a = \sqrt{S_D \pi}$.

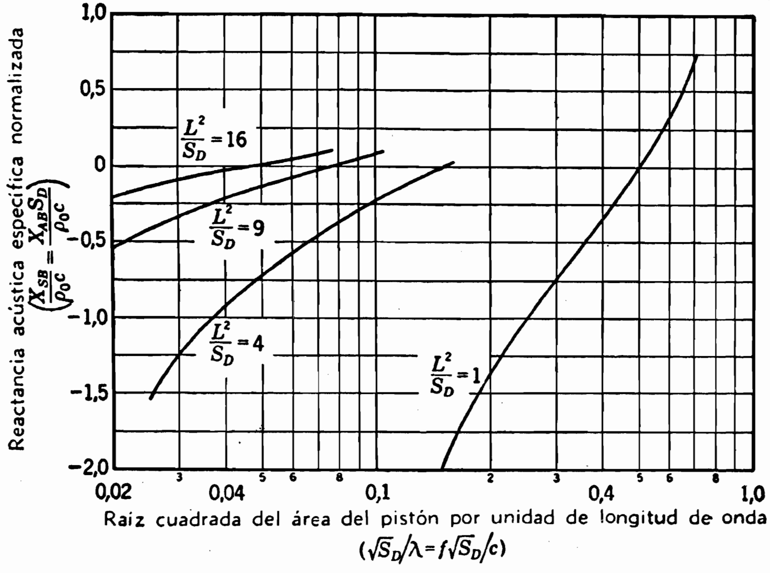


FIG. 8.7. Reactancia acústica específica de una caja cerrada $L \times L \times L/2$, con un diafragma de área S_D en el centro de la cara $L \times L$. La posición del primer modo normal de vibración ocurre cuando $L/2 = \lambda/2$, es decir, ocurre para $\sqrt{S_D}/\lambda = 0{,}25$ cuando $L^2/S_D = 16$; para 0,333 cuando $L^2/S_D = 9$; para 0,5 cuando $L^2/S_D = 4$; y para 1, cuando $L^2/S_D = 1$.

CAJA GRANDE. Si la caja es tan grande que su menor dimensión es mayor que un octavo de longitud de onda, y si no está revestida, la reactancia mecánica se determina con la Fig. 8.7.

Impedancia de una caja cerrada revestida con material absorbente. El tipo de función de reactancia ilustrado en la Fig. 8.7 no es particularmente conveniente a causa del muy alto valor que X_{AD} alcanza en el primer modo normal de vibración (resonancia) de la caja, el que ocurre cuando la profundidad de ésta alcanza a media longitud de onda. La elevada reactancia reduce la potencia radiada a un valor muy pequeño. Para reducir la magnitud de X_A en el primer modo de vibración, la caja se reviste de material absorbente. Este revestimiento debe ser muy absorbente a la frecuencia de este modo de vibración y a todas las frecuencias superiores. Para cajas de tamaño normal, un buen revestimiento es el constituído por una capa de 25 mm de lana mineral, Fiberglas, fieltro de pelo, Cellufoam (fibras de madera), etc. Para los gabinetes pequeños, cuya dimensión mayor es de 40 cm o menos, el espesor de la capa puede reducirse a unos 12 mm con resultados satisfactorios.

Para las frecuencias bajas, cuando el espesor del revestimiento es menor que 0,05 de la longitud de onda, la impedancia de la caja presentada a la parte posterior del diafragma es

$$Z_{AB} = R_{AB} + jX_{AB} \tag{8.9}$$

donde X_{AB} está dada en las Ecs. (8.6) a (8.8) y

$$R_{AB} \doteq \frac{R_{AM}}{\omega^2 C_{AB}{}^2 R_{AM}{}^2 + \left(1 + \dfrac{V_B}{\gamma V_M} + \dfrac{V_B{}^2}{\gamma^2 V_M{}^2}\right)} \tag{8.10}$$

$R_{AM} =$ $R_f/3S_M =$ un tercio de resistencia de flujo total de una capa del material acústico que reviste la caja dividida por el área del material acústico S_M. La unidad es el ohm acústico MKS. La resistencia de flujo es igual a la caída de presión a través de una muestra del material dividida por la velocidad lineal del aire a su través. En los materiales livianos, R_f es del orden de los 40 rayl MKS por cada centímetro de espesor. Para los materiales más densos, tales como el fiberglas PF, la resistencia de flujo puede llegar a los 800 rayl MKS cada centímetro de espesor. Por ejemplo, si la resistencia de flujo por centímetro de material es de 200 rayl por centímetro, el espesor 7,5 cm, y el área 0,2 m², entonces $R_{AM} = 1500/(3 \times 0{,}2) = 2500$ ohm acústico MKS. Al escribir esta ecuación supónese que el material no ocupa más que el 10 por ciento del volumen de la caja.

$V_B =$ volumen de la caja en m³ incluso el volumen del material de revestimiento.

$V_M =$ volumen del material de revestimiento en m³

Se dan gráficas de la Ec. (8.10) en la Fig. 8.8.

Para todas las frecuencias en las que el coeficiente† de absorción del revestimiento es grande (digamos, mayor que 0,8), la impedancia que la caja presenta a la parte posterior del diafragma es la misma que se presenta a un pistón montado en un sonodeflector infinito en el espacio libre, de modo que Z_A se obtiene de la Fig. 5.3 o de las Ecs. (8.2) y (8.3).

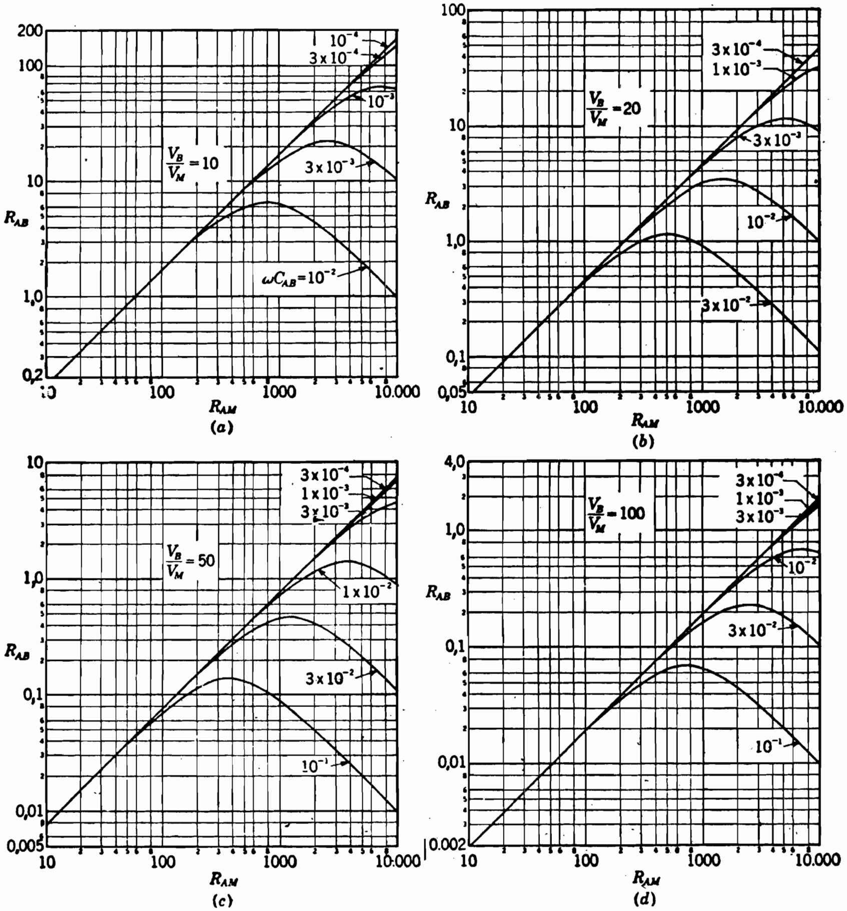


FIG. 8.8. Gráficas para determinar la resistencia acústica R_{AB} de un sonodeflector de caja cerrada en función de R_{AM} con ωC_{AB} como parámetro. Los cuatro ábacos son para distintas relaciones del volumen de la caja al volumen del material.

También puede usarse material acústico para aumentar el volumen efectivo del aire encerrado. La compresión gaseosa en una onda sonora es por normal adiabática. Si el espacio está completamente lleno con un material suave y liviano, tal como el kapok o cellufoam (espuma de fibra de madera), la compresión resulta isotérmica. Esto significa que la velocidad del sonido decrece de $c = 344{,}8$ m/s a $c = 292$ m/s. La Fig. 8.7 muestra que esto reduce la reactancia a las frecuencias bajas tal como lo hace un aumento de las dimensiones de la caja. Esto significa también que en la Ec. (8.7) el valor de γ es 1,0 en lugar de 1,4.

---

† Se dan gráficas de los coeficientes de absorción para materiales comunes en el Cap. 10.

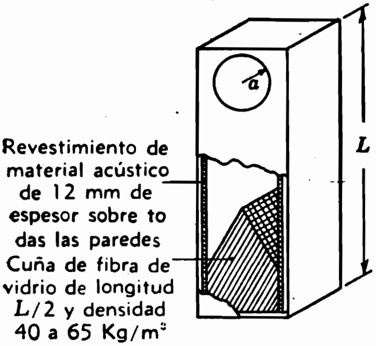

a
L
Revestimiento de material acústico de 12 mm de espesor sobre todas las paredes
Cuña de fibra de vidrio de longitud L/2 y densidad 40 a 65 Kg/m³

FIG. 8.9. Tipo especial de gabinete para reducir al mínimo el desplazamiento de la frecuencia de resonancia de un altavoz montado en un sonodeflector de caja cerrada.

En la Fig. 8.9 se ilustra un tipo especial de caja cerrada [3]. En ésta, el altavoz está montado cerca del extremo de una caja paralelepipédica de longitud L y sección transversal aproximadamente igual a πa^2, el área efectiva del diafragma del altavoz. La caja se termina en una cuña de fibra de vidrio de longitud $L/2$. La resistencia acústica específica R_{AB} y la reactancia X_{AB} (multiplicada por $S_D/\varrho_0 c$) para esta caja con y sin la cuña se dan en la Fig. 8.10.

Hay que observar tres cosas de importancia en relación con la impedancia: (1) para un volumen dado de la caja, para frecuencias bajas, la reactancia X_{AB} es menor que la de la caja de la Fig. 8.2; (2) para las frecuencias altas, las resonancias de la caja (modos normales de vibración) son amortiguadas de modo que R_{AB} se aproxima a $\varrho_0 c/S_D$ y X_{AB} se aproxima a cero; y (3) entre estas dos regiones de frecuencias (esto es, $0{,}2 < L/\lambda < 0{,}5$), la reactancia X_{AB} es positiva.

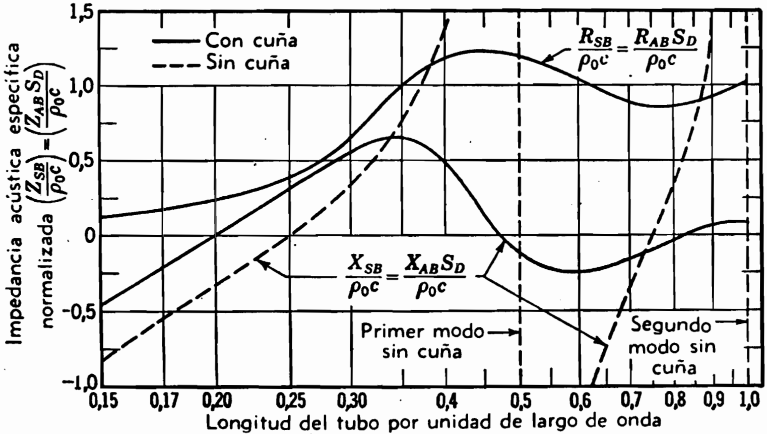


FIG. 8.10. Impedancia acústica específica normalizada de un tubo de longitud L con cuña absorbente montada en un extremo. Sin la cuña, $R_{SB} = 0$.

---

[3] D. A. DOBSON, "Closed-box Loudspeaker Enclosures", tesis, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1951.

Efecto de la compliancia de la caja sobre la frecuencia de resonancia. Analicemos el efecto de la caja cerrada sobre la frecuencia de resonancia más baja de un altavoz de radiación directa. Para un altavoz montado en un sonodeflector infinito, la frecuencia de resonancia es

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_{AS}(M_{AD} + 2M'_{A1})}} \tag{8.11}$$

donde hemos supuesto que la reactancia de radiación X_{AR} sobre cada cara del diafragma es igual a $\omega M'_{A1}$ y que $M'_{A1} = 0{,}27\varrho_0/a$.

En la Fig. 8.4 vemos que la frecuencia de resonancia para el altavoz en una caja cerrada de volumen menor que alrededor de 0,2 m³ es

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_{AS} + C_{AB}}{C_{AS}C_{AB}(M_{AD} + M_{A1} + M_{AB})}} \tag{8.12}$$

donde C_{AB} y M_{AB} están dadas por las Ecs. (8.7) y (8.8) y $M_{A1} \doteq \dfrac{0{,}2\rho_0}{a}$

La relación de la (8.12) a la (8.11) es igual a la relación de la frecuencia de resonancia con la caja a la frecuencia de resonancia sin la caja. Esta relación es

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\left(1 + \frac{C_{AS}}{C_{AB}}\right)\left(1 + \frac{1{,}25M'_{A1} - M_{AB}}{M_{AD} + M_{A1} + M_{AB}}\right)} \tag{8.13}$$

Si el altavoz ocupa menos que un tercio del área de la cara de la caja sobre la cual está montado, la Ec. (8.13) es aproximadamente

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{1{,}13\left(1 + \frac{C_{AS}}{C_{AB}}\right)} \tag{8.14}$$

Esta ecuación está representada en la Fig. 8.11.

Es a menudo difícil hallar un sonodeflector infinito para determinar la frecuencia de resonancia. Si el altavoz se mantiene en el espacio libre sin sonodeflector, la carga de masa $M''_{A1} = 0{,}135\,\varrho_0/a$. Por lo tanto, la relación de la frecuencia de resonancia en la caja cerrada a la frecuencia de resonancia sin sonodeflector es

$$\frac{f_2}{f_2} = \sqrt{0{,}87\left(1 + \frac{C_{AS}}{C_{AB}}\right)} \tag{8.15}$$

Esta ecuación está también representada en la Fig. 8.11.

Ecuación de radiación. Para las frecuencias muy bajas, en las que el diafragma no es todavía direccional (es decir, su circunferencia es menor que aproximadamente media longitud de onda), el altavoz en caja cerrada puede ser tratado como si fuera una fuente esférica simple. Según la Ec. (4.3), la presión sonora a una distancia r de la fuente en el espacio libre es

$$|p| \doteq \frac{f\rho_0|U_c|}{2r} \tag{8.16}$$

donde $|p|$ = magnitud de la presión sonora eficaz en newton/m^2 a una distancia r del altavoz
$|U_c|$ = $|u_c|S_D$ = magnitud de la velocidad de volumen eficaz del diafragma en m^3/s
ϱ_0 = densidad del aire en Kg/m^3 (alrededor de 1,85 Kg/m^3 en condiciones normales)
r = distancia al altavoz en m
f = frecuencia en c/s

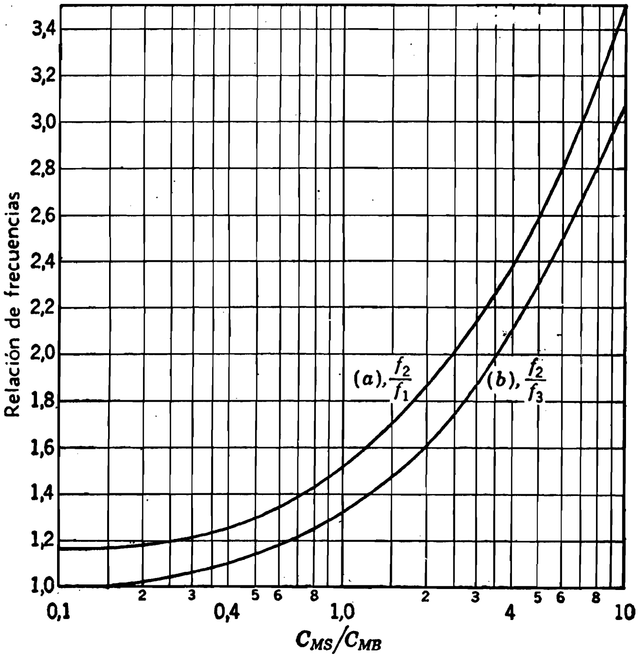


FIG. 8.11. (*a*) f_2/f_1 = relación de la frecuencia de resonancia para un altavoz en sonodeflector infinito. (*b*) f_2/f_3 = relación de la frecuencia de resonancia de un altavoz en sonodeflector de caja cerrada a la frecuencia de resonancia del mismo altavoz sin sonodeflector.

Para las frecuencias medias, en las que el diafragma comienza a ser directivo pero sigue vibrando esencialmente como una sola pieza, la presión a la distancia r en el espacio libre es

$$|p| = \sqrt{\frac{|U_c|^2 \mathcal{R}_{AR} Q \rho_0 c}{4\pi r^2}} \tag{8.17}$$

donde $\mathcal{R}_{AB}$ = resistencia de radiación en el frente del altavoz en ohm mecánico MKS [ver Ec. (8.4)]

Q = aproximadamente el factor de directividad para un pistón rígido montado en el extremo de un tubo (ver Fig. 4.20)

$\rho_0 c$ = impedancia característica del aire en rayl MKS (alrededor de 407 rayl en condiciones normales)

c = velocidad del sonido en m/s (alrededor de 344,8 m/s en en condiciones normales).

Para las frecuencias bajas, la Ec. (8.17) redúcese a la Ec. (8.16) debido a que $Q \doteq 1$ y $\mathcal{R}_{AR} = \pi f^2 \rho_0 / c$.

Velocidad de volumen del diafragma U_c. Determinamos la velocidad de volumen U_c en la Fig. 8.4.

$$|U_c| = \frac{e_g Bl}{S_D(R_g + R_E)\sqrt{R_A{}^2 + [\omega M_A - (1/\omega C_A)]^2}} \tag{8.18}$$

donde, por la Fig. 8.4,

$$R_A = \frac{B^2 l^2}{(R_g + R_E)S_D{}^2} + R_{AS} + R_{AB} + \mathcal{R}_{AR} \tag{8.19}$$

$$M_A = M_{AD} + M_{A1} + M_{AB} \tag{8.20}$$

$$C_A = \frac{C_{AS} C_{AB}}{C_{AS} + C_{AB}} \tag{8.21}$$

La masa y la resistencia de radiación M_{A1} y $\mathcal{R}_{AR}$ están dadas generalmente por las Ecs. (8.4) y (8.5), pero para cajas muy grandes o sonodeflectores infinitos se las puede calcular con las (8.2) y (8.3).

En un esfuerzo para simplificar la Ec. (8.18), definamos Q_T del mismo modo que en los circuitos eléctricos. Pongamos, primero,

$$\omega_0{}^2 \equiv \frac{1}{M_A C_A} \tag{8.22}$$

donde ω_0 = frecuencia angular de resonancia para reactancia cero. Luego

$$Q_T \equiv \frac{\omega_0 M_A}{R_A} \tag{8.23}$$

y

$$\left(\omega M_A - \frac{1}{\omega C_A}\right)^2 \equiv \omega_0{}^2 M_A{}^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \tag{8.24}$$

Introduciendo las Ecs. (8.22) a (8.24) en la (8.18) obtenemos

$$|U_c| = \frac{e_g Bl}{S_D(R_g + R_E)\omega_0 M_A \sqrt{\dfrac{1}{{Q_T}^2} + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \tag{8.25}$$

Cuando el segundo miembro se normaliza de tal modo que su valor es la unidad para $\omega = \omega_0$, tenemos la ecuación de las curvas de resonancia universales de las cuales pueden obtenerse las curvas de resonancia exactas, sin cálculos, conocido el valor de Q_T.[4]

Velocidad de volumen y presión sonora de referencia. Definimos arbitrariamente una velocidad de volumen de diafragma por medio de la ecuación

$$|U_c|_C = \frac{e_g Bl}{(R_g + R_E)\omega M_A S_D} \tag{8.26}$$

Esta velocidad de volumen de referencia es igual a la velocidad de volumen verdadera por encima de la frecuencia de resonancia en la condición especial de que ${R_A}^2$ sea muy pequeña en comparación con $\omega^2 {M_A}^2$ en la Ec. (8.19). Esta velocidad de volumen de referencia es congruente respecto del rendimiento de potencia disponible de referencia definido en el Ap. 7.8.

La presión sonora de referencia a frecuencias bajas, en las que puede asumirse un factor de directividad igual a la unidad, se halla a partir de las Ecs. (8.16) y (8.26): †

$$|p|_C = \frac{e_g Bl \rho_0}{(R_g + R_E) M_A 4\pi r S_D} \tag{8.27}$$

Se hace notar especialmente que la presión sonora de referencia no es la presión sonora verdadera en la región por encima de la frecuencia de resonancia a menos que el movimiento del diafragma esté controlado por la masa y a menos que el factor de directividad sea aproximadamente igual a la unidad. La presión de referencia representa, no obstante, una manera conveniente de situar el "cero" en la escala de presión relativa en dB de una curva de respuesta de presión, y tal es la razón por la que se lo define aquí.

Presión sonora radiada para ka < 1. La presión sonora radiada en la gama de frecuencias dentro de la cual la circunferencia del diafragma

---

[4] F. E. Terman, "Radio Engineers' Handbook", pp. 136-138, McGraw-Hill Book Company, Inc. Nueva York, 1943.

† La Ec. (8.27) es la misma que la derivada en el Ejemplo 7.1, p. 205, excepto por el factor 2 en el denominador. Este factor 2 expresa la diferencia entre la radiación en el espacio libre y la radiación en un semiespacio (caso del sonodeflector infinito).

$(2\pi a)$ es menor que un largo de onda (es decir, cuando es despreciable la directividad) se halla tomando la relación de la Ec. (8.16) a la Ec. (8.27), usando la Ec. (8.25) para expresar $|U_c|$:

$$\left|\frac{p}{pc}\right| = \frac{\omega/\omega_0}{\left[\frac{1}{Q_T^2} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}} \qquad (8.28)$$

La relación, en dB, de la presión sonora en la frecuencia de resonancia ω_0 a la presión sonora de referencia es

$$20 \log_{10} \left|\frac{p}{pc}\right|_0 = 20 \log_{10} Q_T \qquad (8.29)$$

Para obtener la respuesta *plana* hasta la frecuencia más baja posible, Q_T debe ser aproximadamente igual a la unidad. (Obsérvese que para amortiguamiento crítico, $Q_T = 0{,}5$.)

Volviendo a la Ec. (7.39), hallamos que hemos sugerido para una respuesta satisfactoria a los transitorios que $R_M/M_M = R_A/M_A > 184\ \mathrm{s}^{-1}$. Veamos qué significa esto en términos de Q_T.

En términos de Q_T el criterio sugerido para respuesta transitoria satisfactoria es

$$Q_T = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} < \frac{\omega_0}{184} \qquad (8.30)$$

Como ejemplo, si $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi 40 = 250$ radián/s, el Q_T debe ser menor que 1,36. Esto significaría que la cresta de la curva de respuesta debe ser menor que 3 dB. Se discutirán métodos para obtener el Q_T deseado en el ejemplo que se da más adelante.

Para mayor facilidad de diseño, la Ec. (8.28) se expresa en dB del siguiente modo:

$$20 \log_{10} \left|\frac{p}{pc}\right| = 20 \log_{10} \frac{\omega}{\omega_0} - 10 \log_{10} \left[\frac{1}{Q_T^2} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right] \text{ dB} \qquad (8.31)$$

La Ec. (8.31) está representada en la Fig. 8.12. Debe recordarse que las Ecs. (8.31) a (8.33) y la Fig. 8.12 son válidas tanto para el sonodeflector infinito como para el de caja cerrada, según se elijan $\mathcal{R}_{AR}$ y M_{A1}.

Debemos observar que, aun en la gama de frecuencias en que el diámetro del diafragma es menor que un tercio del largo de onda, el valor de Q_T no es estrictamente constante por cuanto $\mathcal{R}_{AR}$ aumenta con el cuadrado de la frecuencia. Al usar la Ec. (8.31) y la Fig. 8.12, por lo tanto, debería probablemente calcularse R_A en Q_T como función de ω/ω_0. Por lo común, sin embargo, el valor de R_A para ω_0 es el único caso para el cual es necesario el cálculo.

Presión sonora radiada para las frecuencias medias y altas. Cuando la frecuencia es lo suficientemente alta como para que el diámetro del altavoz sea mayor que un tercio de un largo de onda, no puede ya usarse la Ec. (8.28). Si el diafragma vibra todavía como un pistón rígido, podemos hallar la relación de $|p|$ a $|p_C|$ tomando la relación de la Ec. (8.17) a la Ec. (8.27), usando la Ec. (8.25) para expresar $|U_c|$ y suponiendo que estamos por encima de la primera frecuencia de resonancia, de modo que $\omega/\omega_0 \gg \omega_0/\omega$. Esta operación da

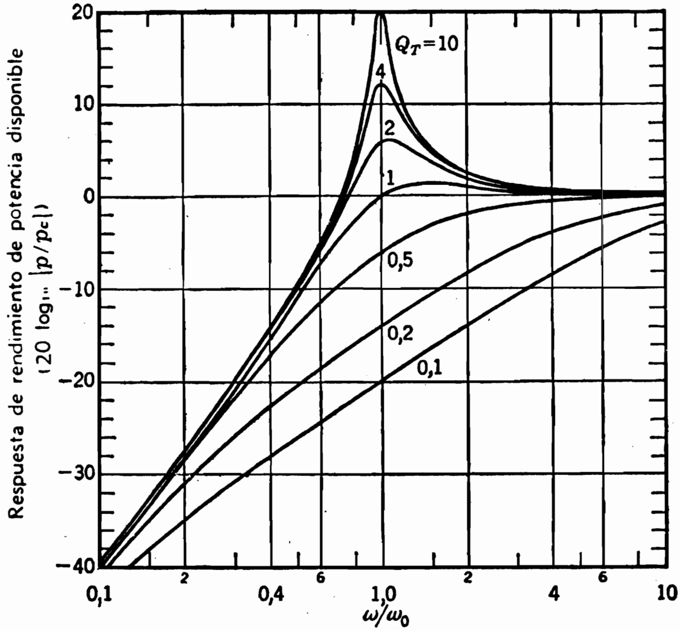


FIG. 8.12. Respuesta de nivel de presión sonora de un altavoz de radiación directa a bajas frecuencias. Se supone un sonodeflector infinito o una caja cerrada. El nivel cero corresponde a la presión sonora de referencia definido por la Ec. (8.27). Q_T es el mismo que el de la Ec. (8.23) y ω_0 se halla con la Ec. (8.22). El gráfico es aplicable sólo en la gama de frecuencias para la cual las longitudes de onda son mayores que unas tres veces el diámetro comercial del altavoz.

$$\left|\frac{p}{p_C}\right| = \sqrt{\frac{4\mathcal{R}_{AR}Qc\pi}{\rho_0(R_A{}^2/M_A{}^2 + \omega^2)}} \tag{8.32}$$

donde ω_0 está dada por la Ec. (8.22) y

$$M_A = M_{AD} + \frac{2X_{AR}}{\omega} \tag{8.33}$$

$$R_M = \frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)S_D{}^2} + R_{AS} + 2\mathcal{R}_{AR} \tag{8.34}$$

Q = factor de directividad para un pistón en el extremo de un tubo (ver Fig. 4.20).

La Ec. (8.32) expresada en dB deviene

$$20 \log \left| \frac{p}{p_c} \right| = 10 \log_{10} \mathcal{R}_{AR} + \mathrm{DI} + 10 \log_{10} \frac{4\pi c}{\rho_0} - 10 \log_{10} \left(\frac{R_A{}^2}{M_A{}^2} + \omega^2 \right) \quad (8.35)$$

donde $\mathrm{DI} = 10 \log_{10} Q$ = índice de directividad para un pistón en el extremo de un tubo largo (ver Fig. 4.20)

$$10 \log_{10} \frac{4\pi c}{\rho_0} = 35{,}7 \text{ dB en condiciones normales}$$

La inspección de la Ec. (8.35) muestra que la respuesta de presión sonora $|p|$ del altavoz referida a la respuesta de referencia $|p_C|$ es una función de la frecuencia, el radio efectivo del diafragma, y la relación R_A/M_A.

Para mayor conveniencia en el diseño, la Ec. (8.35) se ha representado en la Fig. 8.13 para cuatro valores de diámetro comercial correspondientes a radios efectivos de 0,0875, 0,11, 0,13, y 0,16 m, respectivamente. Estas gráficas combinan con las de la Fig. 8.12 para las frecuencias en que ω/ω_0 es grande en comparación con ω_0/ω.

8.6. Posición del altavoz en la caja. Los resultados ilustrados en la Fig. 8.7 para la reactancia de la caja cerrada son aplicables cuando el altavoz está montado en el centro de las caras $L \times L$. Esta posición del altavoz deja algo que desear a causa de que las ondas que parten del diafragma llegan simultáneamente a las cuatro aristas de la caja y crean en conjunto una fuerte onda de difracción en el espacio de audición. Para disminuir la magnitud de la onda difractada, hay que desplazar el altavoz algunos centímetros respecto del centro, preferiblemente hacia una esquina.

La cara frontal de la caja no tiene por qué ser cuadrada. Es posible hacer variar la relación entre los dos lados del frente entre 1 y 3 sin que pierdan validez las gráficas.

8.7. Medición de las constantes del altavoz. Las constantes de un altavoz no son difíciles de determinar si se dispone de voltímetro C.A. y C.C. y de un oscilador calibrado de frecuencia variable.

Para el ensayo, el altavoz de radiación directa se suspende *sin sonodeflector* en una cámara anecoica, o puertas afuera, o en una habitación grande no reverberante. Las diversas constantes se determinan del siguiente modo:

Medición de ω_0. Conéctase a los terminales del altavoz una fuente de frecuencia variable cuya impedancia interna es por lo menos 100 veces mayor que la impedancia nominal del altavoz. Se conecta también un voltímetro de C.A. a través de los mismos terminales y se varía la frecuencia hasta obtener una lectura máxima en el voltímetro (ver Fig. 8.14). Según la Fig. 7.2, la impedancia eléctrica máxima del altavoz corresponde a la máxima movilidad mecánica, la que, a su vez ocurre en la frecuencia de resonancia f_0 u ω_0.

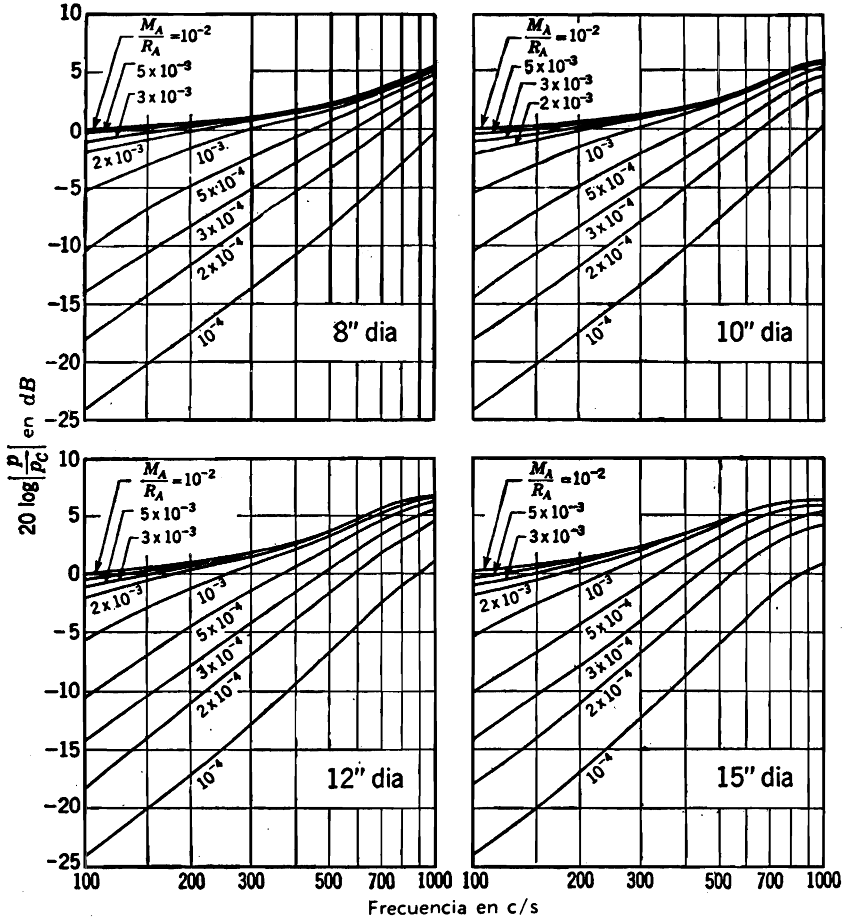


FIG. 8.13. Gráficas para el cálculo de la respuesta relativa de presión en la gama de frecuencias en que el altavoz es ya una fuente simple, pero está por debajo de la resonancia del borde. El parámetro es M_A/R_A. Estos ábacos cubren la gama que está justamente encima de la correspondiente a la Fig. 8.12.

Medición de R_E. La resistencia eléctrica de la bobina móvil se mide con un puente de C. C.

Medición de Q_T. El Q_T del altavoz se halla determinando el ancho de la curva de velocidad del diafragma u_c representada en función de la frecuencia para corriente constante i. (Ver Fig. 8.14.) Dado que $e = Blu$, podemos determinar la forma de la curva de velocidad representando en función de la frecuencia la cantidad

$$e = V_1 - R_E i = V_1 - \frac{R_E V_2}{R_g}$$

El ancho, Δf c/s, se mide entre los puntos de la curva, a ambos lados de la cresta de resonancia, para los cuales la tensión ha caído 3 dB (0,707) respecto del valor de cresta.

El valor de Q_T para corriente constante i está dado por

$$Q_T = \frac{f_0}{\Delta f} \tag{8.36}$$

Medición de M_{MD}. Para hallar M_{MD} hay que determinar la masa total del diafragma, incluso la carga de aire, y restar de ella la masa de carga de aire. Para ello se agrega una masa conocida al diafragma y se determina la nueva frecuencia de resonancia. La masa adicional es por lo general un pedazo de estaño de soldar arrollado en un círculo de 7,5 a 15 cm de diámetro y adherido con cinta plástica al diafragma. Se usa estaño o plomo porque no son magnéticos.

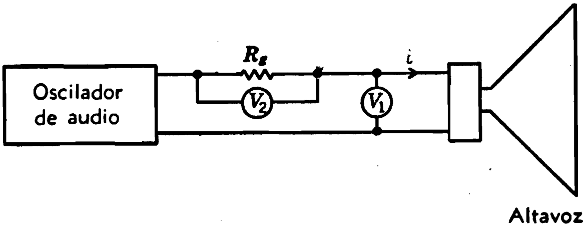


Fig. 8.14. Circuito para determinar la frecuencia de resonancia de un altavoz. La tensión V_2 se mantiene constante y se varía la frecuencia del oscilador hasta determinar el máximo de V_1.

Si la frecuencia original de resonancia era ω_0 y la frecuencia de resonancia con el agregado de una masa M' es ω'_0, se tiene

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(M_{MD} + M_{M1})C_{MS}}} \tag{8.37}$$

y

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{(M_{MD} + M_{M1} + M')C_{MS}}} \tag{8.38}$$

donde C_{MS} = compliancia mecánica de la suspensión en m/newton
$M_{M1} = 2{,}67a^3\rho_0 = 3{,}15a^3$ = masa de carga de aire en Kg sobre *las dos* caras del diafragma.

INSTITUTO VIPRO

Las Ecs. (8.37) y (8.38) dan

$$M_{MD} + M_{M1} = \frac{M'}{(\omega_0/\omega_0')^2 - 1} \tag{8.39}$$

Determinación de R_{MS}. La resistencia mecánica R_{MS} de la suspensión del diafragma más la resistencia de la carga de aire se determina a partir de los datos ya obtenidos. Según la teoría de los circuitos sabemos que

$$R_{MS} + \mathcal{R}_{MR} = \frac{\omega_0(M_{MD} + M_{M1})}{Q_T} \tag{8.40}$$

donde $\mathcal{R}_{MR} = 0{,}1886 a^6 \rho_0 \omega^4/c^3 = (8{,}45 \times 10^{-6}) a^6 f^4 =$ resistencia mecánica de la carga de aire en ohm mecánico MKS para las dos caras del altavoz sin sonodeflector. Esta resistencia puede por lo general despreciarse.

Medición de C_{MS}. La compliancia mecánica de la suspensión puede determinarse agregando masas conocidas al diafragma y midiendo el desplazamiento resultante con el eje del altavoz vertical. Para ello se utiliza un micrómetro de profundidad montado rígidamente respecto del altavoz. Se tiene

$$C_{MS} = \frac{\text{desplazamiento (m)}}{\text{peso agregado (newton)}} \tag{8.41}$$

El peso agregado es, naturalmente, la masa agregada M' en Kg multiplicada por la aceleración de la gravedad, es decir,

$$\text{Peso agregado} = f_1 = M'g = 9{,}8M' \quad \text{newton} \tag{8.42}$$

La compliancia puede también determinarse con ayuda de la Ec. (8.37) si se conocen las masas $M_{MD} + M_{M1}$ y la frecuencia angular de resonancia ω_0. En este caso no se necesita el micrómetro.

Medición de Bl. El valor de la constante de acoplamiento magnético Bl se determina usando una masa adicional y un micrómetro de profundidad, o un pedazo de alambre doblado fijado al armazón del altavoz y que sirve para marcar la posición inicial del diafragma. Al agregar la masa M' al diafragma, ocurre un desplazamiento hacia abajo. Para volver a llevar el diafragma a su posición original, hay que aplicar una fuerza f_s.

Si se hace pasar una corriente continua i por la bobina móvil, de sentido y magnitud adecuadas, la fuerza f_s producida será

$$f_s = Bli \tag{8.43}$$

La masa agregada produce la fuerza f_1 dada por la Ec. (8.42). El diafragma estará en su posición original cuando

$$f_1 = f_s \tag{8.44}$$

La solución simultánea de las Ecs. (8.42) y (8.43) da

$$Bl = \frac{M'g}{i} = \frac{9{,}8M'}{i} \tag{8.45}$$

Medición de S_D. El área efectiva del diafragma sólo puede determinarse con exactitud acoplando su frente a una caja cerrada. Debe determinarse con gran precisión el volumen de aire V_0 encerrado por el diafragma y los costados de la caja. Ésta se conecta con un manómetro para medir presión de aire. Se aplica entonces al cono un desplazamiento conocido ξ metro, se lee el manómetro y se determina la presión incremental p. Luego,

$$p = \frac{P_0}{V_0}\,\xi S_D$$

o

$$S_D = \frac{V_0}{P_0}\,\frac{p}{\xi} \quad \mathrm{m}^2 \tag{8.46}$$

donde P_0 es la presión ambiente. Las presiones P_0 y p deben medirse en la misma unidad, y V_0/ξ, en metro cuadrado.

Por lo común, en la práctica, S_D puede determinarse con bastante precisión aprovechando la Fig. 8.5*a*, es decir, $S_D = \pi a^2$.

8.8. Medición de las constantes del sonodeflector. Las constantes del sonodeflector pueden medirse una vez conocidas las del altavoz. Véase la Fig. 8.4. Las cantidades $\mathcal{R}_{AR}$ y X_{AR} se determinan a partir de las Ecs. (8.4) y (8.5). Las cantidades eléctricas y mecánicas se miden directamente.

Medición de X_{AB}. Usando el mismo procedimiento que para la medición de ω_0 en el Ap. 8.7, determinamos un nuevo ω_0 y despejamos X_{AB} a partir de la Fig. 8.4.

Medición de R_{AB}. Usando el mismo procedimiento que para medir Q_T en el Ap. 8.7, determinamos un nuevo Q_T y calculamos R_{AB} con

$$R_{AB} = \frac{\omega_0(M_{AD} + M_{A1})}{Q} - (R_{AS} + \mathcal{R}_{AR})$$

donde $M_{AD} = M_{MD}/S_D{}^2$; M_{A1} está dado por la Ec. (8.5), y

$$R_{AS} + \mathcal{R}_{AR} = \frac{R_{MS} + \mathcal{R}_{MR}}{S_D{}^2}$$

Ejemplo 8.1. Altavoz de radiación directa en un sonodeflector infinito. Determinar Q_T y R_{MS} para el altavoz de la Fig. 7.8.

Solución. El diámetro comercial de este altavoz es 8 pulgadas (203 mm), y por la Fig. 8.5*a* encontramos que éste corresponde a un radio efectivo del diafragma de $a = 0{,}088$ m y a un área efectiva $S_D = 0{,}0244$ m². Por lo tanto, la Fig. 8.12 es válida para este altavoz para longitudes de onda de 0,6 m como mínimo, es decir, hasta frecuencias del orden de 550 c/s. El diafragma de este altavoz cesa de vibrar como pistón rígido a los 400 c/s, aproximadamente, de modo que es de esperar que la teoría y las mediciones concuerden sólo hasta unos 200 c/s.

Superponiendo los datos medidos representados en la Fig. 7.8 sobre los contornos de la Fig. 8.12, hallamos que $Q_T \doteq 6$. Observamos también que $\omega_0 = 565$ radián/s.

Por la Fig. 8.5*c*, resulta que $M_{MD} \doteq 0{,}0042$ kg y

$$M_{AD} = \frac{0{,}0042}{(0{,}0244)^2} = 7{,}05 \text{ kg/m}^4$$

El altavoz se halla en un sonodeflector infinito, de modo que, por la Ec. (8.3),

$$2M_{A1} = \frac{(2)\,(0{,}27)\,(1{,}18)}{0{,}088} = 7{,}25 \text{ kg/m}^4$$

Luego

$$M_A = M_{AD} + 2M_{A1} = 14{,}3 \text{ kg/m}^4$$

Por la Ec. (8.23) tenemos

$$R_A = \frac{\omega_0 M_A}{Q_T} = \frac{(565)\,(14{,}3)}{6}$$
$$= 1346 \text{ ohm acústico MKS}$$

La resistencia de radiación $2\mathcal{R}_{AR}$ para $\omega_0 = 565$ radián/s ($f_0 = 90$ c/s) es [ver la Ec. (8.2)],

$$2\mathcal{R}_{AR} = (2)\,(0{,}0215)\,(90)^2 = 348 \text{ ohm acústico MKS}$$

El amortiguamiento introducido por la suspensión en la frecuencia de resonancia es

$$R_{AS} = R_A - 2\mathcal{R}_{AR} - \frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)\,S_D^2}$$

Según la tabla 8.1, R_E es aproximadamente de 3 ohm. El altavoz se hizo funcionar con un amplificador que tenía una resistencia de salida de 12 ohm, y Bl era aproximadamente de 2,5 weber/m.

Luego

$$\frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)\,S_D^2} = \frac{6{,}25}{(15)\,(0{,}0244)^2} = 700 \text{ ohm acústico MKS}$$

Por lo tanto

$$R_{AS} = 1346 - 348 - 700 = 298 \text{ ohm acústico MKS.}$$

Es interesante observar que Q_T es una función de la frecuencia porque

$$R_A = 298 + 730 + 0{,}043f_0^2$$

Por ejemplo, Q_T, a 300 c/s, es

$$Q_T = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} = \frac{(565)\,(14{,}3)}{5000} = 1{,}62$$

La Fig. 8.12 muestra que la respuesta a 300 c/s es esencialmente la misma para $Q_T = 1{,}62$ que para su valor de 6 a 90 c/s.

Ejemplo 8.2. Altavoz de banda amplia. Un altavoz diseñado para ser usado sin unidad auxiliar de agudos tiene un diámetro nominal de 12 pulgadas (305 mm) y las constantes físicas siguientes

$$\begin{aligned}
a &= 13 \text{ cm (radio efectivo)}\\
C_{MS} &= 2 \times 10^{-4} \text{ m/newton}\\
M_{MD} &= 12 \text{ g}\\
R_g &= 2 \text{ ohm}\\
R_E &= 8 \text{ ohm}\\
B &= 1 \text{ weber/m}^2\\
l &= 10 \text{ m}\\
S_D &= \pi a^2 = 0{,}053 \text{ m}^2\\
R_{MS} &= 1 \text{ newton-s/m}\\
S_D{}^2 &= 0{,}00281 \text{ m}^4
\end{aligned}$$

a. Determinar el tanto por ciento de desplazamiento de la primera frecuencia de resonancia del altavoz respecto del valor para sonodeflector infinito si se usa una caja de

$$0{,}53 \times 0{,}53 \times 0{,}3 \text{ m} = 0{,}084 \text{ m}^3$$

b. Determinar la altura de la cresta de resonancia, suponiendo $R_{AB} = 0$.

c. Determinar las dimensiones para un sonodeflector del tipo ilustrado por la Fig. 8.9 que produzca un desplazamiento de la frecuencia de resonancia respecto del valor para deflector infinito de sólo el 10 por ciento.

d. Determinar la altura de la cresta de resonancia para el sonodeflector de (*c*).

Solución. a. Determinemos primero el valor de las masas de radiación acústica para el altavoz montado en un sonodeflector infinito. Por la Ec. (8.2),

$$\begin{aligned}
2M_{A1} &\doteq \frac{0{,}54\rho_0}{a} = \frac{(0{,}54)\,(1{,}18)}{0{,}13}\\
&= 4{,}9 \text{ kg/m}^4
\end{aligned}$$

También,

$$\begin{aligned}
C_{AS} &= C_{MS}S_D{}^2 = (2 \times 10^{-4})\,(2{,}81 \times 10^{-3})\\
&= 5{,}62 \times 10^{-7} \text{ m}^5\text{/newton}
\end{aligned}$$

$$M_{AD} = \frac{M_{MD}}{S_D{}^2} = \frac{0{,}012}{0{,}00281} = 4{,}26 \text{ kg/m}^4$$

La frecuencia de resonancia del altavoz en sonodeflector infinito se calcula con la Ec. (8.11):

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{5{,}62 \times 10^{-7}\,(4{,}9 + 4{,}26)}}\\
&= \frac{10^2}{6{,}28\sqrt{0{,}0516}} \doteq 70 \text{ c/s}
\end{aligned}$$

De la Ec. (8.7) obtenemos la fórmula para calcular C_{AB}:

$$\begin{aligned}
C_{AB} &= \frac{V}{\gamma P_0} = \frac{(3)\,(2{,}832 \times 10^{-2})}{1{,}4 \times 10^5}\\
&\doteq 6{,}06 \times 10^{-7} \text{ m}^5\text{/newton}
\end{aligned}$$

La relación de C_{AS} a C_{AB} es

$$\frac{C_{AS}}{C_{AB}} = \frac{5{,}62 \times 10^{-7}}{6{,}06 \times 10^{-7}} = 0{,}93$$

Con la Fig. 8.11 hallamos la relación de la frecuencia de resonancia en caja cerrada a la frecuencia de resonancia en sonodeflector infinito:

$$\frac{f_2}{f_1} = 1{,}48$$

Vale decir, la nueva frecuencia de resonancia es 48 por ciento mayor; luego

$$f_2 = (1{,}48)\,(70) = 103{,}5 \text{ c/s}$$

b. La altura de la cresta de resonancia se obtiene de las Ecs. (8.23) y (8.29). La resistencia total R_M está dada por la Ec. (8.19) para las frecuencias bajas. Usando la Ec. (8.4) y $f_0 = 103{,}5$ c/s, determinamos la resistencia de radiación a la frecuencia de resonancia:

$$\mathcal{R}_{AR} = 0{,}01076f^2 = (0{,}01076)\,(103{,}5)^2 = 115 \text{ ohm acústico MKS}$$

$$R_{AS} = \frac{R_{MS}}{S_D{}^2} = \frac{1}{0{,}00281} = 356 \text{ ohm acústico MKS}$$

Entonces

$$R_A = \frac{10^2}{(10)\,(0{,}00281)} + 356 + 115 + 4030 \text{ ohm acústico MKS}$$

El valor de M_A está dado por la Ec. (8.20). Por la Ec. (8.5),

$$M_{A1} \doteq \frac{0{,}1952\rho_0}{a} = \frac{(0{,}1952)\,(1{,}18)}{0{,}13} = 1{,}772 \text{ kg/m}^4$$

Por la Ec. (8.8),

$$M_{AB} = \frac{(0{,}85)\,(1{,}18)}{(3{,}14)\,(0{,}13)} = 2{,}46 \text{ kg/m}^4$$

Luego

$$M_A = 4{,}26 + 2{,}46 + 1{,}77 = 8{,}49 \text{ kg/m}^4$$

$$Q_T = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} = \frac{(650)\,(8{,}49)}{4030} \doteq 1{,}37$$

$$20 \log_{10} \frac{p}{p_C} = 20 \log_{10} 1{,}37 \doteq 2{,}7 \text{ dB}$$

La cresta de resonancia está unos 3 dB por encima del nivel de presión de referencia. Dado que Q_T es mayor que la unidad, la presión de referencia es la presión en la región plana C por encima de la frecuencia de resonancia como podemos ver en la Fig. 8.12.

c. Para sólo 10 por ciento de desplazamiento de la frecuencia de resonancia, tiene que ser $f_2 = 70 \times 1{,}1 = 77$ c/s. Por la Ec. (8.14) tenemos

$$\frac{C_{AS}}{C_{AB}} = \frac{(1{,}1)^2}{1{,}13} - 1 = 0{,}07$$

o

$$C_{AB} = \frac{5{,}62 \times 10^{-7}}{0{,}07} = 8{,}04 \times 10^{-6}$$

Para conseguir esta relación, o hay que recurrir a una caja muy grande, o hay que recurrir a la disposición de la Fig. 8.9, como se pide en el enunciado del problema. La reactancia normalizada deseada es

$$\frac{X_{AB}S_D}{\rho_0 c} = \frac{-S_D}{\omega C_{AB}\rho_0 c} = \frac{-(10^6 \times 0{,}053)}{484 \times 8{,}04 \times 407} = -0{,}0334$$

En la Fig. 8.10 vemos que para esta clase de deflector necesitamos una longitud vertical

$$L = 0{,}2\lambda = \frac{0{,}2 \times 344{,}8}{77} = 0{,}9 \text{ m}$$

Si el altavoz de 0,305 m de diámetro debe adaptarse a un área transversal de 0,053 m^2, la cara en que se monta debe tener un ancho de alrededor de 0,33 m, lo que da para el otro costado 0,053/0,33 = 0,16 m.

d. La altura de la cresta de resonancia se determina a partir de Q_T. Para calcular Q_T necesitamos R_A y X_A. Se tiene

$$R_A = 4030 + R_{AB}$$

Obtenemos R_{AB} de la **Fig. 8.10:**

$$R_{AB} = \frac{\rho_0 c\,(0{,}25)}{S_D} = \frac{(410)\,(0{,}25)}{0{,}053}$$
$$= 1935 \text{ ohm acústico MKS}$$

lo que da

$$R_A = 4030 + 1935 \doteq 6000 \text{ ohm acústico MKS}$$
$$M_A = 4{,}26 + 1{,}77 + 0 = 6{,}03 \text{ kg.}$$
$$Q_T = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} = \frac{(484)\,(6;03)}{6000} \doteq 0{,}49$$

En otros términos, esta disposición tiene amortiguamiento casi crítico. En 77 c/s, la respuesta cae unos 5 dB respecto del nivel de referencia.

Ejemplo 8.3. Altavoz de baja frecuencia. En muchos sistemas de alta fidelidad se emplean dos altavoces. Uno cubre la gama de las frecuencias bajas, el otro la de las frecuencias altas. Se usa una red eléctrica para repartir la energía de salida del amplificador entre las dos gamas de frecuencias, separadas por la "frecuencia de cruce". Se eligen comúnmente como frecuencias de cruce, 500, 800, 1000 ó 1500 c/s.

En este ejemplo, hemos elegido una unidad de baja frecuencia de 15 pulgadas (380 mm) diseñada para una frecuencia de cruce de 500 c/s. Dado que no se disponía de información de fábrica sobre las constantes de este altavoz, se las determinó experimentalmente. Se montó luego el altavoz en un sonodeflector cerrado y se midió su respuesta de frecuencia para su posterior comparación con la calculada. Se describe aquí el procedimiento completo para llevar a cabo estos experimentos y los resultados se comparan con los cómputos a fin de que el lector tenga una indicación de la confiabilidad del método.

El altavoz se montó en una caja de 0,31 m^3 de volumen (0,75 × 0,90 × 0,46 m). Las otras constantes se determinaron con los procedimientos del Ap. 8.7:

$R_E = 5{,}5$ ohms
$C_{MS} = 2{,}82 \times 10^{-4}$ m/newton
$a = 0{,}16$ m
$S_D = 8{,}03 \times 10^{-2}$ m^2
$S_D^2 = 6{,}45 \times 10^{-3}$ m^4
$R_{MS} = 2{,}3$ ohm mecánico MKS
$M_{MD} = 0{,}045$ kg
$f_0 = 39$ c/s
$\omega_0 = 247$ radián/s
$Bl = 25$ weber/m

El volumen de la caja ocupado por el altavoz era de alrededor de 0,01 m³, de modo que

$$V_B = 0{,}3 \text{ m}^3$$

A partir de estas cantidades, determinamos los elementos de la Fig. 8.4:

$$C_{AS} = C_{MS}S_D^2 = 1{,}82 \times 10^{-6} \text{ m}^5/\text{newton}$$

$$R_{AS} = \frac{R_{MS}}{S_D^2} = 356 \text{ ohm acústico MKS}$$

$$M_{AD} = \frac{M_{MD}}{S_D^2} = 6{,}98 \text{ kg/m}^4$$

$$\frac{B^2l^2}{S_D^2} = 9{,}7 \times 10^4 \text{ weber}^2/\text{m}^6$$

Sobre una de las caras de la caja, de 0,45 × 0,875 m, se dispuso una capa de material absorbente de 7,5 cm de espesor y una resistencia de flujo de 800 rayl MKS/cm, a fin de reducir los efectos de las ondas estacionarias en las frecuencias más altas. Este material da un valor de R_{AB} que varía entre los valores dados por la Ec. (8.10) a baja frecuencia y el de $\mathcal{R}_{AB}$ para sonodeflector infinito a 500 c/s. Si la resistencia del amplificador es pequeña, puede despreciarse R_{AB} para las frecuencias bajas.

En la tabla 8.2 se dan los valores de R_{AB} calculados con la Ec. (8.10) para las frecuencias bajas y estimados para las frecuencias más altas. En las frecuencias muy bajas, por ejemplo, 40 c/s, la caja de madera terciada absorbe sonido a causa de las pérdidas friccionales en la madera cuando ésta vibra. Puede esperarse, así, a 40 c/s, que la caja absorba la mitad de la energía por unidad de área que absorbe el material del revestiminto interior. Pero a 80 c/s el material absorbe mucho más energía que la caja. Luego, para el caso de la caja cerrada, podemos despreciar las pérdidas en la madera excepto en la frecuencia de resonancia (cerca de 50 c/s), donde sus efectos pueden tomarse en cuenta triplicando la cantidad verdadera de material acústico.

TABLA 8.2. Determinación de R_A.

f, c/s	ka	R_{AS}	$\mathcal{R}_{AR}$*	R_{AB}	$R_g = 3$ ohm		$R_g = 130$ ohm	
					$\frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)S_D^2}$	R_A	$\frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)S_D^2}$	R_A
	$ka < 1$:							
20	0,0582	356	4	300	11.400	12.000	716	1380
100	0,291	356	108	93	11.400	12.000	716	1270
150	0,437	356	242	155	11.400	12.100	716	1470
200	0,582	356	430	295	11.400	12.500	716	1800
250	0,728	356	672	465	11.400	12.900	716	2210
300	0,874	356	968	775	11.400	13.500	716	2820
	$ka > 1$:							
400	1,164	356	1622	1470	11.400	14.800	716	4160
500	1,455	356	2640	2640	11.400	17.000	716	6350

* Para $ka < 1$, $\mathcal{R}_{AR} = 0{,}01076f^2$.

Las cantidades $\mathcal{R}_{AR}$ y M_{A1} (ver Fig. 8.4) se obtienen de la Fig. 5.7, o, para $ka < 1$, de las Ecs. (8.4) y (8.5).

La cantidad M_{AB} para $ka < 1$ se obtiene de la Ec. (8.8) y la Fig. 8.6. Para nuestra caja, la cantidad $S_D/L^2 = 0{,}0803/(0{,}75 \times 0{,}90) = 0{,}119$. Según la Fig. 8.6, $B = 0{,}788$. El valor de M_{AB} para $ka > 1$ es igual a $0{,}92\rho_0 c/S_D\omega$ multiplicado por la ordenada de la Fig. 5.3.

Determinación de R_A, M_A y C_A. Estas cantidades están dadas por las Ecs. (8.21). Para este ejemplo, los valores calculados de R_A y M_A están dados en las tablas 8.2 y 8.3, respectivamente. C_A se halla de la manera siguiente:

$$C_{AB} = \frac{V}{\gamma P_0} = \frac{0{,}3}{1{,}4 \times 10^5} = 2{,}14 \times 10^{-6}\ \text{m}^5/\text{newton}$$

$$C_A = \frac{C_{AS}C_{AB}}{C_{AS} + C_{AB}} = \frac{1{,}82 \times 2{,}14 \times 10^{-12}}{(1{,}82 + 2{,}14) \times 10^{-6}}$$

$$= 9{,}84 \times 10^{-7}\ \text{m}^5/\text{newton}$$

Determinación de ω_0 con caja. El valor de ω_0 con la caja cerrada es, según la tabla 8.3 y el valor de C_A que se acaba de obtener,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{M_A C_A}} = \frac{10^4}{\sqrt{(10{,}27)\ (0{,}984)}} = 318\ \text{radián/s}$$

o $$f_0 \doteq 50\ \text{c/s}$$

Determinación de Q_T. Se tiene

$$Q_T = \frac{\omega_0 M_A}{R_A} = \frac{318 M_A}{R_A}$$

Los valores de Q_T, M_A/R_A (para $f > 150$ c/s), y ω/ω_0 están tabulados en la tabla 8.3. También se dan en esta tabla los valores del índice de directividad determinados según la Fig. 4.20 para un pistón en un tubo largo.

TABLA 8.3. Determinación de M_A, Q_T y M_A/R_A.

f	20–150 cps	200	250	300	400	500
ka	0,0582–0,436	0,582	0,727	0,873	1,164	1,455
M_{AD}	6,98	6,98	6,98	6,98	6,98	6,98
M_{AB}	1,85	1,85	1,85	1,85	1,29	1,03
M_{A1}	1,44	1,44	1,44	1,44	1,27	1,02
M_A	10,27	10,27	10,27	10,27	9,54	9,03
R_g	Q_T	M_A/R_A				
3	0,27	$8{,}2 \times 10^{-4}$	8×10^{-4}	$7{,}6 \times 10^{-4}$	7×10^{-4}	6×10^{-4}
130	2,5	$5{,}7 \times 10^{-3}$	$4{,}6 \times 10^{-3}$	$3{,}6 \times 10^{-3}$	$2{,}5 \times 10^{-3}$	$1{,}6 \times 10^{-3}$
ω/ω_0	0,4–3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
DI, db	0–0,9	1,4	1,9	2,4	3,4	4,6

CÁLCULO DE LA CURVA DE RESPUESTA. Los datos agrupados en la tabla 8.3 permiten el cálculo de la curva de respuesta de presión sonora relativa en un punto situado sobre el eje principal del altavoz. Se utiliza la Fig. 8.12 para las frecuencias inferiores a 150 c/s y la Fig. 8.13 para 200 y más c/s. Los resultados de los cálculos se reúnen en la Fig. 8.15. Se indican también los resultados para resistencias intermedias. El valor de $R_g = 3$ ohm corresponde a una tensión constante a través de los terminales. $R_g = 14$ ohm es igual a la impedancia nominal del altavoz. $R_g = 30$ ohm es equivalente a variar Bl en un factor de 0,5. $R_g = 130$ ohm es equivalente a variar Bl en un factor 5.

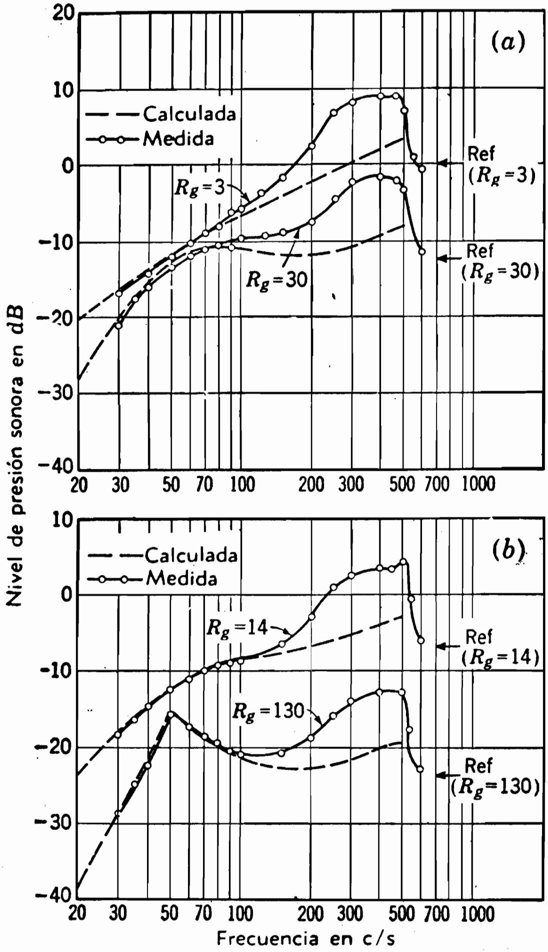


FIG. 8.15*a* y *b*. Gráficas del nivel de presión sonora en el eje principal producido por un altavoz de radiación directa de baja frecuencia por debajo de la resonancia de borde. Las curvas cortadas representan los valores calculados. Las curvas llenas representan valores medidos. Las curvas se han trazado referidas a la presión de referencia para $R_g =$ 3 ohm. Las diferencias entre los valores medidos y los calculados por encima de 100 c/s se deben a las resonancias del cono. La resonancia de borde ocurre aproximadamente en 500 c/s.

Cada curva tiene su propia presión de referencia. No obstante, para mostrar el efecto sobre el nivel relativo de la curva de respuesta (para e_g constante) al variar la impedancia R_g del generador, las presiones de referencia han sido desplazadas una respecto de otra en

$$(\text{Referencia 1 menos referencia 2}) = 20 \log_{10} \frac{R_{g2} + R_E}{R_{g1} + R_E} \quad \text{dB}$$

Si se desea la respuesta de rendimiento de potencia disponible (PAE), hay que restar el índice de directividad (DI) de la tabla 8.3 de las curvas de respuesta calculadas de la Fig. 8.15. Esto da la *forma* de la curva PAE_{bB}.

CURVA DE RESPUESTA MEDIDA. La curva de respuesta se midió en una cámara anecoica usando un amplificador de 3 ohm, 50 watt, como fuente. La potencia disponible era de alrededor de 1 watt. Los datos se tomaron a una distancia de 2 m del altavoz, sobre su eje principal. Hubiera sido deseable situarse en el campo remoto del altavoz, a una distancia mayor que 2 m del altavoz pero ello no fué posible por el pequeño tamaño de la cámara.

El acuerdo entre los valores calculados y los experimentales es excelente por debajo de los 100 c/s, lo que indica que el diafragma vibra entonces como un pistón rígido. Entre 100 y 500 c/s, el altavoz radia más sonido a lo largo del eje principal que lo que predice la teoría suponiendo el índice de directividad correspondiente a un pistón de 15 pulgadas en el extremo de un tubo largo.

También se hicieron representaciones polares del nivel de presión sonora manteniendo el micrófono fijo y haciendo girar el portavoz y su sonodeflector. El índice de directividad medido se compara con el teórico en la tabla 8.4. Las diferencias entre los índices de directividad se comparan también con las diferencias entre las curvas teóricas y medidas de la Fig. 8.15. La comparación entre estas curvas demuestra que no sólo era el altavoz más directivo que lo esperado, sino que también radiaba una potencia mayor, en la cantidad anotada en la última columna. El aumento de directividad se atribuye a la forma cónica del diafragma, mientras que el aumento de la potencia de salida puede atribuirse a las resonancias superiores del cono. Se encontró una diferencia similar entre los valores calculados y los medidos en el caso del altavoz de 8 pulgadas de la Fig. 7.8.

TABLA 8.4. Comparación entre el DI medido para un altavoz de 15 pulgadas en un sonodeflector de caja cerrada con el de un pistón de igual diámetro en el extremo de un tubo cerrado. También se comparan las diferencias entre los DI con las diferencias entre las curvas de la Fig. 8.15.

f	Indice de directividad, dB		Diferencias en los DI, dB	Diferencias según la Fig. 8.15 dB
	Altavoz	Pistón		
100	0,8	0,4	0,4	0,6
200	3,0	1,4	1,6	4,0
300	5,5	2,4	3,1	8,0
400	8,0	3,4	4,6	8,0
500		4,6		

Cerca de los 500 c/s ocurre la resonancia de borde, con una baja profunda en la salida. Dado que el altavoz no está diseñado para funcionar arriba de los 500 c/s no se tomaron datos por encima de esta frecuencia.

PARTE XX. *Recintos reflectores de bajos (Bass-reflex).*

8.9. Descripción general. El recinto reflector de bajo es una caja cerrada en la que se ha practicado una abertura que se llama corrientemente *puerta*[5-8]. El área de la puerta es comúnmente igual o menor que el área efectiva del diafragma del altavoz. La Fig. 8.16 ilustra una forma de construcción común para este tipo de altavoz. Cuando el diafragma vibra, parte de su desplazamiento comprime el aire contenido en la caja y el resto de su desplazamiento mueve el aire hacia afuera por la puerta. Así, la puerta es un segundo "diafragma", impulsado por la parte posterior del diafragma del altavoz. La puerta es, a baja frecuencia, equivalente a una breve sección de tubo caracterizada por una reactancia acústica y una resistencia acústica en serie. Este tubo tiene una corrección de extremo en el extremo interior y una impedancia de radiación en el exterior.

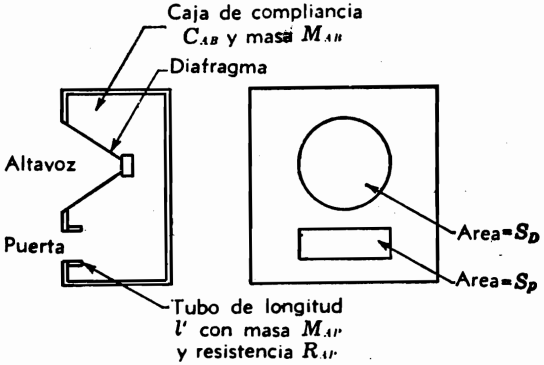


FIG. 8.16. Sonodeflector reflector de bajos. La puerta tiene un área S_p. La corrección de extremo interior para el tubo está incluída en la magnitud de M_{AP}.

Admitiremos en el resto del análisis que $ka < 0{,}5$. En otros términos, nos limitamos a las frecuencias muy bajas para las cuales tanto el altavoz como la puerta son adireccionales.

8.10. Circuito acústico. En la Fig. 8.17 se da el circuito acústico para la caja y la puerta. La compliancia y la resistencia de la caja

---

[5] A. L. THURAS, "Sound Translating Device", U. S. Patent Nº 1.869.178, julio de 1932 (presentada en 1930).

[6] H. F. OLSON, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed. pp. 154-156, D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1947.

[7] D. J. PLACH y P. B. WILLIAMS, Loudspeaker Enclosures, *Audio Engineering*, **35**: 12 y sig. (julio de 1951).

[8] J. J. BARUCH y H. C. LANG, "Some Vented Enclosures for Loudspeakers", informe no publicado del Acoustic Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., Enero de 1953.

son C_{AB} y R_{AB}. La carga de masa sobre la cara posterior del diafragma es M_{AB}. La masa y la resistencia del aire en la puerta que atraviesa el costado de la caja, incluso la corrección de extremo interior, son, respectivamente, M_{AP} y R_{AP}. Finalmente, la masa y la resistencia de radiación en serie sobre el frente de la puerta, son, respectivamente, M_{A2} y $\mathcal{R}_{AR2}$. Los valores para estas cantidades son: M_{AB}, según la Ec. (8.8); R_{AB}, según la Ec. (8.10); C_{AB}, según la Ec. (8.7); M_{A2}, según la Ec. (8.5), pero con a_2 en lugar de a, es decir, $M_{A2} = 0{,}23/a_2$; $\mathcal{R}_{AR2}$, según la Ec. (8.4), y

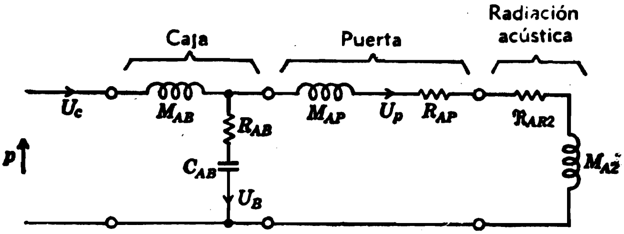


FIG. 8.17. Circuito acústico análogo para el recinto con puerta. La velocidad de volumen del diafragma es U_c, la de la puerta es U_p y la de la Caja, U_B.

$M_{AP} = (t + 0{,}6a_2)\varrho_0/\pi a_2^2$ = masa acústica del aire en la puerta en Kg/m⁴. Esta cantidad incluye la corrección de extremo interior

R_{AP} = resistencia acústica del aire en la puerta en ohm acústico MKS [ver Ec. (5.54); usar el número 1 en el paréntesis]

ϱ_0 = densidad del aire en Kg/m³ (normalmente alrededor de 1,18 Kg/m³)

a_2 = radio efectivo en metro de la puerta del recinto. Si la puerta no es circular, se toma $a_2 = \sqrt{S_p/\pi}$, siendo S_p el área efectiva de la abertura en m²

$S_p = \pi a_2^2$ = área efectiva de la puerta en m²

t = longitud del tubo o espesor de la pared del circuito en que está cortada la puerta, en m.

Cuando la puerta está formada por cierto número de *pequeñas* aberturas idénticas, síguese el siguiente procedimiento:

Sea N el número de tales aberturas en el recinto. Para cada abertura, la masa y la resistencia acústica, incluyendo M_{A2} y $\mathcal{R}_{AR2}$, son

$M_A = (t + 1{,}7a_3)\varrho_0/(\pi a_3^2)$ Kg/m⁴ [ver Ec. (5.57)]

R_A = resistencia acústica de cada abertura en ohm acústico MKS [ver Ec. (5.56)]

a_3 = radio efectivo de cada abertura en m

La masa acústica y la resistencia totales para las *N aberturas* idénticas son

$$M_{A2} = M_{AP} = M_A/N \text{ Kg/m}^4$$

$$\mathcal{R}_{AR2} = R_{AP} = R_A/N \text{ ohm acústico MKS}$$

El factor de directividad para un grupo de agujeros es casi igual al de un pistón de área igual al área cubierta por todo el grupo de agujeros.

8.11. Circuito electromecanoacústico. El circuito completo de un altavoz en un recinto reflector de bajos se obtiene combinando las Figs. 8.4 y 8.17. Para ello, la parte del circuito identificada "caja" en la Fig. 8.4 se suprime, poniendo en su lugar el de la Fig. 8.17. El circuito resultante es el que aparece en la Fig. 8.18.

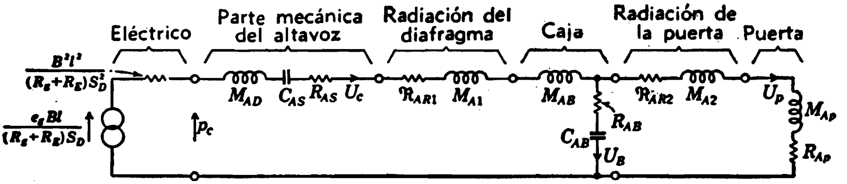


FIG. 8.18. Circuito electromecanoacústico completo para un altavoz con reflector de bajos. La fuerza total producida en la bobina móvil por la corriente eléctrica es p_cS_D, siendo S_D el área del diafragma. La velocidad de volumen del diafragma es U_c y la de la puerta, U_p. Se supone que la caja no está revestida con material acústico. Si la caja está revestida con un material absorbente, debe agregarse una resistencia en serie con M_{AB}. Nótese que M_{AP} incluye la carga de masa interior de la puerta.

Las cantidades no detalladas en los párrafos anteriores son:

e_g = tensión de circuito abierto del amplificador, en volt
B = densidad de flujo en el entrehierro en weber/m^2
l = longitud del alambre de la bobina, en metro
R_g = resistencia eléctrica de salida del amplificador, en ohm
R_E = resistencia eléctrica en ohm de la bobina móvil
a = radio efectivo del diafragma en metro
M_{AD} = M_{MD}/S_D^2 = masa acústica del diafragma y la bobina móvil, en Kg/m^4
C_{AS} = $C_{MS}S_D^2$ = compliancia acústica de la suspensión del diafragma en m^5/newton
R_{AS} = R_{MS}/S_D^2 = resistencia acústica de la suspensión del diafragma en ohm acústico MKS
M_{A1} = masa de radiación acústica para el frente del diafragma del altavoz = $0{,}27\rho_0/a$ Kg/m^4. Nótese que suponemos que el altavoz es equivalente a un pistón montado en el extremo de un tubo
$\mathcal{R}_{AR1}$ = $0{,}01076f^2$ = resistencia de radiación acústica para el lado frontal del diafragma del altavoz en ohm acústico MKS (ver Fig. 5,7 para $ka > 1{,}0$)

RESUMEN DEL DISEÑO DE UN REFLECTOR DE BAJOS

1. *Para determinar el volumen de la caja y el tipo de puerta:*

a. Hallar los valores de M_{MD}, C_{MS} y S_D, según el Ap. 8.7. Pueden obtenerse valores aproximados de la Fig. 8.5.

b. Determinar $M_{AD} = M_{MD}/S_D{}^2$ y $C_{AS} = C_{MS}S_D{}^2$.

c. Elegir el volumen de la caja según se desee, haciéndola razonablemente grande si es posible. Calcular C_{AB} según la Ec. (8.7).

d. Determinar M_{AB} con la Ec. (8.8) y computar $M_{A1} = 0{,}23/a$, siendo a el radio efectivo del diafragma, en metro.

e. Determinar M_A con la Ec. (8.51), y calcular $M_{AT} = M_AC_{AS}/C_{AB}$. La cantidad M_{AT} es la masa acústica de la puerta. Está compuesta de dos partes, M_{A2} y M_{AP}.

f. Elegir el área de la puerta. Por lo común este área está comprendido entre 0,5 y 1,0 veces S_D. Calcular $M_{A2} = 0{,}23/a_2$, siendo a_2 el radio efectivo de la puerta en metro. Si la puerta no es circular, $a_2 = \sqrt{S_P/\pi}$, siendo S_P el área de la puerta en metro cuadrado. Restar M_{A2} de M_{AT} para obtener M_{AP}.

g. Determinar la longitud t del tubo que va en la puerta con la ecuación

$$t = 0{,}85\ M_{AP}S_P - 0{,}6\ a_2$$

h. Estudiar los Aps. 8.16 y 8.17 para la construcción, el ajuste y el comportamiento.

2. *Para determinar la respuesta del altavoz a las frecuencias inferiores a la de resonancia de borde* (alrededor de 500 c/s):

a. Calcular los valores de los elementos de las Figs. 8.18 y 8.19 según el texto.

b. Determinar la presión sonora de referencia a la distancia r con la Ec. (8.64).

c. Determinar los valores de Q_1, Q_M y Q_2 según las Ecs. (8.56) a (8.59) y la relación C_{AS}/C_{AB}.

d. Determinar la respuesta de presión en dB referida al nivel de presión sonora de referencia a las tres frecuencias críticas según las Figs. 8.22 a 8.24. Los valores de las tres frecuencias críticas se obtienen de las Figs. 8.20 y 8.21.

Si se cierra la puerta, de manera que U_p, la velocidad de volumen del aire en la puerta, sea igual a cero, la Fig. 8.18 se reduce a la Fig. 8.4. A frecuencias muy bajas, la masa de aire que se mueve *saliendo* por la abertura inferior es casi igual a la que *entra* por la abertura superior, instante por instante. En otras palabras, para las frecuencias muy bajas, las velocidades de volumen en las dos aberturas son casi iguales en magnitud, pero de fase opuesta.

8.12. Radiación del sonido. La puerta de la caja de un reflector de bajos es en general efectiva sólo para frecuencias bastante bajas. A estas frecuencias, sus dimensiones son tan pequeñas que se la puede considerar como una fuente simple. El diagrama del altavoz puede ser considerado también como una fuente simple porque sus dimensiones son del mismo orden que las de la puerta.

Con referencia a la Ec. (4.3), encontramos que la presión sonora a una distancia r del reflector de bajos es

$$p = p_1 + p_2 \doteq \frac{jf\rho_0}{2r}\left(U_c e^{-jkr_1} - U_p e^{-jkr_2}\right) \tag{8.47}$$

donde p_1 y p_2 = presiones eficaces complejas, respectivamente, producidas por el diafragma y la puerta a la distancia r.
r = distancia media del punto de observación al diafragma y la puerta. Nótese que r es grande en comparación con los radios del diafragma y de la puerta.
r_1 y r_2 = distancias verdaderas, respectivamente, del punto de observación al diafragma y la puerta.
$U_c \doteq$ velocidad de volumen compleja eficaz del diafragma.
U_p = velocidad de volumen compleja eficaz de la puerta. Nótese que se usa el signo negativo para U_p porque, excepto por el desplazamiento de fase introducido por R_{AB} y C_{AB}, el aire de la puerta se mueve en oposición de fase con el diafragma.

Además, la velocidad de volumen eficaz compleja necesaria para comprimir y expandir el aire dentro de la caja es

$$U_B = U_c - U_p \tag{8.48}$$

Si ahora ponemos $r_1 = r_2 = r$ limitando nuestra atención a un punto particular del espacio frente al altavoz en el que se cumple esta condición, tenemos

$$p \doteq \frac{f\rho_0}{2r}(U_c - U_p)e^{-j\psi} \tag{8.49}$$

donde ψ es un ángulo de fase igual a $kr - \pi/2$ radián.

Puesto que $U_c - U_p = U_B$, tenemos simplemente que

$$|p| \doteq \frac{f\rho_0|U_B|}{2r} \tag{8.50}$$

¡Por extraño que parezca, la presión sonora producida en un punto alejado del cono y la puerta de un recinto reflector de bajos es directamente proporcional a la velocidad de volumen empleada en comprimir y expandir el aire dentro de la caja!

En las frecuencias muy bajas, para las cuales la reactancia de C_{AB} es muy grande, U_c deviene casi igual a U_p y la presión, medida en los puntos $r = r_1 = r_2$ tiende a cero. En efecto, las dos fuentes se comportan como un doblete acústico, de modo que la presión sonora radiada decrece en un factor 4 cada vez que se divide por dos la frecuencia.

Además, si estamos por debajo de la frecuencia de resonancia inferior del circuito de la Fig. 8.18, la velocidad del diafragma U_c es proporcional a la frecuencia. Luego, en la región de las frecuencias *muy bajas*, la presión sonora decrece en el factor 8 cada vez que se divide por dos la frecuencia. Obsérvese que esta disminución es mayor que la que ocurre en un altavoz montado en una caja cerrada o un sonodeflector infinito.

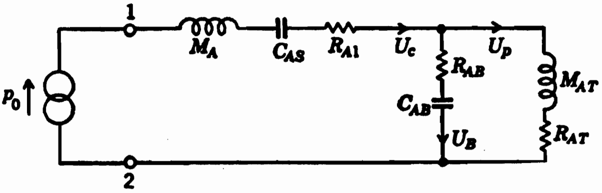


FIG. 8.19. Simplificación del circuito de la Fig. 8.18. La presión del generador p_0 es igual a $e_g Bl/(R_g + R_E)S_D$.

8.13. Frecuencias de resonancia. En el interés de simplificar nuestro análisis, volvamos a dibujar el circuito de la Fig. 8.18 en la forma que muestra la Fig. 8.19. Las nuevas cantidades que aparecen en este circuito se definen del siguiente modo

$$M_A = M_{AD} + M_{A1} + M_{AB} \tag{8.51}$$

$$R_{A1} = \frac{B^2 l^2}{(R_g + R_E)S_D{}^2} + R_{AS} + \mathcal{R}_{AR1} \tag{8.52}$$

$$M_{AT} = M_{A2} + M_{AP} \tag{8.53}$$

$$R_{AT} = R_{AP} + \mathcal{R}_{AR2} \tag{8.54}$$

La frecuencia de resonancia del recinto ($\omega_0 = 1/\sqrt{C_{AB}M_{AT}}$) puede ser hecha coincidir o no con la del altavoz solo. Según es de práctica, hagamos que las frecuencias de resonancias dichas sean ambas iguales a ω_0, es decir, pongamos

$$M_A C_{AS} = M_{AT} C_{AB} \equiv \frac{1}{\omega_0{}^2} \tag{8.55}$$

A la frecuencia angular ω_0, la impedancia del recinto deviene muy grande, y casi toda la radiación se produce por la puerta. En otros términos, U_c tiende a cero y U_p *se* hace muy grande.

Como pasos adicionales para la consideración del circuito de la Fig. 8.19, definamos los Q siguientes para las diversas partes del sistema:

$$Q_1 \equiv \frac{\omega_0 M_A}{R_{A1}} = \frac{1}{\omega_0 C_{AS} R_{A1}} \tag{8.56}$$

$$Q_c \equiv \frac{1}{\omega_0 C_{AB} R_{AB}} \tag{8.57}$$

$$Q_M \equiv \frac{\omega_0 M_{AT}}{R_{AT}} \tag{8.58}$$

$$Q_2 \equiv \frac{\omega_0 M_{AT}}{R_{AT} + R_{AB}} = \frac{1}{\omega_0 C_{AB}(R_{AT} + R_{AB})} \tag{8.59}$$

La impedancia total Z_A mirando a la derecha de los terminales 1 y 2 en la Fig. 8.19 es

$$Z_A = \left[\frac{R_{AT}\left(\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2} + \dfrac{1}{Q_c^2}\right) + R_{AB}\left(\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + \dfrac{1}{Q_M^2}\right)}{\dfrac{1}{Q_2^2} + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2} + R_{A1} \right]$$
$$+ j \left[\frac{1}{\omega_0 C_{AB}} \; \frac{\dfrac{\omega}{\omega_0 Q_c^2} - \dfrac{\omega_0}{\omega Q_M^2} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}{\dfrac{1}{Q_2^2} + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2} + \omega_0 M_A \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \right] \tag{8.60}$$

Para reactancia cero encontramos que

$$\frac{C_{AS}}{C_{AB}} = \frac{M_{AT}}{M_A} = \frac{\dfrac{1}{Q_2^2} + \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}} \left(\dfrac{1}{Q_M^2 \dfrac{\omega}{\omega_0}} - \dfrac{1}{Q_c^2 \dfrac{\omega_0}{\omega}} \right)} \tag{8.61}$$

Necesitaremos, además, U_B en términos de U_c:

$$U_B = \frac{\left(\dfrac{1}{Q_M} + j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) U_c}{(1/Q_2) + j[(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]} \tag{8.62}$$

Es difícil manipular estas ecuaciones si Q_2 es pequeño. Por otra parte, el recinto reflector de bajos no ofrece ventajas sobre la caja cerrada si Q_2 es pequeño. Si R_{AT} es grande, la caja reflectora de bajos resulta similar a una caja cerrada. Si R_{AB} es grande, U_B es pequeña y sería mejor usar una caja cerrada. Limitaremos nuestro análisis a valores de Q_2 mayores que 2,5.

Hemos de limitar también nuestro estudio a los casos en que la resistencia está principalmente en la puerta o en la caja, pero no en ambas. Entonces, Q_2 es igual a Q_M o a Q_c.

En estas condiciones hay por lo general tres frecuencias ω_L, ω_M y ω_H, para las cuales la reactancia a la derecha de los terminales 1 y 2 deviene nula para valores dados de Q_2 y C_{AS}/C_{AB}. Una de estas frecuencias, ω_M, está cerca de la frecuencia de resonancia ω_0. Otra frecuencia, ω_H, es mayor que ω_0. La tercera frecuencia, ω_L, tiene un valor menor que ω_0.

Las frecuencias de resonancias superior e inferior se hallan por medio de la Ec. (8.61) del siguiente modo: Pongamos $Q_c = \infty$ y $Q_2 = Q_M$.

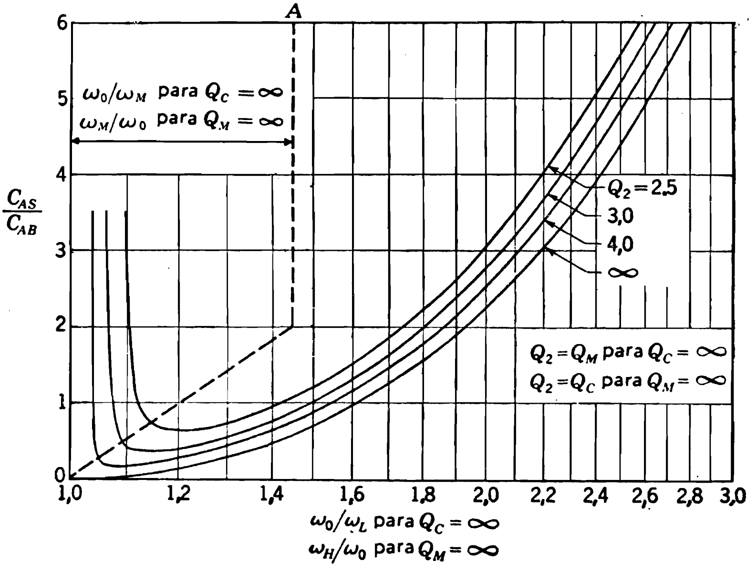


FIG. 8.20. Valores de dos de las frecuencias de reactancia cero para un sistema de altavoz y reflector de bajos en función de $C_{AS}/C_{AB} = M_{AT}/M_{AS}$ con Q_2 como parámetro. ω_0 es la frecuencia de resonancia de la rama en serie o de la rama en paralelo de la Fig. 8.19. La región a la derecha de la línea cortada A da ω_0/ω_2 para $Q_c = \infty$ u ω_H/ω_0 para $Q_M = \infty$. Las líneas casi verticales a la izquierda de la línea cortada A dan ω_M/ω_0 para $Q_M = \infty$ u ω_0/ω_M para $Q_C = \infty$.

Quedan entonces determinados ω_0/ω_L y ω_H/ω_0. Los resultados están representados en las Figs. 8.20 y 8.21, respectivamente. En otros términos, la Fig. 8.20 da la menor frecuencia de resonancia para $Q_c = \infty$ y la frecuencia de resonancia superior para $Q_M = \infty$ La Fig. 8.21 da la frecuencia de resonancia superior para $Q_c = \infty$ y la frecuencia de resonancia inferior para $Q_M = \infty$.

Si el valor de Q_2 es mayor que aproximadamente 10, las dos frecuencias de resonancia, ω_L y ω_H, están simétricamente situadas a ambos lados de ω_0 para un valor dado de C_{AS}/C_{AB}. Es decir, $\omega_0/\omega_L \doteq \omega_H/\omega_0$.

Las frecuencias de resonancia de los sistemas de altavoz en los que las ramas en serie y en paralelo del circuito de la Fig. 8.19 no tienen la misma frecuencia angular de resonancia, son difíciles de hallar. Si suponemos $Q_2 = \infty$ y si las frecuencias de resonancia de las dos partes del circuito son ω_1 y ω_2, encontramos que, para reactancia cero a la derecha de los terminales 1 y 2 en la Fig. 8.18,

$$\frac{C_{AS}}{C_{AB}} = \frac{M_{AT}}{M_A} = G^2\frac{K^4+1}{K^2} - (G^4+1) \tag{8.63}$$

donde ω_0 es la frecuencia angular media geométrica, igual a $\sqrt{\omega_1\omega_2}$, y $\omega_1 = G\omega_0$, $\omega_2 = \omega_0/G$, y $\omega_H/\omega_0 = K = \omega_0/\omega_L$. Obsérvese que esta ecuación es simétrica respecto de ω_0, como lo es la Ec. (8.61) para $Q_2 = \infty$.

8.14. Presión sonora de referencia. El concepto de presión sonora de referencia ha sido discutido en la Parte XIX y se expresa aquí del siguiente modo:

$$|p_C| = \frac{e_g B l \rho_0}{(R_g + R_E)M_A 4\pi r S_D} \tag{8.64}$$

Se recordará que p_C es la presión sonora que se produciría a la distancia r si la frecuencia fuera superior a la frecuencia crítica ω_H y si el altavoz fuera no direccional.

8.15. Presión sonora radiada en las frecuencias críticas. Son de esperar importantes fluctuaciones en las curvas de respuesta para las

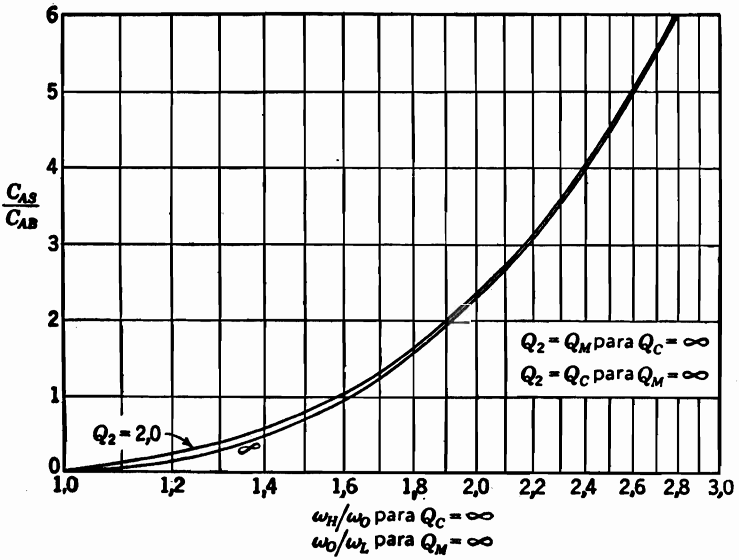
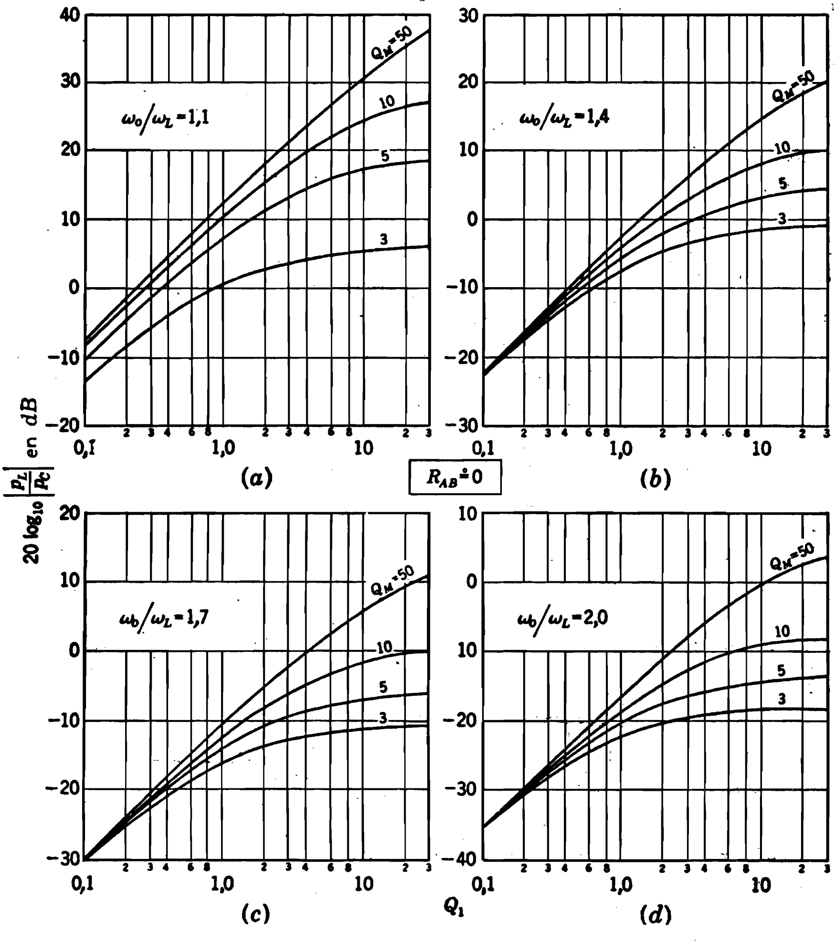


FIG. 8.21. Valor de una de las frecuencias de reactancia cero de un sistema de altavoz y reflector de bajos en función de $C_{AS}/C_{AB} = M_{AT}/M_{AS}$ con Q_2 como parámetro. ω_0 es la frecuencia de resonancia de la rama en serie o de la rama en paralelo de la Fig. 8.19.

tres frecuencias críticas ω_H, ω_M y ω_L. Para $\omega_M \doteq \omega_0$, la radiación ocurre principalmente desde la puerta, y la presión radiada depende tanto de Q_1 como de Q_2. Independientemente de los valores de Q_2 y de C_{AS}/C_{AB}, la frecuencia superior para reactancia cero, ω_H, es aproximadamente la misma que con la puerta cerrada. Esto puede verse comparando la



(a) (b)

(c) (d)

FIG. 8.22. Respuesta relativa a la frecuencia crítica inferior, ω_L, para $R_{AB} \doteq 0$, en función de Q_M y Q_1. Caja sin revestir.

curva de la Fig. 8.21 marcada $Q_2 = 2$ con la curva para $Q_2 = \infty$. Si $\omega_H/\omega_0 \doteq 1$ es pequeño, la respuesta del altavoz con reflector de bajos será casi la misma que en un sonodeflector infinito. Esta condición requiere que la caja sea grande (C_{AB} grande), con lo que evidentemente ésta aproxímase al sonodeflector infinito.

Para $R_{AB} \doteq 0$ ($Q_c \doteq \infty$), sin material acústico en la caja. Hallamos la magnitud de la relación de la presión sonora eficaz a la presión sonora de referencia para las tres frecuencias críticas ω_L, ω_M, ω_H, con las Ecs. (8.50), (8.62) y (8.64) y sacando U_c de la Fig. 8.19 con ayuda de la Ec. (8.60).

Para $\omega = \omega_L$. La relación de presiones para la frecuencia crítica inferior es

$$\left|\frac{p_L}{p}\right| = \frac{\sqrt{1+Q_M^2(\omega_L/\omega_0)^2}}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega_0^2}{\omega_L^2}\right)^2+\dfrac{\omega_0^2}{Q_M^2\omega_L^2}}\left[\dfrac{Q_M}{Q_1}+\dfrac{\omega_0^2/\omega_L^2}{1+\dfrac{1}{Q_M^2(\omega_L^2/\omega_0^2-1)}}\right]} \tag{8.65}$$

En la Fig. 8.22 se ha representado esta ecuación, en dB, para cuatro valores de ω_0/ω_L.

ω_0/ω_L.

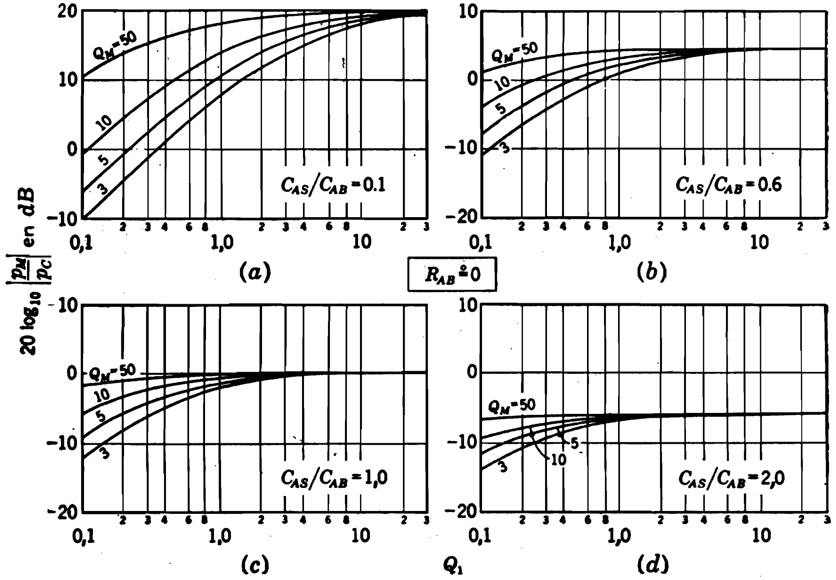


Fig. 8.23. Respuesta relativa para la frecuencia crítica central, $\omega_M \doteq \omega_0$ para $R_{AB} \doteq 0$ en función de Q_M y Q_1. Caja sin revestir.

Para $\omega = \omega_M \doteq \omega_0$. La relación de presiones para la frecuencia crítica central es

$$\left|\frac{p_M}{p_C}\right| = \frac{\sqrt{1+1/Q_M^2}}{C_{AS}/C_{AB}+1/Q_1Q_M} \tag{8.66}$$

Esta ecuación, en dB, está representada en la Fig. 8.23 para cuatro valores de C_{AS}/C_{AB}.

PARA $\omega = \omega_H$. La relación de presiones a la frecuencia crítica superior es

$$\left|\frac{p_H}{p_C}\right| = \frac{\sqrt{1 + Q_M{}^2(\omega_H/\omega_0)^2}}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{\omega_0{}^2}{\omega_H{}^2}\right)^2 + \dfrac{\omega_0{}^2}{Q_M{}^2\omega_H{}^2}}\left[\dfrac{Q_M}{Q_1} + \dfrac{\omega_0{}^2/\omega_H{}^2}{1 + \dfrac{1}{Q_M{}^2(\omega_H{}^2/\omega_0{}^2 - 1)}}\right]} \tag{8.67}$$

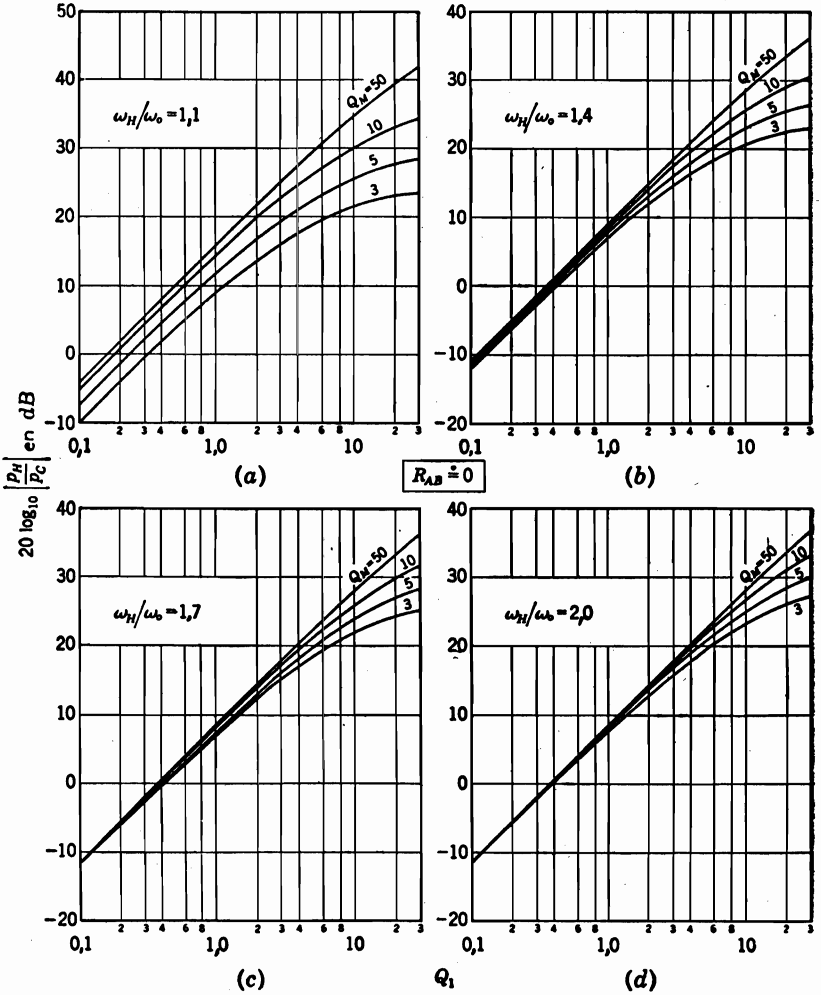


FIG. 8.24. Respuesta relativa para la frecuencia crítica superior, ω_H, para $R_{AB} \doteq 0$, en función de Q_M y Q_1. Caja sin revestir.

Esta ecuación está representada, en dB, en la Fig. 8.24, para cuatro valores de ω_H/ω_0.

Para $R_{AT} \doteq 0$, material acústico en la caja. La magnitud de la relación de la presión sonora eficaz a la presión sonora de referencia se halla usando las mismas ecuaciones y figuras que para $Q_c = \infty$.

Para $\omega = \omega_L$. La relación de presión para la frecuencia crítica inferior es

$$\left|\frac{p_L}{pc}\right| = \frac{(\omega_L/\omega_0)Q_c}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega_0^2}{\omega_L^2}\right)^2 + \dfrac{\omega_0^2}{Q_c^2\omega_L^2}\left[\dfrac{\omega_0^2/\omega_L^2}{1+\dfrac{1}{Q_c^2(\omega_0^2/\omega_L^2-1)}} + \dfrac{Q_c}{Q_1}\right]}} \tag{8.68}$$

Esta ecuación, en dB, está representada en la Fig. 8.25 para cuatro valores de ω/ω_L.

Para $\omega = \omega_M \doteq \omega_0$. La relación de presión para la frecuencia crítica central es

$$\left|\frac{p_M}{pc}\right| = \frac{1}{C_{AS}/C_{AB} + 1/Q_1Q_c} \tag{8.69}$$

Esta ecuación, en dB, está representada en la Fig. 8 26 para cuatro valores de C_{AS}/C_{AB}.

Para $\omega = \omega_H$. La relación de presiones para la frecuencia crítica superior es

$$\left|\frac{p_H}{pc}\right| = \frac{(\omega_H/\omega_0)Q_c}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega_0^2}{\omega_H^2}\right)^2 + \dfrac{\omega_0^2}{Q_c^2\omega_H^2}\left[\dfrac{\omega_0^2/\omega_H^2}{1+\dfrac{1_2}{Q_c^2(\omega_0^2/\omega_H^2-1)}} + \dfrac{Q_c}{Q_1}\right]}} \tag{8.70}$$

Esta ecuación, en dB, está representada en la Fig. 8.27 para cuatro valores de ω_H/ω_0.

8.16. Comportamiento. Con las fórmulas y ábacos que se acaban de dar, es posible calcular la respuesta del altavoz en un recinto reflector de bajos a tres frecuencias críticas. Se da un ejemplo completo en el Ap. 8.18.

En la Fig. 8.19 vemos que para las frecuencias inferiores a ω_0, la radiación de la puerta (proporcional a $-U_p$) está fuera de fase con la radiación del diafragma (proporcional a U_c). Como resultado, la adición de la puerta no realza la respuesta a las frecuencias inferiores. Por encima de la frecuencia de resonancia ω_0, la radiación de la puerta está en fase con la del diafragma, con el consiguiente refuerzo de la respuesta. El refuerzo importa alrededor de 5 dB, como promedio, sobre un rango de frecuencias de una a dos octavas.

Una razón importante en pro del uso del recinto reflector de bajos es que el altavoz produce menos distorsión en las frecuencias comprendidas entre ω_0 y $2\omega_0$, para una potencia radiada dada y en comparación con el altavoz en caja cerrada. La hipótesis en que se basa esta afirmación es la de que el movimiento del aire en la puerta está libre de distorsión aunque la amplitud de la vibración sea muy grande. Esto es generalmente cierto debido a que no hay suspensión ni circuitos magnéticos en la puerta en los que puedan producirse la distorsión.

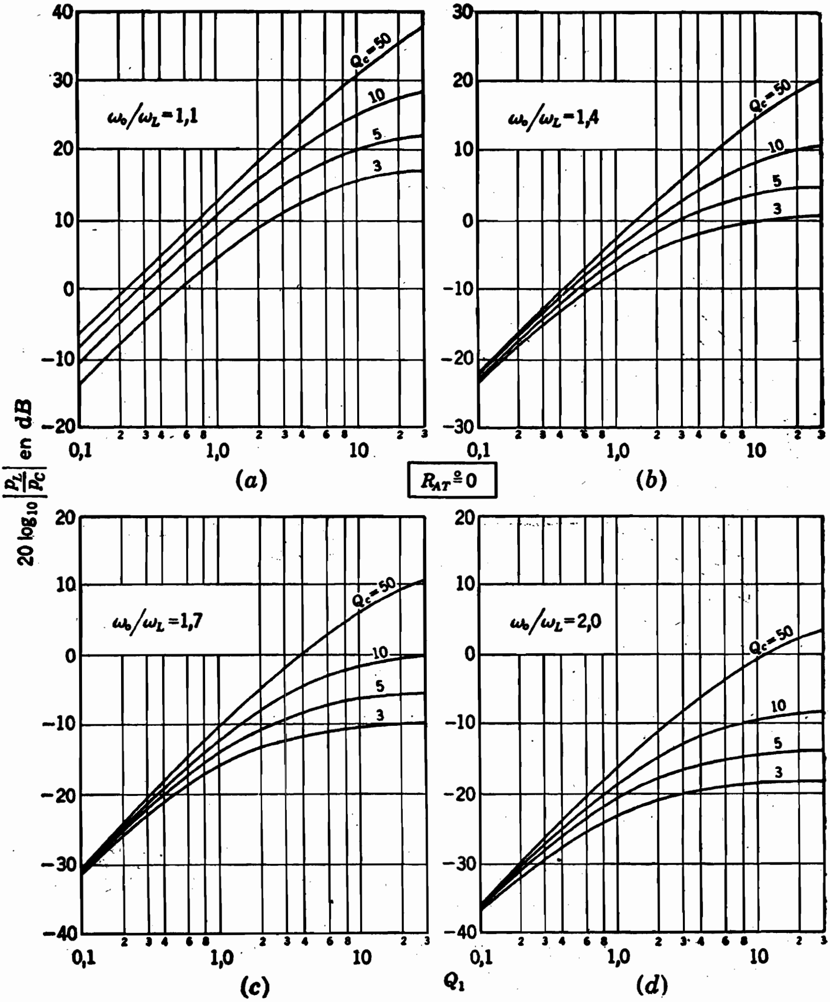


FIG. 8.25. Respuesta relativa a la frecuencia crítica inferior, ω_L, para $R_{AT} \doteq 0$, en función de Q_c y Q_1. Caja revestida.

Un diafragma de altavoz grande es superior por lo común a uno pequeño porque la amplitud del movimiento es menor, para igual potencia radiada, con lo que se reduce la distorsión alineal.

La puerta debe estar cerca del altavoz a fin de evitar un diafragma de direccionalidad irregular hasta la frecuencia más alta posible y de conseguir el rango de frecuencias de respuesta reforzada lo más amplio posible.

Una ventaja del altavoz con reflector de bajos es que, cuando el espacio es importante, un sistema deflector de bajos adecuadamente sintonizado ayuda a reducir el efecto de un recinto de escaso volumen. Cuando el volumen del recinto es pequeño, es preferible sintonizarlo exactamente a la frecuencia de resonancia del altavoz. Cuando el volumen es grande, es posible sintonizar el recinto a una frecuencia menor que la de resonancia del altavoz. Esto permite el uso de una puerta cuyo área no es mayor que 1,5 ó 2,0 veces la efectiva del altavoz.

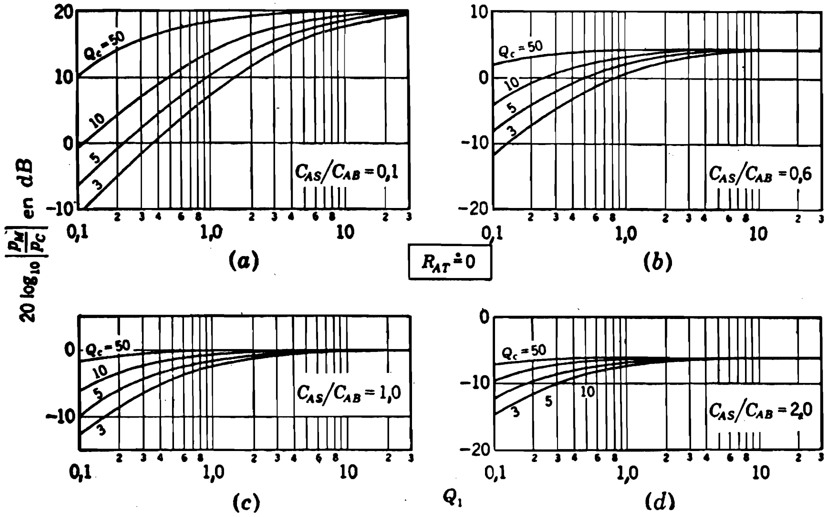


FIG. 8.26. Respuesta relativa a la frecuencia crítica media, $\omega_M \doteq \omega_0$, para $R_{AT} \doteq 0$, en función de Q_c y Q_1. Caja revestida.

8.17. Notas sobre la construcción y el ajuste. La caja debe ser muy rígida para que no vibre. Las juntas deben ser muy sólidas, encoladas o calafateadas, y los paneles grandes deben ser reforzados encolándoles tirantes de refuerzo. Los paneles de acceso deben asegurarse firmemente con tornillos.

Al construir la caja para conseguir un determinado volumen, hay que tener en cuenta el aire desplazado por el altavoz y por la extensión interior de la puerta si la hay. Como ya se ha dicho, el volumen de aire desplazado por el altavoz (en metro cúbico) es aproximadamente igual a 0,4 veces la cuarta potencia del diámetro comercial (en metro).

Una vez completado el gabinete e instalado el altavoz, puede determinarse la corrección de la sintonía conectando un oscilador de audio con una impedancia de salida del orden de 100 veces la nominal del altavoz a los terminales eléctricos. A continuación se conecta un voltímetro a través de estos terminales. Se varía luego la frecuencia hasta observar las dos frecuencias críticas ω_L y ω_H como crestas en la lectura del voltímetro. Estas frecuencias deben coincidir con las calculadas si la sintonía es correcta.

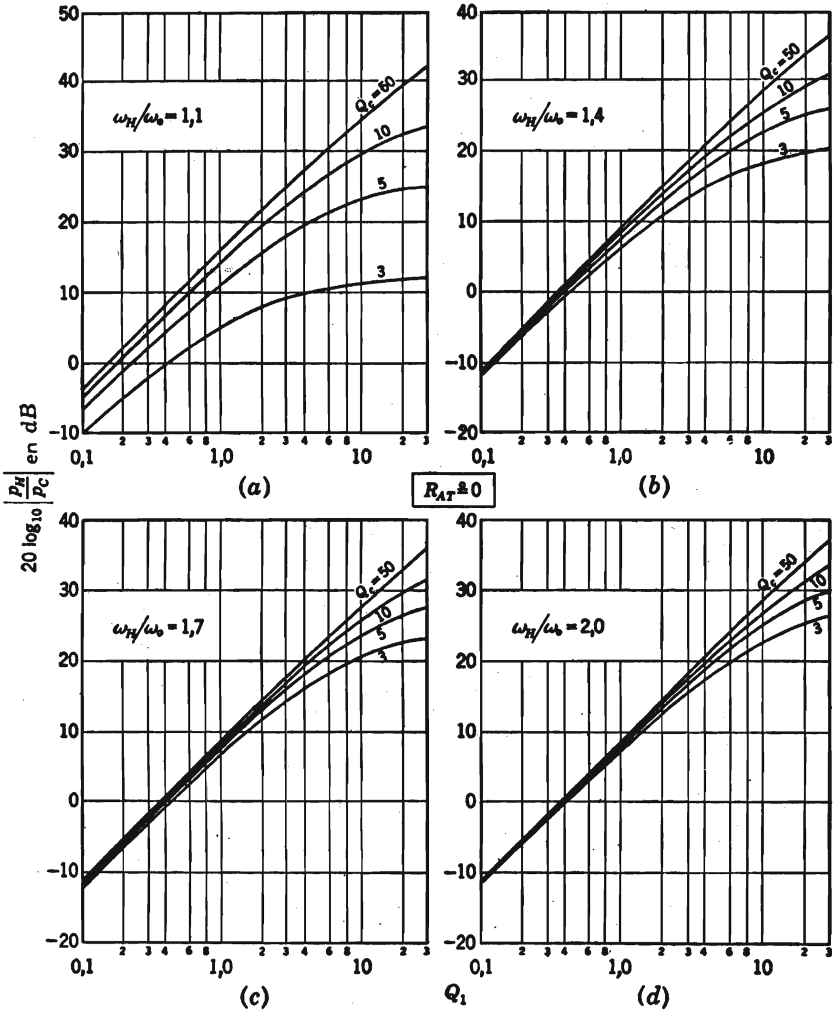


FIG. 8.27. Respuesta relativa a la frecuencia crítica superior, ω_H, para $R_{AT} \doteq 0$, en función de Q_c y Q_1. Caja revestida.

La frecuencia de resonancia del recinto puede elevarse disminuyendo el volumen de éste, V_B, por ejemplo introduciendo bloques de madera por la puerta. Para reducir la frecuencia de resonancia del recinto puede disminuirse el área de la puerta.

8.18. Ejemplo de diseño de un recinto reflector de bajos. En la parte anterior hemos discutido en detalle el diseño de un recinto cerrado para un altavoz de baja frecuencia. Hemos presentado métodos para la determinación de sus constantes físicas y mostrado una comparación entre las mediciones y los cálculos.

En este apartado nos referiremos a la misma unidad de altavoz y la misma caja, pero introduciremos una puerta en la caja de manera que resuene con la compliancia de ésta a la misma frecuencia que la rama en serie del circuito de la Fig. 8.19, esto es, a la frecuencia $\omega_0 = 1/\sqrt{M_A C_{AS}}$.

Los valores de los elementos están dados en el Ejemplo 8.3 (pág. 248), excepto que la frecuencia ω_0 es diferente para el presente análisis, a saber,

$$\omega_0 = 1/\sqrt{M_A C_{AS}} = 10^3/\sqrt{(10,27)\ (1,82)} = 231 \text{ radián/s}$$

$$f_0 = \omega_0/2\pi = 36,8 \text{ c/s}$$

$$C_{AS}/C_{AB} = 1,82/2,14 = 0,85$$

$$M_{AT} = C_{AS} M_A/C_{AB} = (0,85)\ (10,27) = 8,74 \text{ kg/m}^4$$

Hay que elegir el área de la puerta. Si la circunferencia de la puerta es menor que media longitud de onda, la puerta se comporta como una fuente simple y radia la misma cantidad de sonido independientemente de su tamaño para una velocidad de volumen dada. Elijamos entonces, arbitrariamente, el área S_p un poco mayor que la mitad del área del diafragma, por ejemplo,

$$S_p = 0,055 \text{ m}^2$$

Calculamos la masa acústica del extremo exterior de la puerta:

$$M_{A2} = \frac{0,6 a_2 \rho_0}{S_p} = \frac{0,6 \rho_0}{\sqrt{S_p \pi}}$$

$$= \frac{(0,6)\ (1,18)}{\sqrt{(0,055)\ (3,1416)}} = 1,70 \text{ kg/m}^4$$

La restante masa de la puerta es

$$M_{AP} = M_{AT} - M_{A2} = 8,74 - 1,7 = 7,04 \text{ kg/m}^4$$

$$= 7,04 = \frac{(t + 0,6 a_2)\rho_0}{S_p} = \frac{t(1,18)}{0,055} + 1,7$$

De modo que t, la longitud del tubo detrás de la puerta, es

$$t = \frac{7{,}04 - 1{,}7}{21{,}4} = 0{,}25 \text{ m}$$

La resistencia acústica de la puerta se obtiene con la Ec. (5.54):

$$R_{AP} = \frac{1{,}18}{0{,}055}\sqrt{2\omega(15{,}6)} \times 10^{-3}\left(\frac{0{,}25}{0{,}133} + 1\right)$$

$$= \sqrt{\omega}(0{,}12) \text{ ohm acústico MKS}$$

Para obtener un valor medio de R_{AP}, tomemos $\omega = \omega_0$.

$$R_{AP} = \sqrt{231}\,(0{,}12) \doteq 1{,}82 \text{ ohm acústico MKS}$$

La resistencia vista desde el frente de la puerta es

$$\mathcal{R}_{AR2} = \frac{\pi f^2 \rho_0}{c} = \mathcal{R}_{AR1} = 0{,}0107 f^2$$

Pongamos $\mathcal{R}_{AR1}$ y $\mathcal{R}_{AR2}$ iguales a sus valores para $\omega = \omega_0$, es decir, $f_0 = 36{,}8$. Luego,

$$\mathcal{R}_{AR1} = \mathcal{R}_{AR2} \doteq (0{,}0107)\,(1355) = 14{,}5 \text{ ohm acústico MKS}$$

Finalmente,

$$R_{AT} = R_{AP} + \mathcal{R}_{AR2} \doteq 16{,}3 \text{ ohm acústico MKS}$$

y, para usarlos después,

$$R_{A1} = \frac{9{,}7 \times 10^4}{R_g + 5{,}5} + 356 + 15 \text{ ohm acústico MKS}$$

$$Q_M = \frac{(231)\,(8{,}74)}{16{,}3} \doteq 114$$

Este valor de Q_M es muy grande Veamos si Q_c es o no menor. La caja contenía una plancha de Fiberglas PF de 0,45 × 0,875 × 0,075 m, con una resistencia de flujo de alrededor de 800 rayl/cm, es decir, 6.000 rayl para 0,075 m. Luego, según el Ap. 8.9,

$$R_{AM} = \frac{6000}{(3)\,(0{,}406)} = 4920$$

$$R_{AB} \doteq \frac{4920}{(231)^2(2{,}14)^2 \times 10^{-12}(4920)^2 + (7)^2}$$

$$= \frac{4920}{5{,}9 + 49} = 90 \text{ ohm acústico MKS}$$

$$Q_c = \frac{10^6}{(90)\,(231)\,(2{,}14)} \doteq 22$$

y

$$Q_2 = \frac{(231)\,(8{,}74)}{16{,}3 + 90} \doteq 19$$

Por lo tanto, suponemos que $Q_2 \doteq Q_c$.

El Q_c de a caja puede medirse reemplazando el altavoz por un tablero rígido y colocando la caja en el espacio libre, junto con una fuente sonora de frecuencia variable. Con referencia a las Figs. 8.19 y 8.28, se observa que si $U_c = 0$, es $-U_p = U_B$. Colocando un micrófono dentro de la caja se mide la caída de presión sonora p_3 a través de la compliancia C_{AB}. Se representa entonces gráficamente en función de la frecuencia el producto de esta presión sonora por la frecuencia del oscilador. Esta representación es proporcional a la velocidad de volumen U_p. Q_2 se halla entonces dividiendo la frecuencia (c/s) correspondiente a la cresta de la curva por el ancho de la curva (c/s) en los puntos en que la velocidad de volumen se reduce a 0,707 de su valor de cresta.

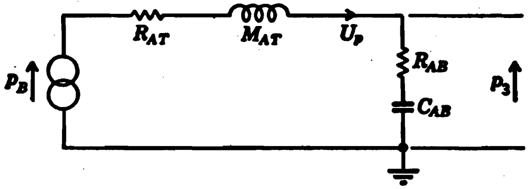


FIG. 8.28. Circuito que muestra la velocidad de volumen de la puerta para una fuente externa de sonido cuando el cono del altavoz está bloqueado de modo que no puede moverse. La presión sonora p_B es la presión sonora que existiría a la entrada de la puerta si la puerta estuviera tapada de modo que U_p fuera cero. La magnitud de la velocidad de volumen U_p es igual a $|p_3|C_{AB}\omega$. Se supone que $R_{AB} \ll 1/\omega C_{AB}$.

Esta medición, practicada en nuestra caja, arrojó un valor de $Q_2 = 0{,}7$, mucho menor que el calculado. Es una explicación plausible para esta discrepancia la de que la madera terciada absorbe una parte de la energía al flexionarse. De acuerdo con la información de que se dispone, una caja hecha con madera terciada de 3/4 de pulgada (19 mm) absorbe, *a 40 c/s*, cerca de la mitad de la energía sonora que absorbe la capa de Fiberglas de 75 mm de espesor a la misma frecuencia. En las frecuencias superiores a los 100 c/s, la fibra de vidrio absorbe mucho más energía que la caja de madera.

Dado que el área de las paredes de la caja es alrededor de seis veces la del Fiberglas, la absorción de la caja equivale a triplicar el material acústico, multiplicándose así por cuatro el área y el volumen total de material acústico. Un valor aproximado revisado de R_{AB} sería

$$R_{AB} \doteq 330 \text{ ohm acústico MKS}$$

Por lo tanto,

$$Q_c \doteq \frac{10^6}{(330)\,(231)\,(2{,}14)} = 6$$

Esta cantidad se aproxima mucho al valor de 7 medido; de modo que podemos asumir

$$Q_c = Q_2 = 7$$

Según las Figs. 8.20 y 8.21, las tres frecuencias críticas son

$$\omega_M \doteq \omega_0 = 231 \text{ radián/s},$$

$$f_0 = 36{,}8 \text{ c/s}$$

$$\omega_H = 1{,}55\,\omega_0 = 358 \text{ radián/s},$$

$$f_H = 57{,}0 \text{ c/s}$$

$$\omega_L = \frac{\omega_0}{1{,}56} = 148 \text{ radián/s},$$

$$f_L = 23{,}6 \text{ c/s}$$

Para determinar la respuesta relativa de presión sonora en las tres frecuencias críticas, usamos las Figs. 8.25 a 8.27. Determinamos primero el valor de Q_1 a estas tres frecuencias para los cuatro valores de la resistencia del amplificador R_g, a saber, 3, 14, 30 y 130 ohm.

Los valores de R_{A1} y Q_1 están dados en la tabla 8.5

TABLA 8.5. Valores de R_{A1} y Q_1 en función de la resistencia del amplificador.

R_g, ohms	3	14	30	130
R_{A1}	$1{,}18 \times 10^4$	$5{,}3 \times 10^3$	$3{,}1 \times 10^3$	$1{,}09 \times 10^3$
Q_1	0,20	0,45	0,77	2,2

Obtenemos así los valores de nivel de presión sonora referidos a la presión de referencia dados en la Tabla 8.6.

TABLA 8.6. Respuesta de nivel de presión sonora a las frecuencias críticas referida a la presión sonora de referencia.

f \ R_g	3	14	30	130
23,4 c/s	—22 db	—15,6	—11,8	— 5,6
36,8 c/s	— 3,9	— 1,4	— 0,3	+ 0,8
57,7 c/s	— 5,7	+ 1,2	+ 5,8	+14,2

La comparación de los números dados en la tabla 8.6 con las curvas calculadas de la Fig. 8.15 para una caja cerrada muestra que el realce medio de la respuesta a las dos frecuencias críticas es de 6 dB, aproximadamente. Por comparación, las mediciones efectuadas en este altavoz en particular demostraron un aumento medio de la respuesta de aproximadamente 4 dB. La teoría no explica esta diferencia de 2 dB. Los informes de otros observadores acusan un aumento medio del orden de los 6 dB. Es posible que la trasmisión a través de las paredes de la caja, que tendería a producir una onda fuera de fase, contribuye a esta diferencia. El tiempo no permitió encerrar la caja en una camisa de arena o concreto para determinar la magnitud de este efecto.

CAPÍTULO 9

ALTAVOCES DE BOCINA

PARTE XXI. *Unidades motoras para bocinas.*

9.1. Introducción. Los altavoces de bocina consisten por lo general en una unidad motora de bobina móvil acoplada a una bocina. En las bocinas bien diseñadas, el extremo más ancho, llamado comúnmente "boca", tiene un área suficientemente grande como para radiar con buen rendimiento las frecuencias más bajas previstas. El extremo angosto de la bocina, llamado "garganta", tiene un área elegida teniendo a la vista la adaptación a la impedancia acústica de la unidad motora y la producción de tan poca distorsión acústica como sea posible.

Los altavoces de bocina son de uso general en los cinematógrafos, teatros, salas de concierto, estadios y arenas, donde deben radiarse grandes potencias acústicas y es deseable además el control de la dirección de la radiación. El rendimiento de radiación de los buenos altavoces de radiación directa no excede por lo general, según se ha visto en los Caps. 7 y 8, de algunas unidades por ciento. En cambio, el rendimiento de radiación de un altavoz de bocina está casi siempre comprendido entre el 10 y el 50 por ciento.

Las principales desventajas del altavoz de bocina en comparación con el de radiación directa son su elevado coste y su gran tamaño.

Antes de comenzar el análisis del altavoz de bocina, debe repetirse que el rendimiento de radiación del altavoz de radiación directa puede mejorarse considerablemente para las frecuencias bajas, montando varias unidades una al lado de otra en un sonodeflector común. La interacción entre las varias unidades sirve para aumentar la resistencia de radiación que se presenta a cada una de ellas. Por ejemplo, dos altavoces de radiación directa idénticos, montados muy cerca el uno del otro en un sonodeflector plano infinito y conectados en fase producen en el eje principal una intensidad cuatro veces mayor que la que produciría un altavoz sólo del par.

Los altavoces de radiación directa usados en múltiple no son siempre tan satisfactorios en cuanto a las frecuencias altas como un único altavoz de bocina, a causa de la dificultad que se encuentra para establecer condiciones de fase uniforme en todos los diafragmas. Vale decir, las condiciones de vibración del cono de un altavoz son complejas, de modo que las variaciones normales de uniformidad de un cono a otro resultan en diferencias sustanciales en las fases de las señales radiadas por los distintos conos en las frecuencias altas. El resultado es una curva de respuesta y directividad impredecible y muy irregular.

No se presenta este problema cuando se emplea una bocina con una única unidad motora. Cuando se emplean dos o más unidades motoras para excitar una sola bocina, el rango de frecuencias dentro de la cual las curvas de respuesta no son adversamente afectadas por la multiplicidad de unidades motoras es aquel en que los diafragmas vibran en una pieza.

9.2. Circuito electromecanoacústico.[1] La unidad motora utilizada en los altavoces de bocina es esencialmente un pequeño altavoz de radiación directa que se acopla a la garganta de la bocina de la manera indicada esquemáticamente en la Fig. 9.1. En la parte siguiente discutiremos las características de la bocina en sí. En este párrafo nos limitaremos a la parte de la gama de frecuencias para la cual la impedancia mecánica compleja Z_{MT} que se tiene mirando a la garganta de la bocina en una resistencia pura

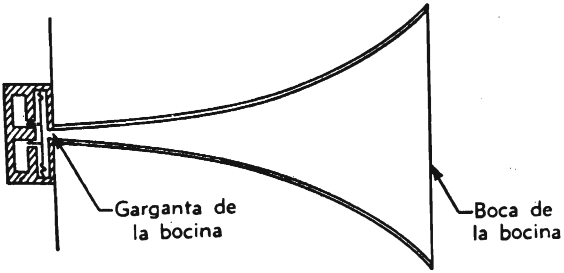


FIG. 9.1. Sección transversal de un altavoz de bocina típico de sección exponencial. En este diseño, el radio de la garganta es de 0,2, el radio de la boca 3,4 y la longitud, 5,0 (unidades arbitrarias).

$$Z_{MT} = \frac{1}{z_{MT}} = \rho_0 c S_T \quad \text{ohm mecánico MKS} \qquad (9.1)$$

donde ρ_0 = densidad del aire en Kg/m^3
c = velocidad del sonido en m/s

---

[1] Se encontrará una autorizada descripción de los altavoces de bocina en H. F. Olson, "Elements of Acoustical Engineering", 2ª Ed., Cap. VII, D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1947.

$\rho_0 c$ = 406 ohm MKS a 22°C y 10^5 newton/m² de presión ambiente
S_T = área de la garganta en m²
z_{MT} = movilidad mecánica en la garganta de la bocina en mohm mecánico MKS (ohm de movilidad)

Se ofrecen esquemas seccionales de dos unidades motoras típicas en la Fig. 9.2. Cada una de ellas tiene un diafragma y una bobina móvil con una masa total M_{MD}, una compliancia mecánica C_{MS}, y una resistencia mecánica $R_{MS} = 1/r_{MS}$. La cantidad r_{MS} es la responsabilidad mecánica del diafragma en mohm (ohm de movilidad).

Detrás del diafragma hay un espacio que se rellena por lo general con material acústico. En las frecuencias bajas, este espacio actúa como una compliancia C_{MB} que puede ser agrupada con la compliancia del diafragma. En las frecuencias altas esta compliancia presenta una reactancia muy pequeña de modo que este espacio se ofrece como una resistencia mecánica de radiación, $R_{MB} = 1/r_{MB}$ con una magnitud también igual a la dada por la Ec. (9.1). Esta resistencia se combina con la resistencia mecánica de radiación de la garganta, de modo que el diafragma debe entregar potencia tanto por el frente como por la parte posterior. Evidentemente, toda potencia desarrollada detrás del diafragma es potencia perdida, y esta potencia puede llegar a representar hasta el 50 por ciento de la potencia acústica generada total en las frecuencias altas.

Al frente del diafragma hay una cavidad de aire de compliancia C_{M1}. En las frecuencias bajas, el aire contenido en esta cavidad se comporta como un flúido incompresible, es decir, ωC_{M1} es pequeña y todo el aire desplazado por el diafragma pasa a la garganta de la bocina. En las frecuencias altas, la reactancia de este espacio de aire disminuye (es decir, el aire se comporta como compresible) y no todo el aire desplazado por el diafragma pasa a la garganta de la bocina.

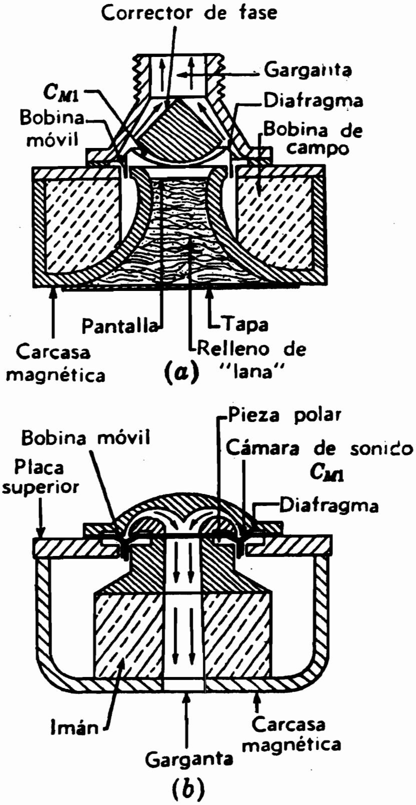

Corrector de fase
Garganta
C_{M1}
Diafragma
Bobina móvil
Bobina de campo
Pantalla
Tapa
Carcasa magnética
Relleno de "lana"
(a)
Pieza polar
Bobina móvil
Cámara de sonido
Placa superior
C_{M1}
Diafragma
Imán
Carcasa magnética
Garganta
(b)

FIG. 9.2. Secciones transversales de dos unidades motoras típicas. El diafragma acóplase a la garganta de la bocina por medio de una pequeña cavidad que tiene una compliancia mecánica C_{M1}.

La bobina móvil tiene una resistencia eléctrica R$_E$ y una inductancia L. Según se ha dicho, z_{MT} es la movilidad mecánica de la garganta.

En la Fig. 9.3 se da el circuito análogo de movilidad, obtenido por simple inspección. En este circuito, las fuerzas "fluyen" a través de los elementos y las velocidades "caen" en ellos. La tensión de circuito abierto y la resistencia interna del generador son, respectivamente, e_g y R_g. La corriente eléctrica es i; la velocidad lineal de la bobina móvil y el diafragma es u_c; la velocidad lineal del aire en la garganta es u_T; y la fuerza de la garganta, f_T. Como antes, el área del diafragma es S_D y la de la garganta, S_T.

9.3. Rendimiento de potencia disponible de referencia. En el rango de las frecuencias medias pueden introducirse muchas aproximaciones a fin de simplificar el circuito análogo de la Fig. 9.3. A causa de que la unidad motora es muy pequeña, la masa del diafragma y la bobina móvil M_{MD} es también muy pequeña. Esto significa a su vez que es grande la compliancia de la suspensión C_{MS}, ya que la frecuencia de resonancia debe ser baja. Por otra parte, la responsibilidad de la suspensión r_{MS} es por lo común grande y la reactancia ωC_{M1}, pequeña. Por lo tanto, en este rango de frecuencias, el circuito se reduce

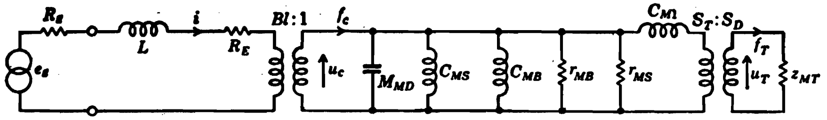


FIG. 9.3. Circuito análogo de movilidad, electromecanoacústico, de la unidad motora, suponiendo que la impedancia mecánica en la garganta es $\rho_0 c S_T$, es decir, la movilidad mecánica es $Z_{MT} = 1/\rho_0 c S_T$.

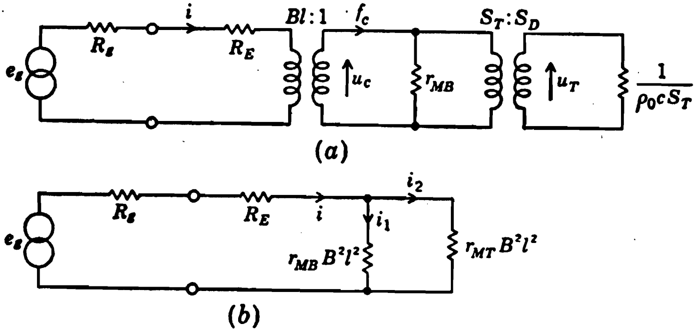


FIG. 9.4. Circuito análogo simplificado del tipo de movilidad para la unidad motora, en la región en que el movimiento del diafragma está controlado por la resistencia impuesta por la bocina.

esencialmente al de la Fig. 9.4*a*, donde la responsibilidad detrás del diafragma es

$$r_{MB} = \frac{1}{\rho_0 c S_D} \quad \text{mohm mecánico MKS} \tag{9.2}$$

Con los transformadores de área y electromecánico eliminados, obtiénese el circuito de la Fig. 9.4*b*, donde la responsibilidad mecánica de la garganta es

$$r_{MT} = \frac{S_T}{\rho_0 c {S_D}^2} \quad \text{mohm mecánico MKS} \tag{9.3}$$

Como antes, S_T es el área de la garganta y S_D es el área del diafragma, en metro cuadrado. Hemos admitido que la cavidad tras el diafragma es casi perfectamente absorbente en este rango de frecuencias, lo que puede no ser absolutamente cierto. Por lo general, sin embargo, este circuito es válido dentro de un amplio rango de frecuencias a causa del gran amortiguamiento provisto por la responsibilidad de la bocina r_{MT}. Por otra parte, r_{MT} es por lo común menor que r_{MB}, de modo que la mayor parte de la potencia suministrada por el diafragma pasa a la bocina.

La solución del circuito de la Fig. 9.4*b* nos da la *corriente de referencia.*

$$i = i_{\text{ref}} = \frac{e_g}{(R_g + R_E) + \dfrac{B^2 l^2 S_T}{{S_D}^2 \rho_0 c (1 + S_T/S_D)}} \tag{9.4}$$

La potencia eléctrica máxima disponible del generador, suponiendo fija R_g, es

$$\text{Máxima potencia disponible} = \frac{{e_g}^2}{4R_g} \tag{9.5}$$

El *rendimiento de potencia disponible de referencia* (PAE_{ref}) es igual a la potencia de referencia entregada a la bocina, $|i_2|2B^2l^2r_{MT}$, multiplicada por 100 y dividida por la potencia eléctrica máxima disponible:

$$\begin{aligned} \text{PAE}_{\text{ref}} &= \frac{|i|^2_{\text{ref}}[r_{MB}/(r_{MT} + r_{MB})]^2 r_{MT} B^2 l^2}{{e_g}^2/4R_g} \times 100 \\ &= \frac{400|i|^2_{\text{ref}} R_g r_{MT} B^2 l^2}{(1 + S_T/S_D)^2 {e_g}^2} \end{aligned} \tag{9.6}$$

Por las Ecs. (9.3), (9.4) y (9.6), tenemos

$$\text{PAE}_{\text{ref}} = \frac{400 R_g r_{MT} B^2 l^2}{[B^2 l^2 r_{MT} + (R_g + R_E)\,(1 + S_T/S_D)^2} \tag{9.7}$$

9.4 Respuesta de frecuencia. La respuesta de frecuencia de un altavoz de bocina completo, en el rango en que la impedancia de la bocina es una resistencia como la dada por la Ec. (9.1), se obtiene como solución del circuito de la Fig. 9.3. Para los fines del análisis, dividiremos este rango en tres partes, *A, B* y *C,* según la Fig. 9.5

Rango de frecuencias medias.[2] En el rango de las frecuencias medias, designado con *B* en la Fig. 9.5, la respuesta es igual a la PAE de referencia dada por la Ec. (9.7). La respuesta es plana con la frecuencia, y, para las unidades corrientes de alta frecuencia utilizadas en los cinematógrafos, con frecuencias de corte del orden de los 300 c/s, la región plana extiéndese desde un poco por encima de los 500 c/s hasta un poco por debajo de los 3000 c/s. En esta región, la velocidad del diafragma es independiente de la frecuencia, más bien que inversamente proporcional a la frecuencia como era del caso en los altavoces de radiación directa.

Frecuencia de resonancia. En la Fig. 9.3 es aparente que, puesto que ωC_{M1} es pequeña, la condición de reactancia cero ocurre para

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_{MD}[C_{MS}C_{MB}/(C_{MS} + C_{MB})]}} \tag{9.8}$$

En la práctica, esta resonancia se encuentra por lo general en el centro del rango *B* de la Fig. 9.5 y está fuertemente amortiguada por la responsibilidad r_{MT}, de modo que la velocidad del diafragma está controlada por resistencia.

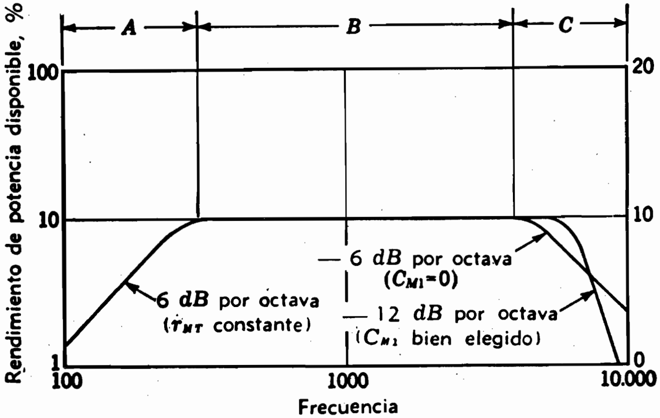


FIG. 9.5. Rendimiento de potencia disponible de una unidad motora para bocina en la gama de frecuencias dentro de la cual la impedancia mecánica de la bocina es una resistencia pura $\rho_0 c S_T$. Las ordenadas están en escala logarítmica.

Bajas frecuencias. Para las frecuencias bien por debajo de la frecuencia de resonancia, la respuesta cae a razón de 6 dB/octava si la impedancia de la garganta es la resistencia dada por la Ec. (9.1). Este caso corresponde a la región *A* de la Fig. 9.5.

---

[2] Ver también Fig. 7.2, p. 188, de la referencia 1. Obsérvese que el rendimiento de Olson es la relación $100r_{MT}B^2l^2/(R_E + r_{MT}B^2l^2)$, suponiendo que $r_{MB} \gg r_{MT}$.

En la práctica, empero, la impedancia de la garganta Z_{MT} cerca de la más baja frecuencia de interés, *no es* una resistencia pura. Por lo tanto, es necesario estudiar más cuidadosamente la región *A*.

Simplifiquemos el circuito de la Fig. 9.3 limitando su validez a la región de las frecuencias muy bajas, bien por debajo de la resonancia del diafragma. En esta condición pueden eliminarse del circuito la inductancia *L*, la masa M_{MD}, la compliancia C_{M1}, y las responsibilidades r_{MS} y r_{MB}, obteniéndose así el circuito de la Fig. 9.6.

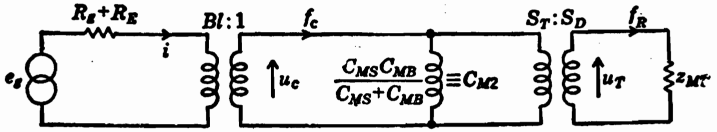


FIG. 9.6. Circuito análogo de la unidad motora en la región en que el diafragma estaría controlado por rigidez si fuera infinita la movilidad de la bocina. El valor verdadero de la movilidad mecánica de la bocina en la garganta es z_{MT}.

Calculando la movilidad mecánica del diafragma de la unidad motora, obtiénese

$$z_{Mc} = \frac{u_c}{f_c} = \frac{j\omega C_{M2}(S_T/S_D)^2 z_{MT}}{j\omega C_{M2} + (S_T/S_D)^2 z_{MT}} \tag{9.9}$$

donde

$$C_{M2} = \frac{C_{MS}C_{MB}}{C_{MS} + C_{MB}} \tag{9.10}$$

z_{MT} = movilidad mecánica en la garganta de área S_T de la bocina.

La impedancia mecánica del diafragma es la recíproca de z_{Mc}, donde

$$Z_{Mc} = \frac{f_c}{u_c} = \left(\frac{S_D}{S_T}\right)^2 Z_{MT} - j\frac{1}{\omega C_{M2}} \quad . \tag{9.11}$$

$Z_{MT} = 1/z_{MT}$ = impedancia mecánica en la garganta.

Como veremos en la parte siguiente, la impedancia mecánica en la garganta de una bocina de tipo ordinario en el extremo inferior del rango de frecuencias útiles es igual a una resistencia mecánica en serie con una compliancia negativa. Vale decir,

$$Z_{MT} = \mathfrak{R}_{MT} + j\frac{1}{\omega C_{MT}} \tag{9.12}$$

La $\mathfrak{R}$ gótica indica que esta resistencia varía con la frecuencia.

Por lo común, esta variación va desde cero para las frecuencias muy bajas hasta $\rho_0 c S_T$ [Ec. (9.1)] para cierta frecuencia en la región A de la Fig. 9.5. Por lo tanto, la movilidad $z_{MT} = 1/Z_{MT}$ es una resistencia en serie con una reactancia de masa negativa. En el rango de frecuencias en que esto es cierto, por lo tanto, la parte reactiva de la impedancia Z_{Mc} puede ser cancelada haciendo [ver Ecs. (9.11) y (9.12)].

$$\frac{S_D^2}{S_T^2}\frac{1}{C_{MT}} = \frac{1}{C_{M2}} = \left(\frac{1}{C_{MB}} + \frac{1}{C_{MS}}\right) \tag{9.13}$$

Entonces

$$Z_{Mc} = \mathcal{R}_{MT}\left(\frac{S_D}{S_T}\right)^2 = \frac{1}{\mathfrak{r}_{Mc}} \tag{9.14}$$

donde $\mathfrak{r}_{Mc}$ es la responsibilidad acústica de la garganta de la bocina para las frecuencias bajas referida al diafragma.

El rendimiento de potencia disponible para las frecuencias en que es válido el circuito aproximado de la Fig. 9.6, y en que se satisfacen las condiciones de la Ec. (9.13), es

$$\text{PAE} = \frac{400 R_g B^2 l^2 \mathfrak{r}_{Mc}}{[(R_g + R_E) + B^2 l^2 \mathfrak{r}_{Mc}]^2} \tag{9.15}$$

La responsibilidad $\mathfrak{r}_{Mc}$ varía por lo general entre "infinito" a las frecuencias muy bajas hasta $S_T/(S_D^2 \rho_0 c)$ a cierta frecuencia de la región A de la Fig. 9.5.

Frecuencias altas. En las frecuencias muy altas, la respuesta está principalmente limitada por la masa combinada del diafragma y la bocina móvil M_{MD}. Si C_{M1} fuera cero, la respuesta caería a razón de 6 dB/octava (ver región C de la Fig. 9.5). Es posible elegir C_{M1} de modo que resuene con M_{MD} a una frecuencia conveniente para extender la respuesta hacia más allá del límite que se tendría si la masa M_{MD} actuara sola. Podemos comprender esta situación derivando un circuito válido para las frecuencias más altas, tal como el de la Fig. 9.7. Se ve que ocurre una antirresonancia amortiguada en una frecuencia alta elegida. Por encima de esta frecuencia de resonancia, la respuesta cae a razón de 12 dB por octava (ver región C en la Fig. 9.5).

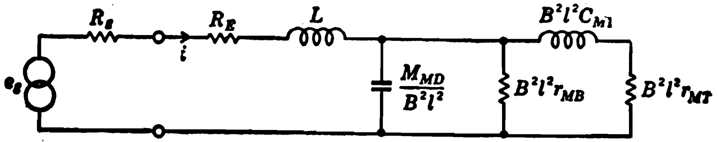


FIG. 9.7. Circuito análogo de la unidad motora para las frecuencias altas, en las que la reactancia de masa del diafragma es mucho mayor que la reactancia de compliancia.

Debido a que la frecuencia principal de resonancia del diafragma [Ec. (9.8)] está altamente amortiguada por la resistencia de la garganta, es posible extender la región de respuesta plana de una unidad motora a una gama de 4 octavas mediante la correcta elección de C_{M1} en las frecuencias altas y satisfaciendo las condiciones de la Ec. (9.13) en las frecuencias bajas.

9.5. Ejemplo de cálculos.

Ejemplo 9.1. Como ejemplo del rendimiento de potencia disponible de referencia de una unidad motora para bocina diseñada para funcionar en la gama de frecuencias superior a los 500 c/s, introduzcamos un juego de valores típicos para las constantes de un altavoz en la Ec. (9.7). Tenemos

$$
\begin{aligned}
R_g &= R_E = 24 \text{ ohms} \\
B &= 19.000 \text{ gauss} = 1{,}9 \text{ webers/m}^2 \\
l &= 3{,}49 \text{ m} \\
B^2l^2 &= 44 \text{ webers}^2/\text{m}^2 \\
S_T &= 3{,}14 \text{ cm}^2 = 3{,}14 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\
S_D &= 28{,}3 \text{ cm}^2 = 28{,}3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\
S_T/S_D &= 0{,}111 \\
S_T/S_D{}^2 &= 3{,}14 \times 10^{-4}/(28{,}3 \times 10^{-4})^2 = 39{,}2 \text{ m}^{-2} \\
r_{MT} &= 39{,}2/406 = 0{,}0965 \text{ mohm mecánico MKS [ver Ec. (9.3)]}
\end{aligned}
$$

$$
\text{PAE}_{\text{ref}} = \frac{(400)\,(24)\,(0{,}0965)\,(44)}{[4{,}25 + (48)\,(1{,}111)]^2}
$$

$$
= \frac{40.750}{3310} = 12{,}3\ \%
$$

Solución. Para aumentar la PAE_{ref}, se ve en este ejemplo que la resistencia eléctrica R_E debe reducirse en lo posible sin disminuir la longitud l del alambre que forma la bobina móvil. Dentro de las limitaciones de espacio, esto se logra usando alambre de sección rectangular más bien que circular. Esto significa además un aumento de la masa de la bobina. La ulterior reducción de R_E exigiría el aumento del volumen del entrehierro, con la correspondiente reducción de B. Además, la bobina móvil no debe hacerse muy grande a fin de que su masa no limite la respuesta a las frecuencias altas. Observamos, por otra parte, que aparentemente r_{MT} y por lo tanto la relación $S_T/S_D{}^2$ tienen que ser grandes para mayor rendimiento. No obstante, si $S_T/S_D{}^2$ se hace muy grande, la Fig. 9.4*b* muestra que se disiparía mucha energía en r_{MB}, en detrimento del rendimiento. Hay que llegar, pues, a una solución de compromiso para obtener la respuesta de frecuencia requerida con alto rendimiento y mínimo coste. El valor óptimo de S_T/S_D se calcula de la manera indicada en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 9.2. Determinar el valor óptimo del área de la garganta de una bocina para usar con la unidad motora del ejemplo precedente. Calcular el PAE_{ref} para esta condición óptima.

Solución. Expresemos la relación del área de la garganta al área del diafragma como

$$
a = \frac{S_T}{S_D}
$$

Luego la Ec. (9.7) deviene

$$
\text{PAE}_{\text{ref}} = \frac{400 R_g a B^2 l^2/\rho_0 c S_D}{\left[(R_g + R_E) + a\left(R_g + R_E + \dfrac{B^2 l^2}{\rho_0 c S_D}\right)\right]^2}
$$

Para determinar el valor máximo de PAE, diferenciamos esta ecuación con respecto a a e igualamos el resultado a cero. Se tiene así

$$a_{\text{opt}} = \frac{R_g + R_E}{R_g + R_E + B^2l^2/\rho_0 c S_D}$$

Invirtiendo,

$$\left(\frac{S_D}{S_T}\right)_{\text{opt}} = \frac{1}{a_{\text{opt}}} = 1 + \frac{B^2l^2}{(R_g + R_E)\rho_0 c S_D}$$

Introduciendo las constantes del ejemplo anterior

$$\left(\frac{S_D}{S_T}\right)_{\text{opt}} = 1 + \frac{44}{(48)\,(406)\,(28{,}3) \times 10^{-4}} \doteq 1{,}8$$

o $a_{\text{opt}} = 0{,}555$. Luego

$$(S_T)_{\text{opt}} = \frac{28{,}3 \times 10^{-4}}{1{,}8} = 15{,}7 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Introduciendo $a = 0{,}555$ en la ecuación de PAE_{ref},

$$\text{PAE}_{\text{ref}} = \frac{(400)\,(24)\,(0{,}555)\,(44) \times 10^4}{(406)\,(28{,}3)\left[48 + 0{,}555\left(48 + \dfrac{44 \times 10^4}{(406)\,(28{,}3)}\right)\right]^2}$$

$$= \frac{20{,}4 \times 10^4}{[48 + 48]^2} = 22{,}1\ \%$$

Por comparación con el ejemplo precedente, vemos que, por la correcta elección del área de la garganta, hemos podido casi duplicar el rendimiento de referencia (frecuencias medias). Veamos, además, qué pasaría si la impedancia de salida del amplificador de salida se hiciera muy pequeña (digamos, $R_g = 1$ ohm),

$$\frac{S_D}{S_T} \doteq 2{,}54$$

o

$$S_T = \frac{28{,}3 \times 10^{-4}}{2{,}54} = 11{,}1 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

y

$$\text{PAE}_{\text{ref}} = \frac{6{,}04 \times 10^3}{[25 + 24{,}9]^2} = 2{,}4\ \%$$

Este resultado muestra que para máximo rendimiento la impedancia del amplificador debe ser aproximadamente igual a la impedancia del altavoz.

PARTE XXII. *Bocinas.*

9.6. Descripción general. Una bocina es de hecho un trasformador acústico. Trasforma un diafragma de pequeña área en un diafragma de gran área sin los inconvenientes de las resonancias del cono discutidos en la Parte VIII. Un diafragma de gran área tiene una impedancia de radiación que es más aproximadamente resistiva dentro de la gama de frecuencias deseada que lo que lo es la impedancia de radiación de un diafragma de área pequeña (ver Fig. 5.3). Como resultado, se radia más potencia a las frecuencias bajas con una velocidad de volumen dado del aire.

En el diseño de una bocina para una aplicación particular, queremos por lo común elegir los parámetros de modo de poder radiar la mayor potencia acústica posible dentro de la gama de frecuencias de interés con una distorsión alineal convenientemente baja. Una vez establecida la gama de frecuencias, la distorsión tolerable, y la potencia radiada deseada, podemos elegir la unidad motora y calcular los diámetros de la garganta y de la boca y la longitud y la forma de la bocina.

9.7. Tamaño de la boca. El extremo ancho (boca) de la bocina debe tener una circunferencia lo suficientemente grande como para que la impedancia de radiación sea aproximadamente resistiva dentro de la gama de frecuencias deseada. Con referencia a la Fig. 5.3, vemos que esto exige que $ka > 1$, es decir, $C/\lambda > 1$, siendo C la circunferencia de la boca y la longitud de onda del tono más bajo que se desea radiar. Si la boca de la bocina no es circular sino cuadrada, se comporta aproximadamente como si fuera circular, en lo que concierne a la potencia radiada, si el área es la misma en los dos casos. Por lo tanto, la circunferencia C o el área S_M deben satisfacer la condición

$$C = 2\sqrt{\pi S_M} > \lambda \qquad (9.16)$$

donde λ es la mayor longitud de onda de interés.

9.8. Bocinas exponenciales. Muchos tipos de sección longitudinal son posibles para una bocina. Puede ser parabólica, cónica, hiperbólica, o de otras formas. Para que una bocina sea satisfactoria como trasformador, su área transversal cerca de la garganta debe crecer gradualmente con x (ver Fig. 9.8). Si es así, la relación de trasformación es prácticamente independiente de la frecuencia dentro de una amplia gama.

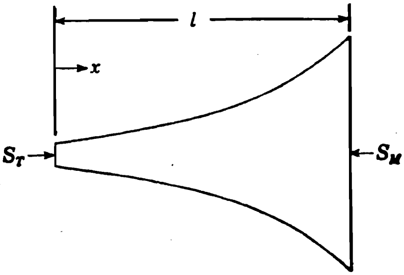


FIG. 9.8. Bocina exponencial. El área de la boca S_M es igual a S_T exp (ml), donde m es la constante de acampanamiento en m^{-1}, l es la longitud de la bocina en m, y S_T es el área de la garganta en m^2.

La forma más común para la sección longitudinal que satisface este requisito es la *exponencial,* ilustrada en la Fig. 9.8. Para esta forma, el área transversal a una distancia cualquiera x desde la garganta, a lo largo del eje, es

$$S = S_T e^{mx} \qquad (9.17)$$

donde S = área transversal a la distancia x en m^2
S_T = área transversal en la garganta, en m^2
m = constante de acampanamiento en m^{-1}
x = distancia desde la garganta, en m

Si la bocina tiene varios largos de onda de longitud y la circunferencia de su boca es mayor que la longitud de onda, podemos considerar la bocina como de longitud "infinita". Esta simplificación conduce a ecuaciones fáciles de comprender y útiles para el diseño.

Consideraciones teóricas. La ecuación diferencial general para la propagación del sonido en una bocina exponencial de longitud l "infinita" es

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 m \frac{\partial p}{\partial x} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \tag{9.18}$$

donde $p =$ presión sonora en un punto a lo largo de la bocina. (Se supone que la presión es uniforme en la sección transversal de la bocina.)

$c =$ velocidad del sonido

$m =$ constante de acampanamiento. Evidentemente, m determina la magnitud del segundo término de la ecuación anterior, el que expresa la razón de variación de la presión sonora con la distancia a lo largo de la bocina. Si $m = 0$, la Ec. (9.18) deviene la ecuación de propagación en un tubo cilíndrico, es decir, una bocina de acampanamiento nulo.

Una solución de la Ec. (9.18) para el estado estacionario es

$$p(t) = P_+ e^{-mx/2} e^{-jx\sqrt{4k^2-m^2}/2} e^{j\omega t} \tag{9.19}$$

donde

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \tag{9.20}$$

La velocidad de volumen U en un punto cualquiera x es [ver Ec. (2.58)],

$$U = \frac{S}{j\omega\rho_0}\left[\frac{m}{2} + j\,\frac{\sqrt{4k^2 - m^2}}{2}\right] p \tag{9.21}$$

Impedancias. La impedancia acústica en un punto x a lo largo de la bocina, donde el área transversal es S, vale

$$\begin{aligned} Z_A = \frac{p}{U} &= \frac{2j\omega\rho_0}{S(m + j\sqrt{4k^2 - m^2})} \\ &= \frac{\rho_0 c}{S}\sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}} + j\,\frac{\rho_0 c m}{2kS} \quad \text{ohm acústico MKS} \end{aligned} \tag{9.22}$$

En la garganta, donde $S = S_T$, la impedancia mecánica $Z_{MT} = Z_{AT}S_T^2$ es

$$\begin{aligned} Z_{MT} &= \frac{f}{u} = \rho_0 c S_T \sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}} + j\,\frac{\rho_0 c m S_T}{2k} \\ &\equiv R_{MT} + j\,\frac{1}{\omega C_{MT}} \quad \text{ohm mecánico MKS} \end{aligned} \tag{9.23}$$

La movilidad acústica $z_A = 1/Z_A$ en la garganta es

$$z_{AT} = \frac{U}{p} = \frac{S_T}{\rho_0 c}\sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}} - j\,\frac{S_T m}{2\rho_0 c k} \tag{9.24}$$

Las partes reales e imaginarias de Z_A y z_A se comportan igualmente con la frecuencia y difieren sólo por la magnitud $(S/\varrho_0 c)^2$ y el signo de la parte imaginaria. Obsérvese que esta derivación no está restringida a la sección circular. Las limitaciones referentes a la forma transversal serán discutidas más adelante. Veamos ahora cómo la variación de la constante de acampanamiento afecta a la impedancia acústica Z_A en un punto cualquiera a lo largo de la bocina.

Constante de acampanamiento e impedancia en la garganta. Cuando la constante de acampanamiento m es *mayor* que 4π dividido por la longitud de onda ($m > 2k$, frecuencias bajas), la resistencia acústica R_{AT} y la reactancia acústica X_{AT} en la garganta de la bocina ($S = S_T$), son

$$\begin{aligned} R_{AT} &= 0 \\ X_{AT} &= \frac{\rho_0 c}{S_T}\left(\frac{m}{2k} - \sqrt{\frac{m^2}{4k^2} - 1}\right) \end{aligned} \tag{9.25}$$

Cuando la constante de acampanamiento m es *igual* a 4π dividido por la longitud de onda, la resistencia y la reactancia en la garganta son

$$\begin{aligned} R_{AT} &= 0 \\ X_{AT} &= \frac{\rho_0 c m}{2kS_T} = \frac{\rho_0 c}{S_T} \end{aligned} \tag{9.26}$$

Para todos los casos en que m es *menor* que 4π dividido por la longitud de onda ($m < 2k$, frecuencias altas), la resistencia y la reactancia acústicas en la garganta son

$$\begin{aligned} R_{AT} &= \frac{\rho_0 c}{S_T}\sqrt{1 - \frac{m^2}{4k^2}} \\ X_{AT} &= \frac{\rho_0 c m}{2kS_T} = \frac{\rho_0 c^2 m}{2\omega S_T} \equiv \frac{1}{\omega C_{AT}} \end{aligned} \tag{9.27}$$

donde $C_{AT} = 2S_T/\varrho_0 c^2 m$.

Para las frecuencias muy altas, la reactancia se aproxima a cero y la resistencia a $\varrho_0 c/S_T$ o a $\varrho_0 c/S$ en general. Ésta es también la impedancia para una onda plana progresiva en un tubo de sección uniforme S.

Frecuencia de corte. El caso especial de $m = 4\pi/\lambda$, ocurre a una frecuencia

$$f_c = \frac{mc}{4\pi} \tag{9.28}$$

Esta frecuencia f_c se llama *frecuencia de corte* porque para las frecuencias menores que ella no se trasmite potencia alguna a lo largo de la bocina, pues la impedancia es puramente reactiva en todas las posiciones a lo largo de la bocina [ver Ec. (9.25)].

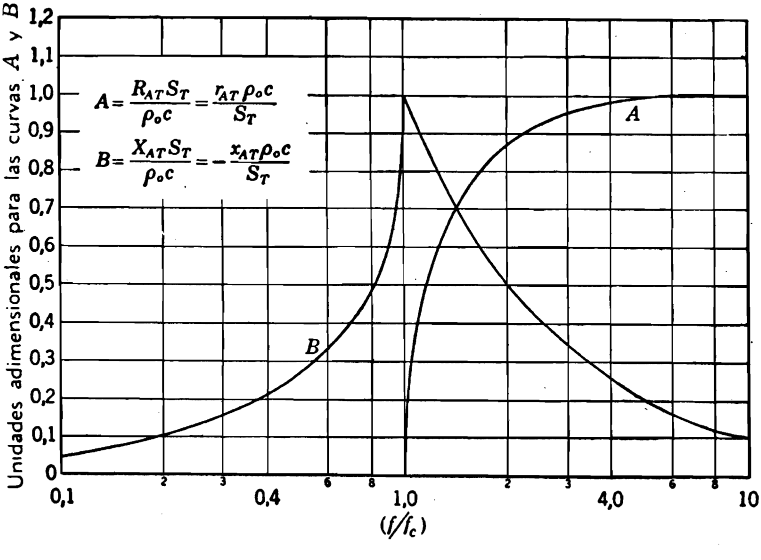


FIG. 9.9. Gráfica de las cantidades A y B definidas en el texto.

Para obtener la impedancia acústica en la garganta de la bocina en términos de la frecuencia de corte, observemos que $f_c/f = m/2k$. Introduciendo en la Ec. (9.22) obtenemos

$$Z_{AT} = \frac{\rho_0 c}{S_T}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} + j\frac{f_c}{f}\right) = R_{AT} + jX_{AT} \tag{9.29}$$

donde $S_T =$ área de la garganta en m^2
$\varrho_0 c =$ impedancia característica del aire en rayl MKS
$f_c =$ frecuencia de corte
$f =$ frecuencia motora

En la Fig. 9.9 se representan las cantidades A y B que son directamente proporcionales a las partes resistiva y reactiva de la impedancia acústica en la garganta de una bocina exponencial infinitamente larga. Las cantidades A y B son también directamente proporcionales a las partes real e imaginaria de la movilidad acústica en la garganta. Las relaciones entre A, B, R_{AT}, X_{AT}, r_{AT} y x_{AT}, están dadas en la figura. Cuando la frecuencia es mayor que aproximadamente el doble de la frecuencia de corte f_c, la impedancia de garganta es esencialmente resistiva y de magnitud muy aproximada a su valor máximo.

Bocina de longitud finita. La ecuación de la impedancia acústica de una bocina exponencial de longitud infinita es la (5.80). Para los cálculos exactos, es necesario usar esta ecuación, bastante complicada, siempre que el diámetro de la campana no sea grande o cuando la bocina es corta. Para ilustrar el significado de las expresiones "diámetro de la campana grande" y "bocina corta", consideremos la Fig. 9.10.

Si la circunferencia de la boca de la bocina dividida por la longitud de onda es menor que alrededor de 0,5 (es decir, diámetro de la boca dividido por la longitud de onda menor que alrededor de 0,16), la bocina resuena como un tubo cilíndrico, esto es, a los múltiplos de la frecuencia para la cual la longitud es la de media onda. Esta condición está patentizada claramente por las dos resonancias de menor frecuencia en la Fig. 9.10*a*.

Cuando la circunferencia de la boca dividida por la longitud de onda es mayor que alrededor de 3 (es decir, diámetro dividido por la longitud de onda aproximadamente igual a 1), la bocina actúa prácticamente como de longitud infinita. Esto se aprecia claramente por comparación de *d* y *e* en la Fig. 9.10, para la región en que f/f_c es mayor que aproximadamente 2, que corresponde al caso diámetro de la boca$/\lambda > 0{,}5$.

En la región de frecuencias en que la circunferencia de la boca dividida por la longitud de onda está comprendida entre 1 y 3, debe usarse la ecuación exacta para bocina finita (5.80), o bien hay que estimar los resultados según *b* y *c* de la Fig. 9.10.

Cuando el largo de la bocina se hace menor que un cuarto de longitud de onda, la bocina puede considerarse como una simple discontinuidad de área, como la discutida en el Ap. 5.11.

Evidentemente, si se elige cierta área de la boca y un área de garganta para obtener el máximo rendimiento, la longitud de la bocina queda automáticamente establecida por la constante de acampanamiento m, la que a su vez depende de la frecuencia de corte deseada.

Distorsión alineal. Una onda sonora produce una expansión y una compresión del aire en que se propaga. Según la Ec. (2.6), la relación entre la presión y el volumen de una pequeña "caja" de aire a 20° C y a través de la cual se propaga una onda es

$$P = \frac{0{,}726}{V^{1{,}4}} \tag{9.30}$$

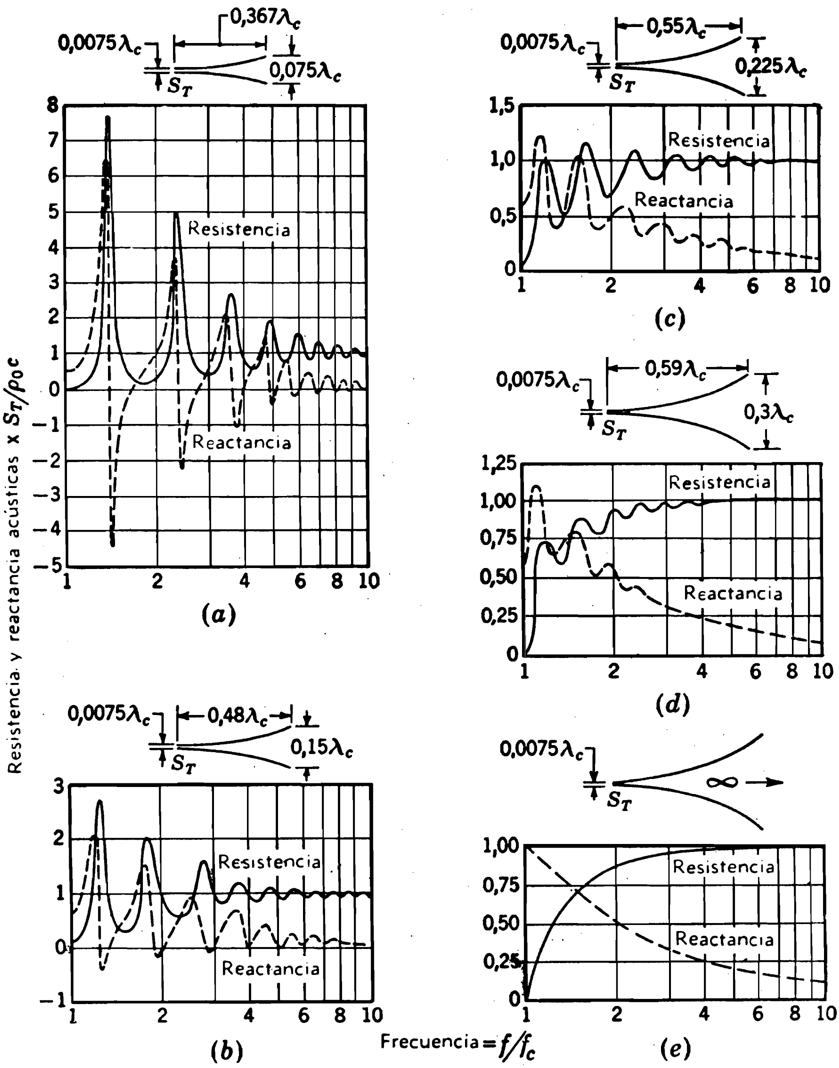


FIG. 9.10. Variación de la impedancia acústica específica en la garganta de cuatro bocinas exponenciales en función de la frecuencia, con el diámetro de la campana como parámetro. La frecuencia de corte $f_c = mc/4\pi$ y el diámetro de la garganta $= 0{,}0075\ c/f_c$ se mantienen constantes. Las circunferencias de la boca son: (*a*), $C = 0{,}236\lambda_c$, (*b*), $C = 0{,}47\lambda_c$, (*c*), $C = 0{,}71\lambda_c$, (*d*) $C = 0{,}94\lambda_c$, y (*e*), $C = \infty$. (*Según Olson.*)

donde V = volumen específico del aire en $\mathrm{m^3/Kg} = 1/\varrho_0$

P = presión absoluta en bar, siendo un bar = 10^5 newton/m

Esta ecuación está representada por la curva AB de la Fig. 9.11.

Suponiendo que el desplazamiento del diafragma es sinusoidal en la unidad motora, el volumen del aire próximo a él varía también sinusoidalmente. Para variaciones grandes del volumen, la variación de la presión en la garganta de la bocina no es ya sinusoidal, como puede verse en la Fig. 9.11. La onda de presión así generada se propaga hacia la boca de la bocina.

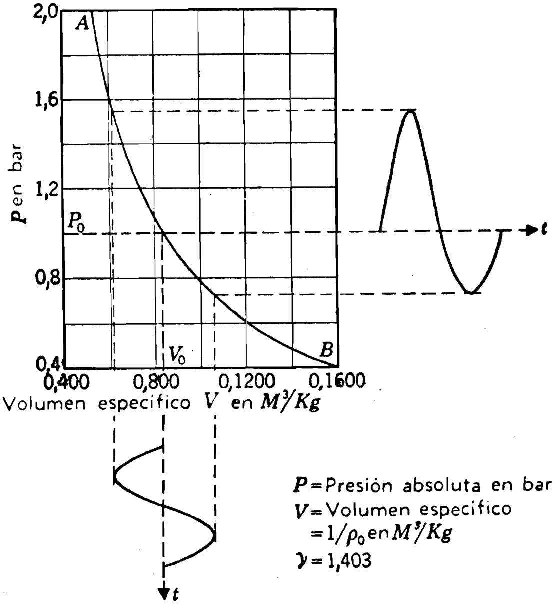


FIG. 9.11. Representación de la ecuación del estado gaseoso $PV^{\gamma} = 1{,}26 \times 10^4$, válida a 20° C. Se toma como presión atmosférica normal $P_0 = 1$ bar.

Si la bocina fuera simplemente un largo tubo cilíndrico, la distorsión aumentaría con el desplazamiento de la onda según la fórmula (para el aire)[3,4]

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\gamma + 1}{\sqrt{2}\,2\gamma}\, k\, \frac{p_1}{P_0}\, x = 0{,}608k\, \frac{p_1}{P_0}\, x \qquad (9.31)$$

donde p_1 = presión sonora eficaz de la frecuencia fundamental en newton/m²

---

[3] A. L. THURAS, R. T. JENKINS y H. T. O'NEIL, Extraneous Frequencies Generated in Air Carrying Intense Sound Waves, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **6**: 173-180 (1935).

[4] L. H. BLACK, A Physical Analysis of the Distortion Produced by the Nonlinearity of the Medium, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **12**: 266-267 (1940).

p_2 = presión sonora eficaz de la segunda armónica en newton/m^2
P_0 = presión atmosférica en newton/m^2
$k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ = número de onda en m^{-1}
$\gamma = 1{,}4$ para el aire
x = distancia que la onda ha avanzado, en m

La Ec. (9.31) falla cuando la amplitud de la segunda armónica es muy grande y hay que usar entonces expresiones más complicadas, que no daremos.

En el caso de una bocina exponencial, la amplitud de la fundamental decrece a medida que la onda avanza hacia la boca, de modo que la distorsión de segunda armónica no aumenta linealmente con la distancia. Cerca de la garganta aumenta aproximadamente como lo indica la Ec. (9.31), pero cerca de la boca la amplitud de presión de la fundamental es por lo general tan pequeña que hay muy poca distorsión adicional.

La distorsión introducida en una onda sonora después que ha recorrido una distancia x a lo largo de una bocina exponencial en el caso de potencia constante por unidad de área de la garganta se obtiene del siguiente modo:

1. Diferenciar los dos miembros de la Ec. (9.31) respecto de x, de modo de obtener la variación de p_2 respecto de x para p_1 constante. Llamar esta ecuación (9.31*a*).

2. En la Ec. (9.31*a*), reemplazar p_1 por la presión $p_T \exp(-mx/2)$, donde p_T es la presión eficaz de la fundamental en la garganta en newton/m^2 y m es la constante de acampanamiento.

3. Poner entonces $p_T = \sqrt{I_T \rho_0 c}$, donde I_T es la intensidad del sonido en la garganta, en watt/m^2, y $\rho_0 c$ es la impedancia característica del aire en rayl MKS.

4. Integrar los dos miembros de la ecuación resultante respecto de x. Obtiénese así

Distorsión de segunda armónica en tanto por ciento

$$= \frac{50(\gamma + 1)}{\sqrt{2}\,\gamma} \, \frac{\sqrt{I_T \rho_0 c}}{P_0} \, \frac{f}{f_c} \left[1 - e^{-mx/2}\right] \tag{9.32}$$

Para una bocina exponencial infinitamente larga, a presión atmosférica y temperatura normales, la ecuación para la distorsión armónica total introducida en una onda que parte sinusoidalmente de la garganta es

Distorsión de segunda armónica en tanto por ciento

$$= 1{,}23 \frac{f}{f_c} \sqrt{I_T} \times 10^{-2} \tag{9.33}$$

donde f = frecuencia motora en c/s
f_c = frecuencia de corte en c/s
I_T = intensidad en watt/m^2 en la garganta.

La Ec. (9.33) se representa gráficamente en la Fig. 9.12. En realidad, esta ecuación es casi correcta para las bocinas de longitud finita, a causa de que la mayor parte de la distorsión ocurre cerca de la garganta.

La Ec. (9.33) revela que para mínima distorsión la frecuencia de corte f_c debe ser lo mayor posible, lo que significa también la mayor constante de acampanamiento m posible. En otros términos, la bocina debe acampanarse rápidamente a fin de reducir también rápidamente la intensidad a medida que la onda avanza hacia la boca.

Desafortunadamente, el aumento de la frecuencia de corte no es admisible en las bocinas proyectadas para trasmitir frecuencias bajas.

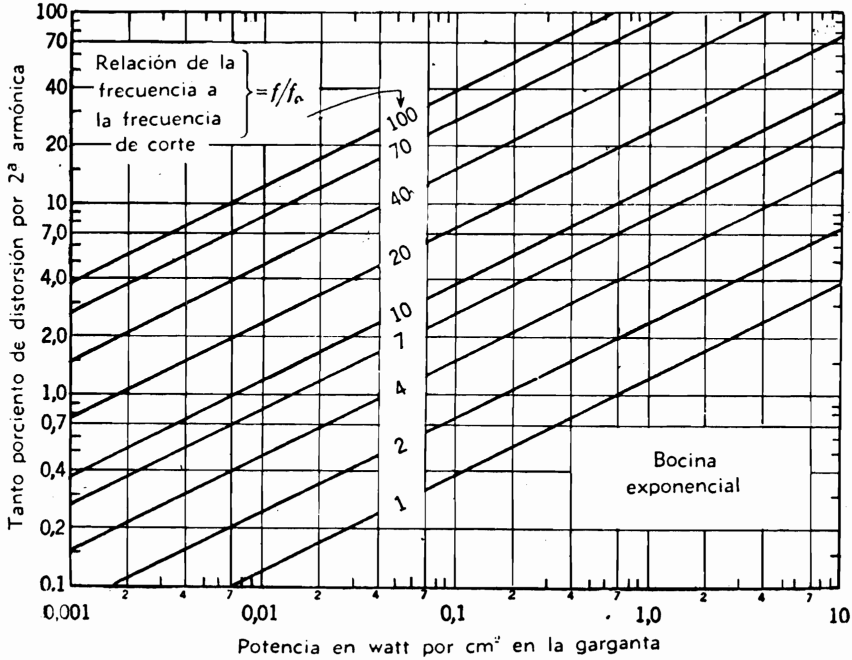


FIG. 9.12. Distorsión de segunda armónica en una bocina exponencial en función de la intensidad en la garganta, con la relación de la frecuencia a la frecuencia de corte como parámetro.

En este caso, es necesario hacer funcionar la bocina a baja potencia en las frecuencias altas si se quiere que sea baja la distorsión en ellas. Esta condición se satisface en cierta medida automáticamente en la reproducción de la palabra y la música, ya que por encima de los 1.000 c/s, la intensidad de estos sonidos disminuye prácticamente en el factor 10 cada vez que se duplica la frecuencia.

9.9. Otros tipos de bocina. Como ya se ha dicho, pueden usarse otros tipos de bocina además de la exponencial. Los tipos representativos incluyen las bocinas cónicas, parabólicas e hiperbólicas. Las ecuaciones para estos tipos son:

Bocina parabólica (ver Fig. 9.13).

$$S = S_T x \tag{9.34}$$

donde S = área transversal a la distancia x en m^2
S_T = área transversal de la garganta en m^2

Bocinas cónicas (ver Fig. 9.13).

$$S = S_T x^2 \tag{9.35}$$

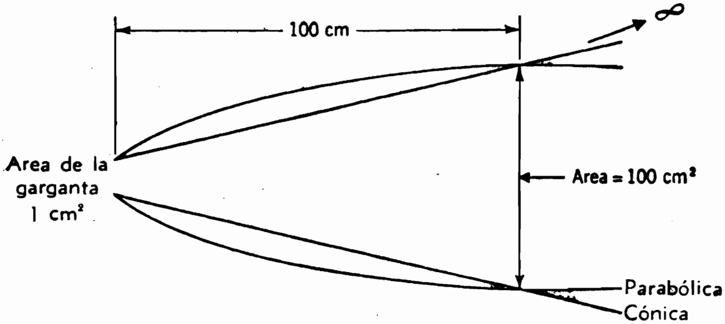

100 cm
∞
Area de la garganta 1 cm²
Area = 100 cm²
Parabólica
Cónica

FIG. 9.13. Secciones longitudinales de las bocinas cónica y parabólica.

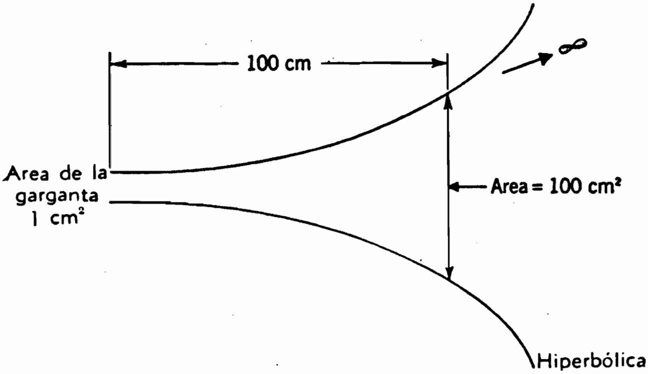

100 cm
∞
Area de la garganta 1 cm²
Area = 100 cm²
Hiperbólica

Fig. 9.14. Sección longitudinal de la bocina hiperbólica.

Bocina hiperbólica (ver Fig. 9.14).

$$S = S_T \left(\cosh \frac{x}{x_0} + M \operatorname{senh} \frac{x}{x_0} \right)^2 \tag{9.36}$$

donde x = distancia axil desde la garganta, en m
x_0 = distancia axil de referencia desde la garganta, en m
M = parámetro que nunca excede la unidad
f_c = frecuencia de corte = $c/2\pi x_0$ c/s
c = velocidad del sonido en m/s

En las frecuencias muy altas, los tres tipos se comportan casi indiferentemente. En cambio, hay diferencias importantes en las frecuencias bajas. Estas diferencias pueden patentizarse por comparación de las impedancias de garganta de las bocinas cónica e hiperbólica con la de la bocina exponencial. En la Fig. 9.15 se representan las impedancias de garganta para los dos primeros tipos. La de la bocina exponencial se ha dado en la Fig. 9.9.

Para todas las bocinas, la resistencia de garganta es muy pequeña o nula por debajo de la frecuencia de corte. Por encima de la frecuencia de corte, la resistencia específica de garganta crece rápidamente hasta su valor máximo $\varrho_0 c$ en los casos en que la sección aumenta *lentamente* cerca de la garganta. Por ejemplo, la resistencia de garganta de la bocina hiperbólica alcanza el valor $\varrho_0 c$ a aproximadamente un vigésimo de la frecuencia para lo cual lo alcanza en el caso de la bocina cónica, y a aproximadamente un tercio de la frecuencia en que lo alcanza en la bocina exponencial.

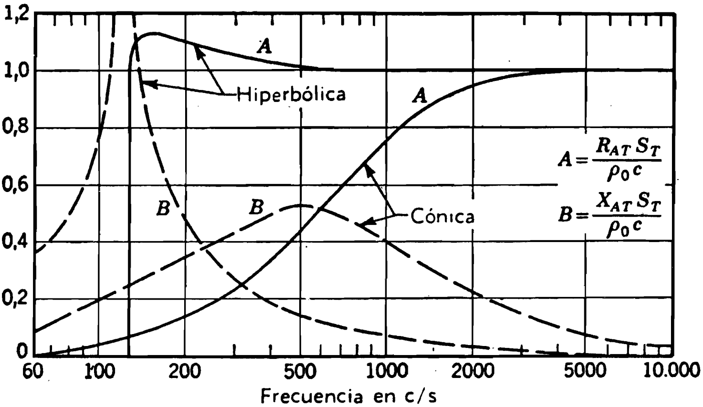


FIG. 9.15. Cantidades A y B proporcionales, respectivamente, a la resistencia acústica R_{AT} y la reactancia acústica X_{AT}, para las bocinas cónica e hiperbólica de las Figs. 9.13 y 9.14.

Parecería entonces que para lograr las mejores condiciones de carga de la unidad motora por encima de la frecuencia de corte es aconsejable la bocina hiperbólica. No obstante, debe tenerse también presente que la distorsión armónica resulta mayor para la bocina hiperbólica, a causa del menor régimen de decrecimiento de la presión. Para mínima distorsión a una potencia dada por unidad de área, la bocina cónica es superior. La bocina exponencial constituye una solución de compromiso en general satisfactoria entre estos dos extremos.

9.10. Codos en las bocinas. Una bocina adecuada para la reproducción de frecuencias muy bajas resulta por lo general muy voluminosa y larga debido a que m debe ser pequeña para la reproducción de las frecuencias bajas a la vez que tiene que ser grande el área de la boca. Como consecuencia, es corriente "plegar" la bocina para su adecuación al uso doméstico.

Se han ideado muchos tipos de bocinas plegadas las cuales son más o menos satisfactorias para la reproducción de la palabra y la música dentro de una gama de frecuencias razonable. Los codos de la bocina no deben sin embargo ser demasiado bruscos cuando sus dimensiones laterales se acercan a la media longitud de onda, pues de lo contrario alteran el espectro del sonido radiado.

No se cuenta con datos confiables en cuanto al comportamiento comparativo de las bocinas plegadas. Esto se debe en parte a que es difícil medir la respuesta de las grandes bocinas plegadas en la cámara anecoica y en parte a que los fabricantes reservan sus datos. Se dispone de alguna información, empero, sobre el efecto de los codos de varios tipos en los conductos rectangulares que se utilizan en los sistemas de ventilación. Estos datos se resumen en la Fig. 9.16.

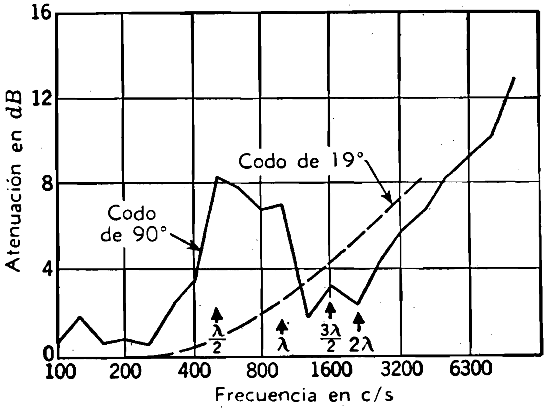


FIG. 9.16. Atenuación del sonido debido a la introducción de codos de 90° y 19°, en función de la frecuencia. Véase un esquema del conducto considerado en la Fig. 11.20.

Se observa que cuando el ancho del conducto está cerca de media longitud de onda o una longitud de onda y media, la atenuación del sonido es muy grande en el caso de un codo a 90°. Las pérdidas son grandes, en las altas frecuencias, aún con codos a 19°. Si es posible, la longitud de onda debe ser grande en comparación con el ancho del conducto en el codo. La atenuación es entonces muy pequeña.

9.11. Formas de la sección transversal. Se ha dicho antes que la forma de la sección transversal de la bocina no es muy importante. Esto es cierto siempre que las dimensiones laterales de la bocina no sean comparables con el largo de onda. Cuando las dimensiones laterales son lo suficientemente grandes, hay ondas transversales a través del conducto, similares a las que ocurren en un tubo con el extremo cerrado. Estas ondas no son por lo general muy importantes en una bocina exponencial de sección circular o rectangular, porque, por lo general, sólo las dimensiones transversales de las secciones próximas a la boca son mayores que media longitud de onda.

En una bocina rectangular construída con dos lados paralelos y los otros dos abriéndose según la ley exponencial o hiperbólica, pueden ocurrir ondas estacionarias entre las dos paredes paralelas. Estas resonancias ocurren a longitudes de onda que son submúltiplos del ancho del conducto, es decir, para frecuencias que cumplen la condición.

$$f = \frac{nc}{2l_x} \tag{9.37}$$

o longitudes de onda

$$\lambda = \frac{2l_x}{n} \tag{9.38}$$

donde n es un entero.

Por ejemplo, supongamos que el ancho de la bocina es de 50 cm. Hay entonces resonancias (ondas estacionarias) cuyas frecuencias son 344, 688, 1032, etc., c/s. A estas frecuencias hay en general una reducción de la potencia de salida. En general, el límite superior de frecuencia para el funcionamiento de una bocina debe elegirse lo suficientemente bajo como para evitar inconvenientes debidos a las ondas estacionarias transversales.

9.12. Materiales. El material empleado en la construcción de la bocina es muy importante. Si las paredes laterales de la bocina resuenan mecánicamente a una o más frecuencias de la gama de utilización, se producirán caídas de la potencia de salida en las mismas frecuencias. La chapa de metal de pequeño espesor, no amortiguado, es el material menos aconsejable, porque la bocina construída con este material resonará violentamente a frecuencias relativamente bajas. Son preferibles las chapas gruesas, cubiertas exteriormente con una capa de material plástico, bien gruesa y capaz de amortiguar las oscilaciones mecánicas. La bocina de concreto o yeso, con un espesor de 25 a 50 mm, es la mejor, a causa de su peso y amortiguamiento interno.

En la construcción de las bocinas grandes se usa a menudo la madera terciada. Aunque no es tan satisfactoria como el concreto, los resultados son buenos si el espesor es del orden de los 20 mm o más y se refuerza con tirantillos de madera encolados a intervalos no muy amplios, pero irregulares.

Ejemplo 9.3. Se requiere una combinación de dos bocinas, una para las frecuencias bajas y otra para las altas. Se desea que la respuesta de frecuencia sea plana entre 70 y 6000 c/s y que la combinación pueda usarse en una habitación común. El sistema se utilizará para la reproducción doméstica de alta fidelidad. Las potencias acústicas máximas para seis bandas de frecuencia pueden estimarse del siguiente modo:[5]

Banda de frecuencias	*Nivel de potencia, dB re* 10^{-33} *watt*
70-250	102
250-400	102
400-1000	102
1000-2200	99
2200-3000	96
3000-8000	96

Solución para la bocina de baja frecuencia. Elegiremos la bocina exponencial como el mejor compromiso para nuestro caso. Debido a que la frecuencia menor que ha de reproducirse es de 70 c/s, elegimos como área de la boca

$$\text{Área de la boca } S_M = \frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{c^2}{4\pi f^2} = 1{,}93 \text{ m}^2$$

Este área es probablemente demasiado grande para una sala familiar, de modo que hay que optar por una solución de compromiso.

Elijamos arbitrariamente un área de cerca de 1 m², digamos, por razones particulares, de 0,93 m². Ésta corresponde a la abertura de campana de la Fig. 9.10*c*. En este ábaco observamos que hay dos resonancias indeseables por debajo de $f = 2f_c$, aunque bastante bien amortiguadas.

Hagamos el diseño para una frecuencia de corte

$$f_c = 60 \text{ c/s}$$

La constante de acampanamiento m [ver Ec. (9.28)] es

$$m = \frac{4\pi f_c}{c} = \frac{4\pi 60}{344{,}8} = 2{,}18 \text{ m}^{-1}$$

Elijamos una unidad de radiación directa de 12 pulgadas como unidad motora, cuyo diámetro efectivo es de 0,25 m. El área efectiva de esta unidad motora es

$$S_D = \pi(0{,}125)^2 = 0{,}049 \text{ m}^2$$

Supongamos que las otras constantes son las siguientes:

$$R_g = R_E = 6 \text{ ohm}$$

$$Bl = 15 \text{ weber/m}$$

Por el ejemplo 9.2, parece que para máximo rendimiento debe ser S_D/S_T igual a 2. Sin embargo, para mantener razonable la longitud, hagamos

$$\frac{S_D}{S_T} = 1$$

Luego

$$r_{MT} = \frac{S_T}{\rho_0 c S_D^2} = \frac{1}{(406)\,(0{,}049)} = 0{,}05 \text{ mohm mecánico MKS}$$

Calculemos el PAE de referencia. Supongamos en la Fig. 9.4*b* que $r_{MB} \gg r_{MC}$. Por la Ec. (9.7),

$$\text{PAE} = \frac{(400)\,(6)\,(0{,}05)\,(15)^2}{[(15^2)\,(0{,}05) + (12)\,(2)]^2} = 22\ \%$$

---

[5] H. P. HOPKINS and N. R. STRYKER, A Proposed Loudness-efficiency Rating for Loudspeakers and the Determination of System Power Requirements for Enclosures, *Proc. IRE*, **36**: 315-335 (1948).

Como prueba, hagamos $S_D/S_T = 2,0$. Luego $r_{MT} = 0,025$, y PAE = 24 %. Finalmente, pongamos $S_T/S_D = 2$. Entonces, $r_{MT} = 0,1$ y PAE = 15,8 %

Se ve entonces que la relación del área de la garganta a la del diafragma puede hacerse igual a la unidad con escasa pérdida del rendimiento, lo que permite en cambio acortar considerablemente la bocina. La longitud de la bocina se obtiene con ayuda de la Ec. (9.17):

$$e^{mx} = \frac{0,93}{0,049} = 19$$

$$m^x = 2,94$$

$$x = \frac{2,94}{2,18} = 1,35 \text{ m}$$

Las intensidades para una bocina con un área de garganta de 0,049 m² son las siguientes, suponiendo una distribución uniforme de presión:

Frecuencia	Potencia, watt	Watt/cm² en la garganta
70-250	$1,58 \times 10^{-3}$	$3,22 \times 10^{-6}$
250-400	$1,58 \times 10^{-3}$	$3,22 \times 10^{-6}$
400-1000	$1,58 \times 10^{-3}$	$3,22 \times 10^{-6}$
1000-2200	$7,94 \times 10^{-4}$	$1,62 \times 10^{-6}$
2200-3000	4×10^{-4}	$8,16 \times 10^{-7}$
3000-8000	4×10^{-4}	$8,16 \times 10^{-7}$

Fijemos el límite superior de funcionamiento en 600 c/s. Entonces $f/f_c = 10$. La extrapolación de la línea para 10 en la Fig. 9.12 hasta $3,22 \times 10^{-6}$ demuestra que la distorsión de segunda armónica en tanto por ciento será en esta bocina del orden de 0,014 por ciento, lo que es despreciable. En realidad, la potencia podría elevarse hasta en 30 dB antes de que el tanto por ciento de distorsión llegase al 1 por ciento.

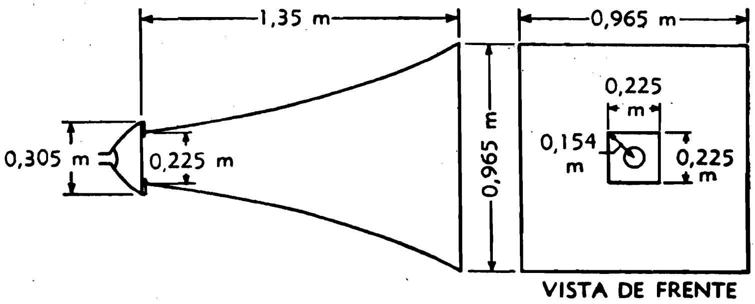
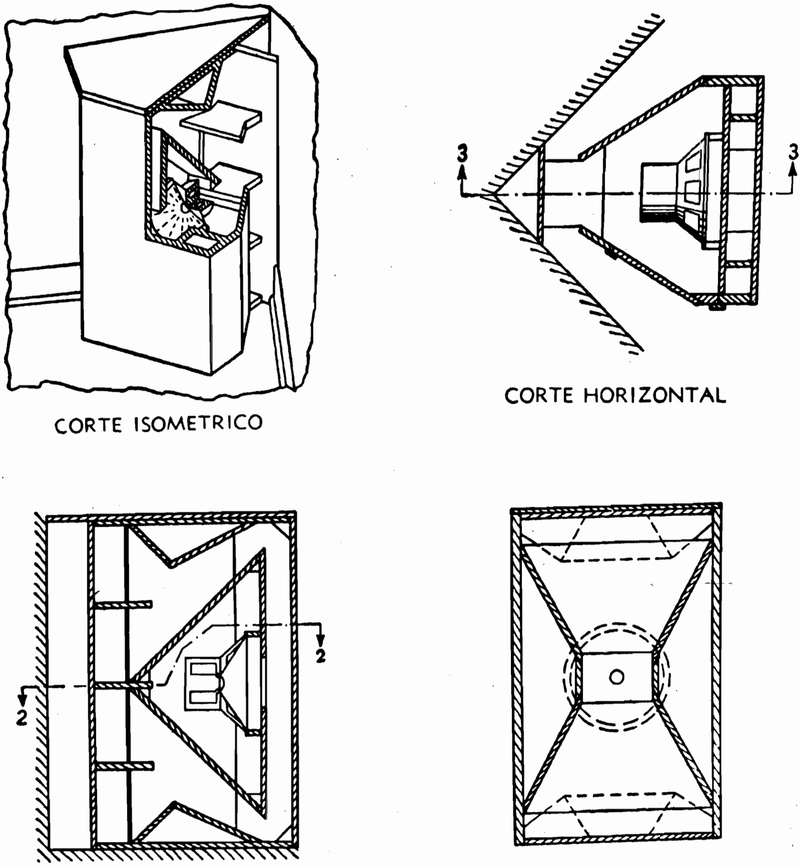


FIG. 9.17. Planos de una bocina exponencial simple recta con una frecuencia de corte de 60 c/s, un área de garganta de 0,049 m² y un área de boca de 0,93 m².

Este cálculo parecería indicar que la bocina de baja frecuencia podría hacerse funcionar con buen éxito por encima de los 600 c/s. No obstante, parece ser que por razones sicológicas el cruce de la bocina de la baja frecuencia a la de alta frecuencia debe ocurrir preferiblemente a una frecuencia inferior a los 600 ciclos para los mejores resultados subjetivos.

Veamos qué valor debería tener la compliancia total del circuito de la unidad motora si tuviera que equilibrar la reactancia de masa de la bocina en las frecuencias



CORTE ISOMETRICO

CORTE HORIZONTAL

CORTE VERTICAL
(Corte 3-3)

CORTE TRANSVERSAL
(Corte 2-2)

Fig. 9.18. Esquemas para una bocina plegada tipo Klipsch. Esta bocina en particular tiene algo más de 1 m de altura y una respuesta plana por debajo de los 200 c/s.

inferiores a la de resonancia del diafragma. Por las Ecs. (9.12), (9.13) y (9.23),

$$C_{M2} = \frac{S_T^2}{S_D^2} C_{MT} = \frac{2S_T}{S_D^2 \rho_0 c^2 m} = \frac{2S_T}{S_D^2 \gamma P_0 m}$$

$$C_{M2} \frac{2}{(1{,}4)\,(0{,}049) \times 10^5 (2{,}18)} = 1{,}34 \times 10^{-4} \text{ m/newton}$$

La cantidad C_{M2} incluye la compliancia combinada del altavoz y del recinto que lo contiene. La consulta de la Fig. 8.5*d* demuestra que es éste un valor razonable para un altavoz de este diámetro. En caso de no ser correcta la compliancia, podemos variar el tamaño de la garganta, o algo m, con el fin de conseguir el valor deseado de C_{M2}.

Dos posibles formas de ejecución para nuestro diseño son la bocina recta cuadrada de la Fig. 9.17 ó la bocina plegada tipo Klipsch[6] ilustrada por la Fig. 9.18. Si se opta por la bocina recta, será necesario, probablemente, ponerla parcialmente por arriba del cielorraso o por debajo del piso para disimularla.

Solución para la bocina de alta frecuencia. Como frecuencia de corte elijamos

$$f_c = 300 \text{ c/s}$$

Utilizaremos una red eléctrica de cruce de 500 c/s, la que permitirá el buen aprovechamiento de las dos bocinas, y es adecuada desde el punto de vista sicológico.

La constante de acampanamiento es [ver Ec. (9.28)],

$$m = \frac{4\pi f_c}{c} = \frac{4\pi 300}{344{,}8} = 10{,}9 \text{ m}^{-1}$$

Supongamos que la unidad motora es la discutida en el Ejemplo 9.1. En este caso $S_T = 3{,}14 \times 10^{-4}$ m^2

La bocina debe radiar bien el sonido hasta los 400 c/s, de modo que el área de la boca debe ser, si es posible, mayor que la dada por la Ec. (9.16):

$$S_M = \frac{c^2}{4\pi f^2} = \frac{(344{,}8)^2}{4\pi\,(400)^2} = 0{,}0591 \text{ m}^2$$

Como hemos visto en el Cap. 4, para obtener una característica direccional amplia, digamos ± 30° sobre un amplio rango de frecuencias, la bocina debe tener una boca curva. Elijamos un diseño de unos 0,15 m de altura y una boca circular con una longitud de arco de aproximadamente 0,775 m. El área de la boca resulta ser 0,1163 m^2, aproximadamente el doble de la calculada más arriba.

La longitud de la bocina se calcula con la Ec. (9.17):

$$e^{mx} = \frac{(11{,}63) \times 10^{-2}}{(3{,}14) \times 10^{-4}} = 370$$

$$mx = 5{,}91$$

$$x = \frac{5{,}91}{10{,}9} = 0{,}541 \text{ m}$$

La bocina tendrá la forma y sección transversal indicadas en la Fig. 9.19.

La frecuencia de corte está en 300 c/s, lo suficientemente alejada de 500 c/s (la frecuencia de cruce) como para que la impedancia de garganta sea resistiva sobre toda la gama útil del altavoz no hay por lo tanto necesidad de equilibrar $(\omega C_{M2})^{-1}$ con la reactancia de masa de la bocina. No obstante calculemos el valor de C_{M2} según las Ecs. (9.12), (9.13) y 9.23.:

$$C_{M2} = \frac{2S_T}{S_D{}^2 \gamma P_0 m}$$

$$= \frac{(2)\,(39)}{(1{,}4) \times 10^{5}\,(10{,}9)} = 5{,}1 \times 10^{-5} \text{ m/newton}$$

La magnitud de esta compliancia, por otra parte. no es un valor poco razonable en una unidad motora del tipo dado en el Ejemplo 9.1.

---

[6] P. W. KLIPSCH, A Low-frequency Horn of Small Dimensions, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 13: 137-144 (1941).

Finalmente, determinemos la capacidad de potencia de esta bocina. La intensidad en la garganta de la bocina, I_T, en la banda de 300 a 8000 c/s es

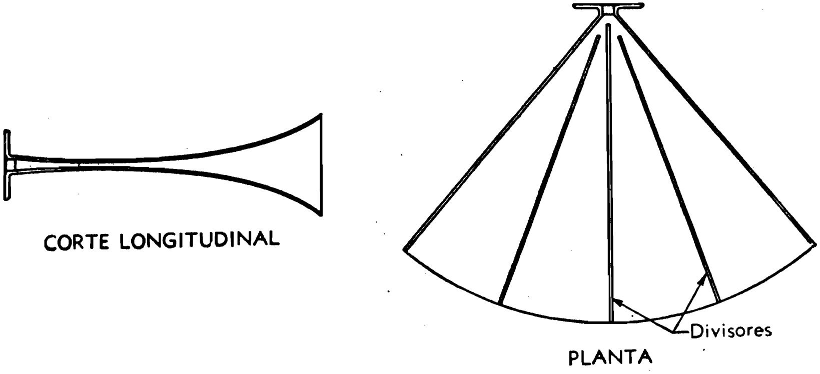


FIG. 9.19. Planos para una bocina exponencial simple y recta con una frecuencia de corte de 300 c/s, un área de garganta de 3,14 × 10^{-4} m², y un área de boca de 11,6 × 10^{-2} m². Los divisores guían la onda a lo largo de la bocina y tienden a producir un frente de onda curva de intensidad uniforme en la boca.

$$I_T = \frac{4 \times 10^{-4}}{3,14} = 1,27 \times 10^{-4}\ \text{watt/cm}^2$$

En nuestra frecuencia de diseño de 6000 c/s, se tiene

$$\frac{f}{f_c} = \frac{6000}{300} = 20$$

y, según la Fig. 9.12, la distorsión por segunda armónica es del orden del 0,3 por ciento. Esta distorsión es admisible y puede considerarse nuestro diseño como satisfactorio.

CAPÍTULO 10

EL SONIDO EN LOS RECINTOS

PARTE XXIII. *Campos sonoros en los recintos pequeños y regulares.*

10.1. Introducción. El estudio del sonido en los recintos involucra no sólo la consideración de las reflexiones del sonido en el volumen considerado sino también investigaciones acerca de cómo medir el sonido en tales condiciones y el efecto que los diversos materiales tienen sobre la absorción y el control del sonido. Por otra parte, es de gran importancia en las aplicaciones de los conocimientos de la ingeniería acerca del comportamiento del sonido en los espacios cerrados la comprensión de las preferencias personales de los oyentes, sea que se hallen en la sala donde se produce la música, sea que escuchen remotamente la captación de un micrófono. Los criterios psicológicos en el diseño acústico han preocupado a muchos investigadores y han de tenerse siempre presentes. Los factores psicológicos se estudiarán en el Cap. 13, el que se ocupa de los fenómenos psicoacústicos y de los criterios de diseño acústico.

Dos condiciones extremas en el estudio del sonido en los recintos pueden ser analizadas y comprendidas fácilmente. En uno de los extremos tenemos los recintos pequeños de formas sencillas, tales como las cajas rectangulares, los tubos cilíndricos, o las cáscaras esféricas. En estos casos, el campo sonoro interior puede describirse en términos matemáticos precisos, aunque el análisis resulte complicado si las paredes del recinto están cubiertas en todo o en parte con materiales acústicos absorbentes.

En el otro extremo se tienen los recintos muy grandes e irregulares en los cuales no es posible una descripción exacta del campo sonoro, pero que permiten una descripción estadística confiable de las condiciones medias del local. Esto es análogo al estudio que un médico podría hacer de un individuo en particular acerca del número de años que puede vivir, en contraste con el estudio de una población entera sobre bases estadísticas para determinar la vida media probable de un hombre. Como es de esperar, el estudio estadístico conduce a fórmulas más sencillas que las del estudio particular de cada caso.

10.2. Ondas estacionarias y permanentes. Un tipo de recinto pequeño y regular ha sido ya estudiado en la Parte IV, el tubo cerrado rígidamente. Este caso ofrece un excelente ejemplo de la situación acústica en los recintos cerrados.

Observamos primero que a lo largo del eje x del tubo el campo sonoro puede describirse como la combinación de una onda de ida y de una onda de vuelta. En realidad, la onda de ida es la suma de la onda original libre que partió de la fuente más las ondas de ida que están haciendo su segundo, tercero, cuarto, etc., viaje redondo. Similarmente, la onda de vuelta es una combinación de la primera onda reflejada y las ondas que están haciendo el camino de vuelta de su segundo, tercero, cuarto, etc., viaje redondo. Estas ondas de ida y de vuelta se suman en magnitud de manera de producir lo que se llama una *onda estacionaria* (''stationary wave'') [1] si la intensidad a lo largo del tubo es cero, o lo que se llama una *onda permanente* (''standing wave'') si hay absorción en los extremos del tubo, de modo que hay un flujo de energía a través del tubo desde la fuente (intensidad distinta de cero).

10.3. Modos normales y frecuencias normales. Hemos visto, según la Ec. (2.48), que cuando quiera que la frecuencia motora es tal que sen $kl \rightarrow 0$, la presión alcanza un alto valor dentro del tubo. Es decir, la presión es muy grande cuando

$$kl = n\pi \tag{10.1}$$

Entonces, dado que

$$k \equiv \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

tenemos

$$f_n = \frac{nc}{2l} \tag{10.2}$$

o

$$\frac{l}{\lambda_n} = \frac{n}{2} \tag{10.3}$$

---

[1] Esta definición está de acuerdo con ''American Standard Acoustical Terminology'', Z24.1—1951, American Standards Association, Inc., Nueva York, N.Y.

donde

$$n = 1, 2, 3, 4, \ldots, \infty \tag{10.4}$$

f_n = frecuencia de resonancia (normal) de orden n

$\lambda_n = c/f_n$ = longitud de resonancia (normal) de orden n.

La Ec. (10.3) expresa que la presión es muy grande siempre que la longitud del tubo es igual a un número entero de medias longitudes de onda.

La condición en que la frecuencia es igual a $nc/2l$, y para la cual se establece una elevada presión sonora en el tubo, se llama condición de *resonancia* o *modo normal de vibración* del espacio de aire en el tubo. La frecuencia f_n de un modo normal de vibración es una *frecuencia normal*. Hay un número infinito de modos normales de vibración en un tubo porque n puede tener cualquier valor entero entre 0 e infinito. Podemos considerar un tubo, y de hecho cualquier recinto, como un conjunto de un gran número de resonadores acústicos, cada uno de ellos con una frecuencia normal propia.

Al discutir el tubo cerrado en la Parte IV no hemos tomado en cuenta el efecto que sobre los resultados tiene la sección transversal del tubo. Se supuso que las dimensiones transversales eran menores que aproximadamente 0,1 de largo de onda. de modo que no ocurriesen resonancias transversales dentro de la gama de frecuencias de interés.

Si las dimensiones transversales son mayores que media longitud de onda, tenemos un pequeño recinto que, de ser rectangular, puede describirse mediante las dimensiones indicadas en la Fig. 10.1. Las ondas pueden viajar de ida y vuelta entre cualquier par de paredes opuestas. También pueden viajar alrededor del recinto involucrando así la reflexión en varias paredes con diferentes ángulos de incidencia. Si estos ángulos se eligen adecuadamente, las ondas vuelven al estado original después de cada viaje redondo y se establecen ondas estacionarias o permanentes. Cada onda es un modo normal de vibración del recinto.

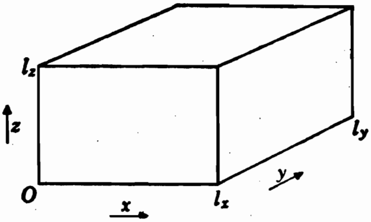


FIG. 10.1. Dimensiones y coordenadas para un recinto rectangular.

Sería interesante, en este recinto rectangular, describir matemáticamente la distribución del sonido en cuanto está determinada por la potencia y el tipo de la fuente. El estudio está fuera del alcance de este libro. Describiremos sin embargo los casos más simples y sugeriremos lecturas complementarias para los interesados.[2,3]

El número de modos de vibración en un recinto rectangular es mu-

---

[2] P. M. MORSE, "Vibration and Sound", 2ª Ed., Cap. VIII, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

[3] P. M. MORSE and R. H. BOLT, Sound Waves in Rooms, *Rev. Mod. Phys.*, 16: 69-150 (1944).

cho mayor que para el tubo cerrado de diámetro pequeño. En efecto, las frecuencias normales de semejante recinto están dadas por la ecuación

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \qquad (10.5)$$

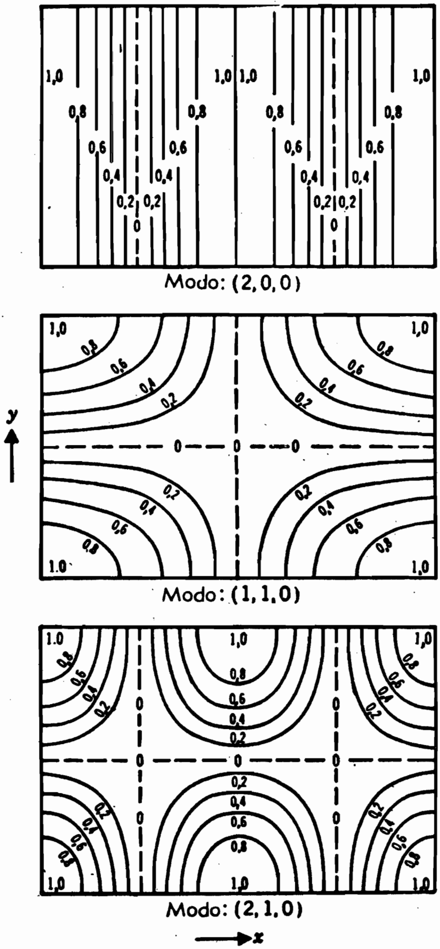


Fig. 10.2. Contornos de presión sonora en una sección a través de un recinto rectangular. Los números indican las presiones sonoras relativas.

donde f_n = frecuencia normal de orden x en c/s
n_x, n_y, n_z = enteros que pueden elegirse independientemente con cualquier valor entre 0 e ∞
l_x, l_y, l_z = dimensiones del recinto en m
c = velocidad del sonido en m/s.

Como ejemplo, supongamos que la dimensión l_z es menor que 0,1 de todas las longitudes de onda de interés. Esto significa que n_z es cero permanentemente. Luego,

$$f_{n_x,n_y,0} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2} \qquad (10.6)$$

Sea $l_x = 4$ m y $l_y = 3$ m. Hallar las frecuencias de los modos normales ($n_x = 1$, $n_y = 1$) y ($n_x = 3$, $n_y = 2$). Tenemos

$$f_{1,1,0} = {}^{344}/_{2}\sqrt{{}^{1}/_{16} + {}^{1}/_{9}}$$

$$= 71,7 \text{ c/s}$$

y

$$f_{\ 2,0} = {}^{344}/_{2}\sqrt{{}^{9}/_{16} + {}^{4}/_{9}}$$

$$= 172 \text{ c/s}$$

Morse[2] demuestra que la distribución de la presión sonora en una caja rectangular para cada modo normal de vibración de frecuencia normal f_n es proporcional al producto de tres cosenos,

$$p_{n_x,n_y,n_z} \propto \cos\frac{\pi n_x x}{l_x}\cos\frac{\pi n_y y}{l_y}\cos\frac{\pi n_z z}{l_z}\,e^{j\omega_n t} \qquad (10.7)$$

donde el origen de coordenadas está en una esquina de la caja. Se supone en la Ec. (10.7) que las paredes del recinto tienen muy poca absorción. Si la absorción es considerable, la expresión de la presión no es un simple producto de cosenos.

Si observamos la Ec. (10.7) en detalle, vemos que n_x, n_y y n_z indican el número de planos de presión nula que ocurren a lo largo de los ejes x, y y z, respectivamente. Semejante distribución de presión puede ser atribuída a la presencia de ondas de ida y de vuelta en el recinto. Esta situación es análoga a la que se da en el tubo cerrado (caso unidimensional). En la Fig. 10.2 se ofrecen ejemplos de vibración en una habitación rectangular. Las líneas indican los planos de presión constante que se extienden desde el piso al techo a lo largo de la dimensión z. Obsérvese que n_x y n_y indican el número de planos de presión cero a lo largo de los ejes x e y, respectivamente.

Los ángulos θ_x, θ_y y θ_z de incidencia de las ondas de ida y vuelta sobre las paredes están dados por las relaciones

$$\theta_x = \operatorname{tg}^{-1}\frac{\sqrt{(n_y/l_y)^2 + (n_z/l_z)^2}}{n_x/l_x} = \cos^{-1}\frac{n_x c}{2l_x f_n} \qquad (10.8)$$

$$\theta_y = \operatorname{tg}^{-1}\frac{\sqrt{(n_x/l_x)^2 + (n_z/l_z)^2}}{n_y/l_y} = \cos^{-1}\frac{n_y c}{2l_y f_n} \qquad (10.9)$$

$$\theta_z = \text{similarmente} \qquad (10.10)$$

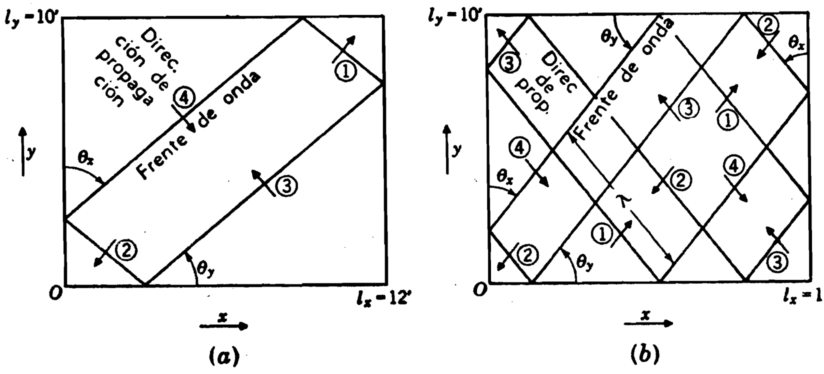


FIG. 10.3. Frentes de onda y direcciones de propagación para los modos normales (a) $n_x = 1$, $n_y = 1$; y (b) para $n_x = 3$ y $n_y = 2$. Éstos representan casos bidimensionales con $n_z = 0$. Los números 1 y 3 indican ondas de ida, y los números 2 y 4, ondas de vuelta.

Para los ejemplos en que $n_x = 1$, $n_y = 1$ y $n_x = 3$, $n_y = 2$, las ondas se reflejan en las paredes $x = 0$ y $x = l_x$ según los ángulos

$$(\theta_x)_{1,1,0} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{l_x}{l_y} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{12}{10} = 50{,}2^\circ$$

$$(\theta_x)_{3,2,0} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{2l_x}{3l_y} = \mathrm{tg}^{-1} 0{,}8 = 38.65^\circ$$

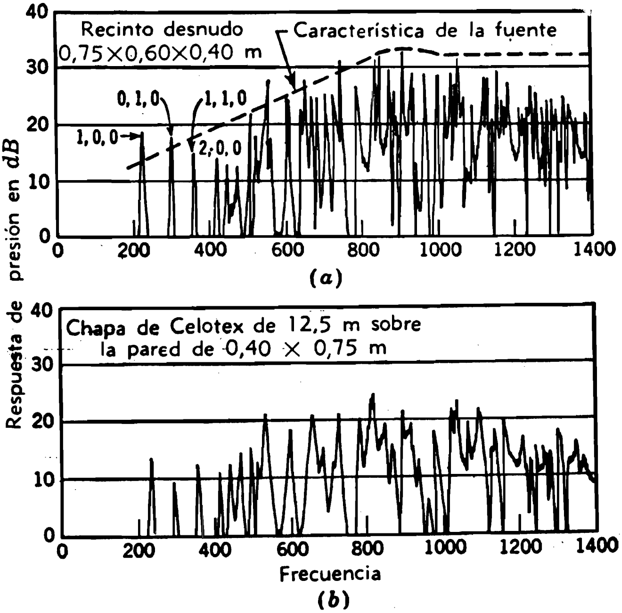


FIG. 10.4. Comparación de dos curvas de trasmisión registradas con o sin material absorbente sobre una pared de 60 × 75 cm de un modelo de cámara de 40 × 60 × 75 cm. El micrófono estaba en un rincón y la fuente en el rincón opuesto. La línea cortada representa la respuesta del pequeño altavoz (9,5 mm de diám.) medida a 50 mm en el espacio libre. El nivel cero de la curva de la fuente es aproximadamente 50 dB *re* 0,0002 microbar, y, para la curva de trasmisión, alrededor de 78 dB *re* 0,0002 microbar. (*Según Hunt, Beranek, and Maa, Analysis of Sound Decay in Rectangular Rooms, J. Acoust, Soc. Amer.*, **11**: 80-94, 1939.)

Los ángulos de reflexión en $y = 0$ e $y = l_y$ son

$$(\theta_y)_{1,1,0} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{l_y}{l_x} = 39{,}8^\circ$$

$$(\theta_y)_{3,2,0} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{3l_y}{2l_x} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{30}{24} = 51{,}35^\circ$$

Los frentes de onda se mueven del modo indicado en (*a*) y (*b*), Fig. 10.3. Se ve que hay dos ondas de ida (1 y 3) y dos ondas de vuelta (2 y 4). En el caso tridimensional habrá cuatro ondas de ida y cuatro de vuelta.

Cuando algunas o todas las paredes del recinto están cubiertas con material absorbente, la distribución de la presión sonora es diferente en comparación con el caso de paredes vivas. Por ejemplo, si se aplica material absorbente sobre una pared $l_x l_z$, la presión sonora sobre esta pared será menor que la observada en la otra pared $l_z l_x$, a la vez que la onda de ida sufre un desplazamiento de fase al ser reflejada por la pared absorbente.

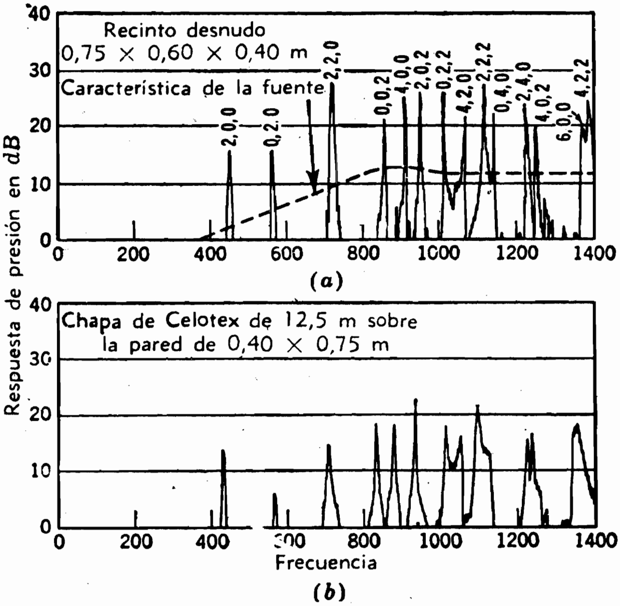


FIG. 10.5. Igual que la Fig. 10.4, excepto que la fuente está ahora en el centro de la habitación y que el nivel cero de referencia para la fuente es alrededor de 71 dB *re* 0,0002 microbar.

Ningún modo normal de vibración puede ser excitado a pleno si no es por una fuente situada en un punto de máxima presión del modo considerado. En la Fig. 10.2, por ejemplo, la fuente de sonido sólo puede excitar un modo a pleno si se encuentra sobre el contorno 1,0. Evidentemente, dado que el valor de cresta de la presión sonora ocurre en los contornos 1,0, el micrófono debe estar también colocado sobre un contorno 1,0 para medir la máxima presión.

Si la fuente está en un rincón de una habitación rectangular, podrá excitar cualquier modo a pleno siempre que radie sonido en todas las frecuencias normales. De modo similar, un micrófono ubicado en un rincón de una habitación, podrá medir la presión sonora de cresta de cualquier modo normal siempre que ese modo sea excitado.

Si la fuente o el micrófono se hallan en el centro de una habitación rectangular, sólo la octava parte de los modos normales de vibración serán excitados o medidos, ya que las siete octavas partes de los modos normales tienen un contorno de presión nula que pasa por el centro de la habitación. En las Fig. 10.2, como ejemplo, dos de los tres modos ilustrados tienen un contorno de presión cero por el centro del recinto. En realidad, sólo los modos de vibración cuyos números n_x, n_y y n_z son todos pares no tienen presión cero en el centro del recinto.

Las Figs. 10.4 y 10.5 ilustran algunos ejemplos de trasmisión del sonido desde un pequeño altavoz a un micrófono. Las curvas se obtuvieron variando lentamente la frecuencia del sonido producido por el altavoz (un tono puro) y registrando simultáneamente la salida del micrófono. El aumento de ocho veces del número de modos que se produce al trasladar el altavoz del centro de la habitación a un rincón es patente. También se advierte que la adición de material absorbente provoca la disminución de la altura de las crestas de resonancia y suaviza la curva de trasmisión, especialmente en las frecuencias altas, donde el material absorbente es más eficaz.

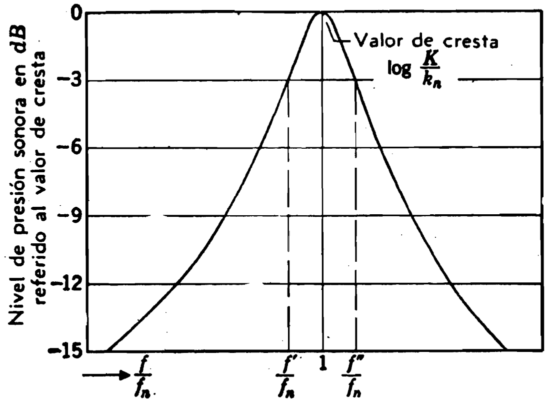


FIG. 10.6. Curva de resonancia de un modo normal de vibración. Nivel de presión sonora en función de la relación de frecuencia a f_n.

10.4. Presión sonora de estado estacionario y transitorio. Cuando se pone en funcionamiento una fuente de sonido en un recinto pequeño, tal como la de la Fig. 10.1, ella excitará uno o más de los modos estacionarios posibles, es decir, de los modos normales de la habitación. Supongamos que la fuente es de potencia constante y de una sola frecuencia y que esta frecuencia coincida con una de las frecuencias normales del recinto. La presión sonora para este modo normal de vibración crece hasta que la magnitud de su valor eficaz (promediado en el tiempo y en el espacio moviendo el micrófono de ida y vuelta sobre un largo de onda) sea igual a[4]

$$|p_n| = \frac{K}{k_n} \tag{10.11}$$

donde K = constante de la fuente determinada principalmente por la potencia y posición de la fuente y el volumen del recinto.
k_n = constante de amortiguamiento determinado principalmente por la cantidad de absorción en el recinto y por el volumen de éste. Cuanto más material absorbente hay en la habitación tanto mayor es k_n, y menor el valor de la presión eficaz media.

Cuando la frecuencia motora no coincide con la frecuencia normal, la presión para este modo particular de vibración crece según una curva normal de resonancia, como lo ilustra la Fig. 10.6. El ancho de la curva de resonancia en los puntos de potencia mitad (puntos de 3 dB) es[5]

$$f'' - f' = \frac{k_n}{\pi} \tag{10.12}$$

La magnitud de la presión sonora está dada por

$$|p_n| = \frac{2K\omega}{\sqrt{4\omega_n^2 k_n^2 + (\omega^2 - \omega_n^2)^2}} \tag{10.13}$$

donde ω es la frecuencia motora angular y ω_n es la frecuencia angular normal dada aproximadamente por la Ec. (10.15).

Evidentemente, si la frecuencia motora está entre dos frecuencias normales, o si k_n es grande de modo que la curva de resonancia es ancha, se excitarán de manera apreciable más de un modo normal de vibración, cada uno de ellos en la medida indicada por la Ec. (10.13).

Cuando la fuente de sonido se apaga, cada modo normal de vibración se comporta como la oscilación de un circuito eléctrico resonante en paralelo en el que hay energía inicial almacenada. La presión de cada modo de vibración decrecerá exponencialmente a su frecuencia propia, como se indica en la Fig. 10.7.

Si sólo se ha excitado un modo de vibración, el decrecimiento se produce de la manera indicada en la Fig. 10.7*a* y está dado por

$$p_n = \frac{K}{k_n} e^{-k_n t} \cos \omega_n t \tag{10.14}$$

---

[4] F. V. Hunt, L. L. Beranek, and D. Y. Maa, Analysis of Sound Decay in Rectangular Rooms, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **11** : 80-94 (1939).

[5] L. L. Beranek, "Acoustic Measurements", pp. 329-336, John Wiley & Sons, Inc. Nueva York, N. Y., 1949.

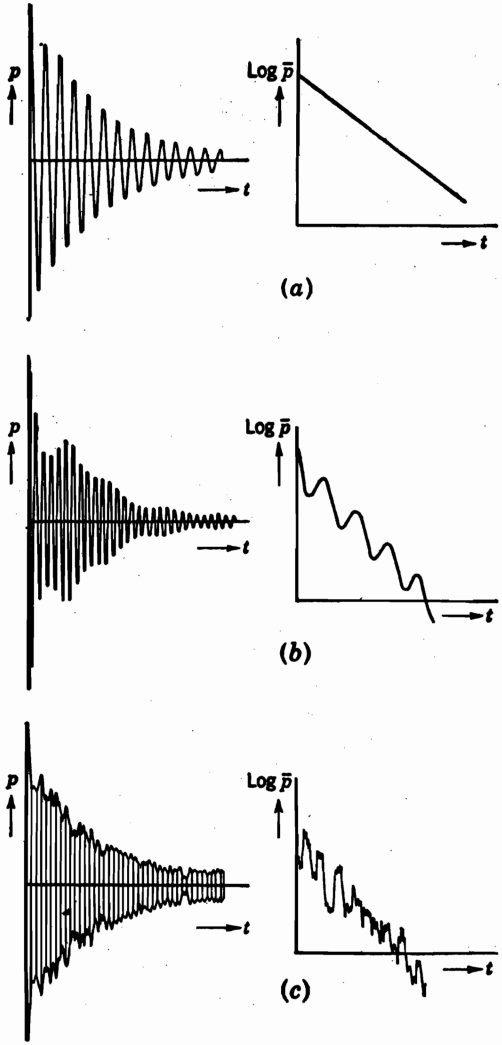


FIG. 10.7. (a) Curva de decrecimiento de la presión sonora para un modo único de vibración. (b) Curvas de decrecimiento de la presión sonora para dos modos próximos de vibración de igual constante de decrecimiento. (c) Curvas de decrecimiento de la presión sonora para varios modos próximos de vibración con la misma constante de decrecimiento. El gráfico de la izquierda muestra la variación instantánea a de la presión; el de la derecha es la envuelta del de la izquierda, representada como log p en función de t.

En otros términos, en una escala de log p_n en función de la frecuencia, el decrecimiento es lineal con el tiempo.

Si dos o más modos normales de vibración decrecen simultáneamente.

hay batimientos por el hecho de que cada uno de ellos tiene su propia frecuencia normal (Fig. 10.7*b* y *c*). Es también posible que cada modo tenga su propia constante de decrecimiento, según la posición del material absorbente en el recinto. En tal caso, la magnitud de las curvas de nivel de presión decrece con un cambio de pendiente, como se ve en la Fig. 10.8.

En resumen, vemos que cuando se coloca una fuente de frecuencia dada en un recinto rectangular, ella excita una o más de las infinitas condiciones de resonancias, llamadas modos normales de vibración. Cada uno de estos modos normales de vibración tiene una diferente distribución de presión en el recinto, su propia frecuencia normal, y su propia constante de amortiguación. La constante de amortiguación determina la altura máxima y el ancho de la curva de resonancia de estado estacionario.

Por otra parte, cuando se corta la fuente de sonido, la presión sonora asociada con cada modo de vibración decae exponencialmente con su propia frecuencia normal y según el régimen determinado por su constante de amortiguación. El recinto es entonces equivalente a un conjunto de resonadores que actúan independientemente al cortarse la fuente de sonido. Cuanto mayor es el recinto y más alta la frecuencia, tanto más juntas están las frecuencias normales y tanto más numerosos serán los modos excitados por una fuente de frecuencia única o de banda estrecha de frecuencias.

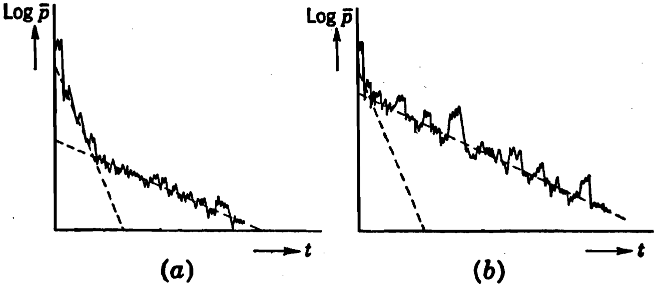


FIG. 10.8. Curvas de decrecimiento de doble pendiente producidas por modos normales de vibración con diferentes constantes de decrecimiento.

10.5. Ejemplos de recintos rectangulares.

Ejemplo 10.1. Determinar las frecuencias normales y los cosenos direccionales para los seis modos normales inferiores de vibración en una habitación de 6,0 × 4,2 × 2,4 m. Tomar como velocidad del sonido 340 m/s.

Solución. Según la Ec. (10.5):

$$f_{1,0,0} = 340/2 \times 1/6 = 28{,}3 \text{ c/s}$$

$$f_{0,1,0} = 340/2 \times 1/4{,}2 = 40{,}4 \text{ c/s}$$

$$f_{1,1,0} = 340/2 \times \sqrt{1/36 + 1/17{,}6} = 49{,}3 \text{ c/s}$$

$$f_{2,0,0} = 340/2 \times 2/6 = 56{,}6 \text{ c/s}$$

$$f_{2,1,0} = 340/2 \times \sqrt{4/36 + 1/17{,}6} = 69{,}6 \text{ c/s}$$

$$f_{0,0,1} = 340/2 \times 1/2{,}4 = 70{,}7 \text{ c/s}$$

Según las Ecs. (10.8) a (10.10), los cosenos de dirección son

$$\text{Para el modo } (1{,}0{,}0){:}\ \theta_x = 0;\ \theta_y = 90°;\ \theta_z = 90°$$

$$(0{,}1{,}0){:}\ \theta_x = 90°;\ \theta_y = 0°;\ \theta_z = 90°$$

$$(1{,}1{,}0){:}\ \theta_x = \cos^{-1}\frac{170}{6 \times 49{,}3} = 55°$$

$$\theta_y = \cos^{-1}\frac{170}{4{,}2 \times 49{,}3} = 35°$$

$$\theta_z = 90°$$

$$\text{Para el modo } (2{,}0{,}0){:}\ \theta_x = 0;\ \theta_y = 90°;\ \theta_z = 90°$$

$$\text{Para el modo } (2{,}1{,}0){:}\ \theta_x = \cos^{-1}\frac{340}{6 \times 69{,}6} = 35{,}5°$$

$$\theta_y = \cos^{-1}\frac{170}{4{,}2 \times 69{,}6} = 54{,}5°$$

$$\theta_z = 90°$$

$$\text{Para el modo } (0{,}0{,}1){:}\ \theta_x = 90°;\ \theta_y = 90°;\ \theta_z = 0°$$

Ejemplo 10.2. Si una fuente de frecuencia igual a 50 c/s se utiliza para excitar la habitación del ejemplo anterior, cuáles serán las amplitudes de presión relativas de los seis modos inferiores de vibración? Suponer que cuando la frecuencia de la fuente es igual a cualquiera de las frecuencias normales, la amplitud de cresta de ese modo de vibración es la misma que para cualquier otro modo de vibración en iguales condiciones. Tomar también $k_n = 2{,}0\ \text{s}^{-1}$.

Solución. Por la Ec. (10.13) tenemos

$$|p_n|_{(1,0,0)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(178)^2\,(4) + (314^2 - 178^2)^2}} = 0{,}0094K$$

$$|p_n|_{(0,1,0)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(254)^2\,(4) + (314^2 - 254^2)^2}} = 0{,}01835K$$

$$|p_n|_{(1,1,0)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(310)^2\,(4) + (314^2 - 310^2)^2}} = 0{,}225K$$

$$|p_n|_{(2,0,0)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(356)^2\,(4) + (314^2 - 356^2)^2}} = 0{,}0224K$$

$$|p_n|_{(2,1,0)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(437)^2\,(4) + (314^2 - 437^2)^2}} = 0{,}00678K$$

$$|p_n|_{(0,0,1)} = \frac{2K \cdot 314}{\sqrt{(4)\,(444)^2\,(4) + (314^2 - 444^2)^2}} = 0{,}00637K$$

La inspección de la Ec. (10.13) muestra que si $\omega_n = \omega$ y $k_n = 2$, entonces $|p_n| = 0{,}5K$. Por lo tanto, expresadas en dB con referencia a $0{,}5K$, las magnitudes en decibel de los seis modos normales de vibración, son

(1,0,0): —34,5 dB
(0,1,0): —28,7 dB
(1,1,0): — 6,9 dB
(2,0,0): —27,0 dB
(2,1,0): —37,4 dB
(0,0,1): —37,9 dB

Es evidente que para k_n tan pequeño como 2 y para las frecuencias normales más bajas, sólo el modo de vibración de frecuencia más próxima a la frecuencia motora recibe una excitación apreciable.

Ejemplo 10.3. Una habitación rectangular cuyas dimensiones son $l_x = 2{,}4$ m, $l_y = 4{,}2$ m, y $l_z = 6$ m, es excitada por una fuente sonora situada en un rincón. La presión sonora desarrollada se mide en otro rincón de la habitación. La fuente produce una banda continua de frecuencias entre 450 y 550 c/s, con un nivel de espectro uniforme y una potencia acústica total de salida de 1 watt. Al apagar la fuente, se obtiene una curva de decrecimiento lineal (log p en función de t) que tiene una pendiente de 30 dB/s. (*a*) Determinar gráficamente el número de modos normales de vibración excitados por la fuente. (*b*) Determinar el ángulo aproximado de incidencia de la onda progresiva que involucra las paredes $x = 0$ y $x = l_x$ en cada uno de los agrupamientos principales de frecuencias normales indicadas en la construcción gráfica. (*c*) Determinar el tiempo de reverberación T. (*d*) Determinar la constante de decrecimiento k. (*e*) Determinar el ancho de la curva de resonancia entre los puntos de potencia mitad (3 dB). (*f*) Determinar el nivel de presión sonora en la cresta de resonancia de cada modo de vibración, suponiendo igual distribución de energía entre los modos de vibración y que K en la Ec. (10.11) es igual a U_0P_0/V, siendo U_n el poder de la fuente definido en la Parte X.

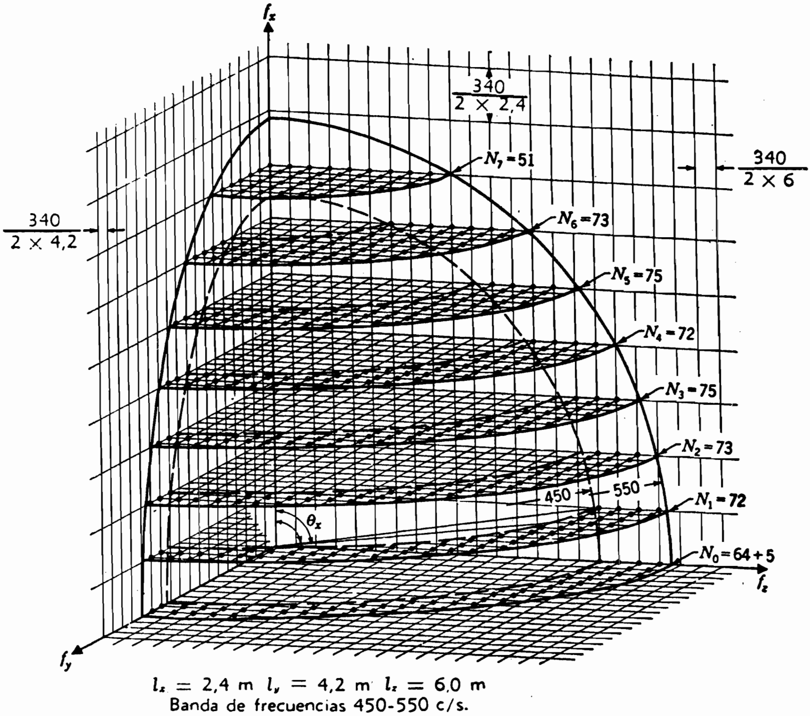


FIG. 10.9. Diagrama de frecuencias normales, en escala, para una habitación rectangular de $6{,}0 \times 4{,}2 \times 2{,}4$ m, con paredes vivas. Se omiten la mayoría de las líneas verticales para evitar confusión. [*Según Hunt, Beranek y Maa*[4], *Analysis of Sound Decay in Rectangular Rooms, J. Acoust. Soc. Amer.*, **11**: 80-94 (1939).]

Solución. *a.* En la Fig. 10.9 se da una solución gráfica de la Ec. (10.5). La frecuencia de cualquier modo dado de vibración en la distancia desde el origen de coordenadas a una de las esferas negras indicadas. Esta frecuencia responde a los tres términos $cn_x/2l_x$, $cn_y/2l_y$, y $cn_z/2l_z$. Obsérvese que a lo largo de la coordenada vertical las frecuencias normales ocurren con incrementos iguales a 340/4,8; a lo largo del eje z en incrementos de 340/12; y a lo largo del restante eje, a incrementos de 340/8,4. En la capa marcada N_0, hay 69 frecuencias normales. El número total de frecuencias normales entre 450 y 550 c/s para esta habitación es de 560. La frecuencia media es de 500 c/s.

b. Los ángulos θ_x de incidencia pueden ser divididos en ocho grupos principales, como se indica en la Fig. 10.9. Los ángulos son los siguientes:

$$\theta_x(0,n_y,n_z) \doteq 90^\circ$$

$$\theta_x(1,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}\left({}^{340}/_{4,8}\cdot{}^{1}/_{500}\right) \doteq 82^\circ$$

$$\theta_x(2,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}\left(\frac{2\cdot 340}{4,8\cdot 500}\right) \doteq 74^\circ$$

$$\theta_x(3,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}(0,42) \doteq 65^\circ$$

$$\theta_x(4,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}(0,56) \doteq 56^\circ$$

$$\theta_x(5,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}(0,70) \doteq 45^\circ$$

$$\theta_x(6,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}(0,84) \doteq 33^\circ$$

$$\theta_x(7,n_y,n_z) \doteq \cos^{-1}(0,98) \doteq 11^\circ$$

c. Régimen de decrecimiento = 30 dB/s.

T = tiempo para un decrecimiento de 60 dB (ver Parte XXIV) = 2 s.

d. $k = 6{,}91$ (ver Ec. 10.32) $= 3{,}46\ s^{-1}$

e. $f'' - f' = k_n/\pi = 1{,}1$ c/s.

f. La potencia suministrada a cada modo de vibración es $W_n = 1/560 = 0{,}00179$ watt. Por la Ec. (4.4) vemos que, para una fuente simple, U_0 está relacionada a $W_n = 4\pi r^2 I$, por

$$U_0^2 = \frac{W_n c}{\pi f^2 \rho_0} = \frac{(0{,}00179)\ (340)}{\pi(500)^2(1{,}18)}$$

$$U_0 = 0{,}000816 \text{ m/s}$$

$$p_n = \frac{U_0\gamma P_0}{k_n V} = \frac{8{,}16\times 10^{-4}\times 1{,}4\times 10^5}{3{,}46\times(8\times 14\times 20)\times 0{,}0283}$$

$$= 0{,}521 \text{ newton/m}^2$$

$$\text{SPL} = 20\log_{10}\frac{0{,}521}{2\times 10^{-5}} = 88{,}3 \text{ dB}$$

PARTE XXIV. *Campos sonoros en los recintos grandes e irregulares.*

10.6. Introducción. Los recintos grandes y de forma irregular tienen también modos normales de vibración que responden cuando son excitados convenientemnete. Sin embargo, su número es tan grande y su distribución de presión es tan compleja que cuando una fuente de sonido excita uno de estos recintos se establecen ondas estacionarias o permanentes que involucran cada una de las paredes a casi *todos* los ángulos de incidencia, aun cuando las frecuencias de la fuente estén limitadas a una estrecha banda. Por otra parte, en un punto cualquiera de la habitación, las ondas sonoras viajan en todas direcciones, de modo que podemos referirnos al campo sonoro existente como a un *campo sonoro difuso.*

Si una fuente de banda estrecha y muchas frecuencias excita una habitación de forma irregular, observamos fluctuaciones de la presión sonora a medida que desplazamos un micrófono por la habitación, tal como ocurre en el caso de los recintos pequeños y regulares. Empero, en los recintos grandes e irregulares, los máximos y los mínimos de presión sonora están mucho más juntos, en posición, que en el caso del recinto regular, y es entonces cosa fácil desplazar en vaivén el micrófono para obtener un promedio espacial satisfactorio de la presión sonora.

10.7. Relación de densidad de energía y presión sonora. Si el micrófono indica el nivel de presión sonora eficaz, promediado en el espacio por el movimiento del micrófono en vaivén sobre un largo de onda, podemos usar la Ec. (2.83) para obtener la *densidad de energía sonora*:

$$D_{\text{med}} = \frac{|p_{\text{med}}|^2}{\rho_0 c^2} \qquad \text{watt-s/m}^3 \qquad (10.15)$$

donde p_{med} = magnitud de la presión sonora promediada en el espacio y en el tiempo, en newton/m^2

$\rho_0 c$ = impedancia característica del aire en rayl MKS. (407 rayl MKS a presión y temperatura normales.)

10.8. Libre camino medio. En las habitaciones grandes e irregulares, podemos visualizar las condiciones acústicas imaginando una onda que se propaga por la habitación. Esta onda avanza en línea recta hasta que choca con una superficie. Es entonces reflejada por la superficie a un ángulo igual al de incidencia, y avanza en la nueva dirección hasta un segundo choque. Debido a que el sonido se propaga con una velocidad de alrededor de 340 m/s, ocurren muchas reflexiones cada segundo.

Desde el punto de vista estadístico, definimos un *libre camino medio* como el promedio de las distancias que una onda sonora recorre entre reflexiones sobre las superficies límites.

Knudsen[6] determinó experimentalmente el libre camino medio en 11 recintos grandes de formas muy diferentes y encontró que está dado muy aproximadamente por

$$\text{Libre camino medio} = d = \frac{4V}{S} \qquad \text{m} \qquad (10.16)$$

donde V es el volumen de la habitación en m^3, y S es el área total de las superficies límites de la habitación, en m^2, incluyendo el piso, pero no las piezas individuales de moblaje. Esta ecuación puede ser también derivada teóricamente.

---

[6] V. O. Knudsen, ''Architectural Acoustics'', pp. 132-141, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1932.

10.9. Coeficientes de absorción del sonido (energía) α_n y $\bar{\alpha}$. La densidad de energía sonora de una onda que atraviesa una habitación está dada por la Ec. (10.15) en términos de la presión sonora. Después que esta onda ha sufrido una reflexión en una pared absorbente, la densidad de energía es menor en el siguiente recorrido a través de la habitación.

Asignemos a cada superficie reflectora un coeficiente de absorción sonora α_n definido como la relación de la energía absorbida a la energía incidente sobre la superficie. A medida que la onda se propaga por la habitación, encuentra las diversas superficies a diversos ángulos de incidencia. En una habitación grande e irregular, el número de ondas que están propagándose simultáneamente es tan grande que todos los ángulos de incidencia son igualmente probables en cada una y todas las superficies. El coeficiente de absorción sonora debe tomarse entonces como promedio para todos los ángulos de incidencia. Los coeficientes de absorción sonora dados en las tablas publicadas se miden en lo posible en esta condición. Por lo tanto, nuestro α_n puede tomarse directamente de las publicaciones oficiales.[7,8]

Además de promediar el coeficiente de absorción para todos los ángulos de incidencia sobre una superficie, podemos promediar los coeficientes de absorción de las diferentes superficies de la habitación, asignándoles un "peso" de acuerdo con el área de cada una de las superficies, del siguiente modo:

$$\bar{\alpha} = \frac{S_1\alpha_1 + S_2\alpha_2 + S_3\alpha_3 + \cdots + S_n\alpha_n}{S} \tag{10.17}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n \tag{10.18}$$

donde S_1, S_2, S_3, ... son las áreas de las superficies absorbentes individuales, en m^2; α_1, α_2, α_3, ... son los coeficientes de absorción asociados respectivamente con esas áreas; y $\bar{\alpha}$ es el coeficiente de absorción medio para la habitación en conjunto.

Si las condiciones de este análisis, esto es, que hay ondas sonoras de aproximadamente igual densidad propagándose con igual probabilidad en todas direcciones, han de satisfacerse, es necesario que ninguna parte de la habitación tenga preponderancia de material. La Ec. (10.17) se ha escrito en la hipótesis de que $\bar{\alpha}$ es muy pequeño, o que las superficies tienen casi el mismo coeficiente de absorción. Es de práctica común en el diseño para condiciones acústicas satisfactorias que los materiales acústicos no se concentren sobre una parte de las superficies de la habitación. Por otra parte, es difícil que exista un campo sonoro difuso en una habitación si $\bar{\alpha}$ es mucho mayor que 0,3, porque las ondas se amortiguan rápidamente.

---

[7] "Sound Absorption Coefficients of Architectural Acoustical Materials", *Acoust. Materials Assoc. Bull.* 14, 1953, Nueva York, N. Y.

[8] "Sound Absorption Coefficients of the More Common Acoustical Materials' *Natl. Bur. Standards Bull., Letter Circ.* LC870.

TABLA 10.1. Coeficientes para materiales de construcción en general †.

Material	Espesor cm	Coeficientes					
		125	250	500	1000	2000	4000
Pared de ladrillo, sin pintar	45	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05
Pared de ladrillo, pintada	45	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
Revoque, yeso, sobre ladrillos huecos, pintado o no	..	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0.04
Revoque, yeso, primera y segunda capa de enlucido sobre metal desplegado, sobre tarugos de madera	..	0,04	0,04	0,04	0,06	0,06	0,03
Revoque, mortero de cal, terminación a la arena sobre metal desplegado	2	0,04	0,05	0,06	0,08	0.04	0,06
Revoque, sobre lana de madera	..	0,40	0,30	0,20	0,15	0,10	0,10
Revoque fibroso	5	0,35	0,30	0,20	0,55	0,10	0,04
Hormigón, sin pintar	..	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
Hormigón, pintado	..	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02
Madera maciza y pulida	5	0,1	....	0,05	....	0,04	0,04
Madera en paneles, con espacio de aire (5 a 10 cm) detrás	1-1,5	0,30	0,25	0,20	0,17	0,15	0,10
Madera, plataforma con gran espacio de aire debajo	..	0,4	0,3	0,2	0,17	0,15	0,1
Vidrio	..	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,20
Pisos:							
Pizarra sobre contrapiso	..	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02
Madera sobre contrapiso	..	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02
Corcho, linóleo, yeso o goma sobre contrapiso	4,5	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03	0.02
Bloques de madera, pino resinoso	..	0,05	0,03	0,06	0,09	0,10	0,22
Alfombras:							
De lana, acolchadas	1,5	0,20	0,25	0,35	0,40	0,50	0,75
De lana, sobre hormigón	1,[illegible]	0,09	0,08	0,21	0,26	0,27	0,37
Colgaduras y tejidos:							
Aterciopelados, extendidos:							
0,35 Kg/m²	..	0,04	0,05	0,11	0,18	0,30	0,35
0,45 Kg/m²	..	0,05	0.07	0,13	0,22	0,32	0,35
0,60 Kg/m²	..	0,05	0,12	0,35	0,48	0,38	0,36
Aterciopelados, drapeados a la mitad de la superficie:							
0,45 Kg/m²	..	0,07	0,31	0,49	0,75	0,70	0,60
0,60 Kg/m²	..	0,14	0,35	0,55	0,75	0,70	0,60
Asientos y personas ($\alpha_n S$ en metro cuadrado por persona o asiento):							
Asientos:							
Sillas, respaldo sin tapizar, asiento de cuero	..	0,2	0,25	0,30	0,30	0,30	0,25
Butacas, de teatro, tapizado grueso	..	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Sillas de orquesta, de madera	..	0,01	0,015	0,02	0,035	0,05	0,06
Cojines para bancos de iglesia, por persona	4	0,1	0,15	0,17	0,17	0,16	0,14
Personas:							
En asientos sin tapizar (sumar a la absorción de las sillas con asiento de cuero)	..	0,07	0,06	0,05	0,13	0,16	0,2

† Reunidos y promediados por el autor según datos publicados. Las numerosas divergencias observables en la literatura corriente no permiten ofrecer cifras exactas.

Material	Espesor cm	Coeficientes					
		125	250	500	1000	2000	4000
En asientos de tapizado grueso	..	0,07	0,06	0,06	0,10	0,10	0,12
En asientos de orquesta con instrumentos (sumar a la absorción de sillas de madera)	..	0,4	0,75	1,1	1,3	1,3	1,1
Jóvenes en la escuela secundaria, incluso el asiento	..	0,22	0,3	0,33	0,4	0,44	0,45
Niños en la escuela primaria, sentados, incluso el asiento..........	..	0,18	0,23	0,28	0,32	0,35	0,40
De pie	..	0,2	0,35	0,47	0,45	0,5	0,4
Sentadas en bancos de iglesia (sin almohadón)	..	0,25	0,27	0,33	0,38	0,4	0,38

Obsérvese que el coeficiente de absorción α_n es en realidad una medida del poder de absorción por unidad de área de una superficie límite de una habitación. Si hay una ventana abierta en la habitación, toda la energía incidente sale afuera y ninguna se refleja. Por lo tanto, para una ventana abierta, $\alpha_n \doteq 1$. † La absorción de una superficie de material acústico u otra superficie de la habitación se expresa, entonces, en términos del área equivalente de ventana abierta. Por ejemplo, 10 m^2 de pared puede absorber la misma proporción de sonido incidente que 4 m^2 de ventana abierta. El coeficiente de absorción α_n para la pared es entonces 0,4.

Todos los materiales tienen coeficientes de absorción diferentes a diferentes frecuencias. Para la especificación completa de las propiedades de absorción de un material se necesita una curva de α en función de la frecuencia. Es de práctica común especificar los coeficientes de absorción sonora en la literatura de los fabricantes a 125, 250, 500, 1.000, 2.000 y 4.000 c/s. Al discutir en general las propiedades de los materiales absorbentes es común especificar su comportamiento a 500 c/s.

El efecto acústico de las personas, sillas, asientos, mesas, escritorios, etc., que son objetos que forman parte de las superficies límites de la habitación, debe también tomarse en cuenta. Es costumbre asignar un número $S\alpha_n$ a cada persona o cosa y agregarlo al numerador de la Ec. (10.17). Por ejemplo, si hay 20 personas sentadas en una habitación, y si el número $S\alpha_n$ para cada persona a una frecuencia determinada es 0,4, hay que agregar 8 unidades al numerador de la Ec. (10.17). No se modifica el área total S.

Para su uso en la resolución del problema, se dan valores típicos de los coeficientes de absorción para materiales comunes, para asientos, y para personas, medidos en cámaras de reverberación,[9] en la tabla 10.1. En las Figs. 10.10 y 10.11 se dan gráficas de los coeficientes de absorción para paneles acústicos típicos perforados, con aproximadamente 4.500 agujeros por metro cuadrado y de 4,5 mm de diámetro. En la Fig. 10.12 se ve el efecto de variar el tamaño de los agujeros y la distancia entre agujeros en una hoja metálica utilizada para cubrir una capa de 75 mm de espesor de lana mineral. Se dan datos típicos para paneles porosos y homogéneos, de distintos espesores, en la Fig. 10.13. Pueden obtenerse datos sobre diversos materiales comerciales en las fuentes citadas en las referencias 7 y 8.

---

† Esta afirmación es más estrictamente cierta sólo cuando la ventana tiene varias longitudes de onda de altura y ancho. Cuando las dimensiones son comparables con, o menores que la longitud de onda, su coeficiente de absorción puede ser mayor o menor que la unidad, debido a los efectos de difracción.

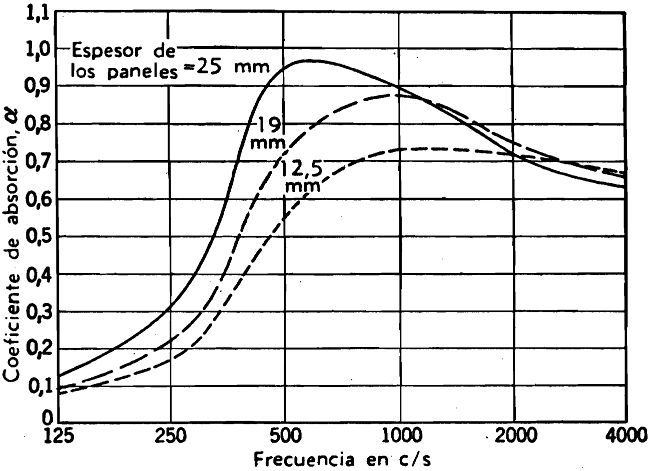


FIG. 10.10. Características medias de absorción de los paneles perforados adheridos directamente a una superficie viva. El número de agujeros en la cara perforada es de 4.000 a 5.000 por m^2 y su diámetro está comprendido entre 4 y 4,5 mm.

10.10. Régimen de decrecimiento. El régimen de decrecimiento del sonido en una habitación grande e irregular puede determinarse, fácilmente[10, 11]. Supongamos que acaba de cortarse la fuente de sonido y que el sonido se está amortiguando en la habitación. Sea

$$t' = \frac{d}{c} = \frac{4V}{cS} \quad \text{s} \qquad (10.19)$$

donde t' = tiempo en segundo que emplea la onda en recorrer el libre camino medio
c = velocidad del sonido en m/s
$d = 4V/S$ = libre camino medio en m [ver Ec· (10.16)].

---

[9] BERANEK, *op. cit.*, pp. 860-869.

[10] W. C. SABINE, ''Collected Papers on Acoustics'', pp. 43-45, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1927.

[11] R. F. NORRIS, ''A Derivation of the Reverberation Formula'', publicado en el Apéndice II de V. O. Knudsen, ''Architectural Acoustics'', John Wiley & Sons, Inc. Nueva York, 1932.

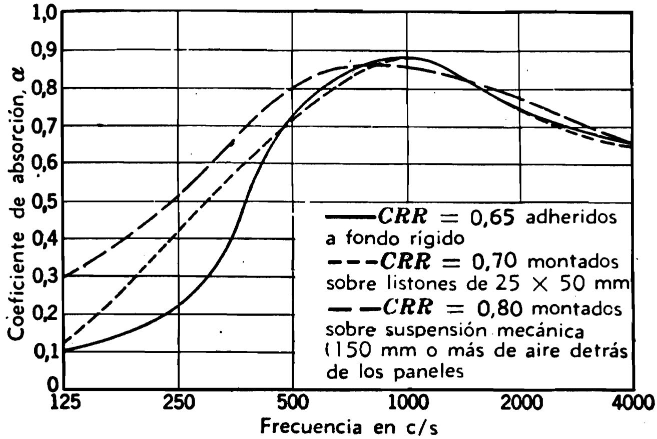


FIG. 10.11. Efecto del montaje sobre el coeficiente de reducción del ruido de un panel de 19 mm de espesor, perforado. La cantidad CRR es el coeficiente de reducción del ruido obtenido promediando los coeficientes para 250, 500, 1.000 y 2.000 c/s, inclusive.

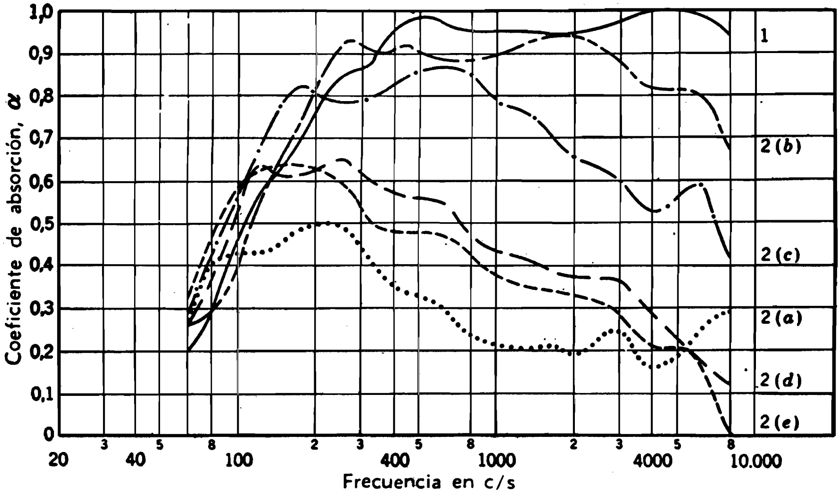


FIG. 10.12. Variación de la absorción con el espaciado de los agujeros en una cubierta de hoja metálica pintable.

1. 75 mm de lana mineral, sin cubrir.

2. 75 mm de lana mineral cubierta con una chapa de acero Nº 22 (*a*) sin perforar; (*b*) con agujeros de 3 mm a 7,5 mm entre centros; (*c*) agujeros de 3 mm a 15 mm entre centros; (*d*) agujeros de 3 mm a 32 mm entre centros. (*Según el National Physical Laboratory, Inglaterra.*)

Supongamos que la densidad de energía inicial del sonido era de D' watt/m^3. Luego, después de nt' segundo, la onda sonora habrá sufrido n reflexiones. En cada reflexión, la densidad de energía en ese instante será reducida en $\bar{\alpha}$ (ver Fig. 10.14). Por lo tanto, la densidad de energía después de cada reflexión sucesiva es

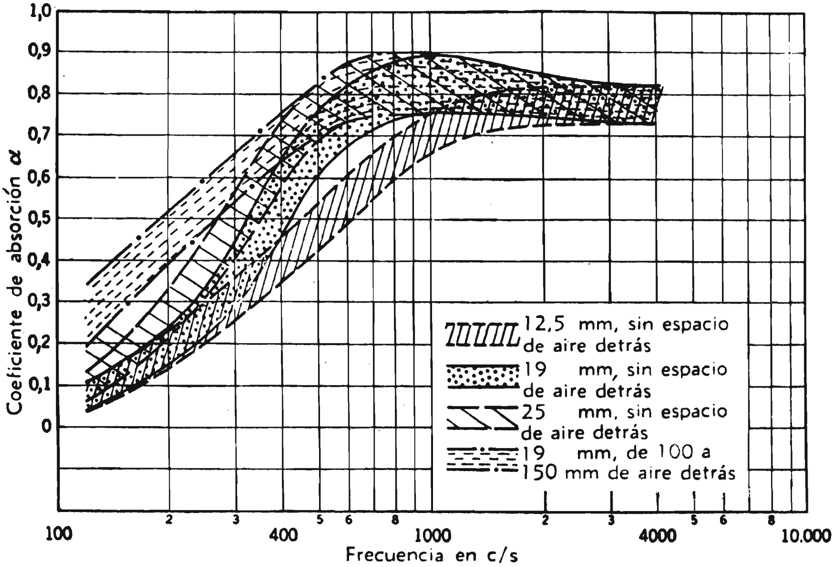


FIG. 10.13. Curvas que muestran los rangos probables de los coeficientes de absorción sonora para paneles acústicos porosos lisos o fisurados de varios espesores montados en relación con una pared rígida de la manera indicada. Los valores publicados se encuentran por lo general entre los límites de dispersión indicados aunque pueden encontrarse importantes excepciones.

$$
\begin{aligned}
D(t') &= D'(1 - \bar{\alpha}) \\
D(2t') &= D'(1 - \bar{\alpha})^2 \\
D(nt') &= D'(1 - \bar{\alpha})^n
\end{aligned}
\qquad (10.20)
$$

Pero

$$n = \frac{t}{t'} \qquad (10.21)$$

de modo que, por la Ec. (10.19),

$$D(t) = D'(1 - \bar{\alpha})^{(cS/4V)t} \qquad (10.22)$$

Pero

$$1 - \bar{\alpha} \equiv e^{\log_e (1 - \bar{\alpha})} \qquad (10.23)$$

Luego

$$D(t) = D'e^{-(cS/4V)\,[-\log_e(1-\bar{\alpha})]t} \tag{10.24}$$

donde $D(t)$ es la densidad de energía después del tiempo t.

Si convertimos este resultado en nivel de presión sonora con ayuda de las Ecs. (10.15) y (1.18), obtenemos,†

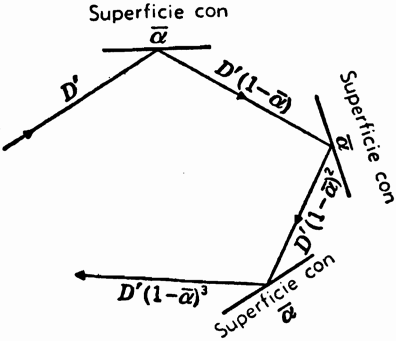

Superficie con $\bar{\alpha}$
D'
D'(1−$\bar{\alpha}$)
Superficie con $\bar{\alpha}$
D'(1−$\bar{\alpha}$)²
Superficie con $\bar{\alpha}$
D'(1−$\bar{\alpha}$)³

FIG. 10.14. Trayectoria de una onda sonora de energía inicial D′ al reflejarse en superficies de coeficiente de absorción medio $\bar{\alpha}$. La distancia entre las superficies es la distancia de libre camino medio $d = 4V/S$.

$$10\log_{10}\left[\frac{|p_{\text{med}}|^2}{0{,}00002)^2}\right]_{t=t} = 10\log_{10}\left[\frac{|p_{\text{med}}|^2}{(0{,}00002)^2}\right]_{t=0} - 4{,}34\,\frac{cS}{4V}\,[-\log_e(1-\bar{a})]t \quad \text{dB} \tag{10.25}$$

$$\text{SPL}_{t=t}\text{—SPL}_{t=0} = 1{,}085\,\frac{cS}{V}\,[-2{,}30\log_{10}(1-\bar{a})]t \quad \text{dB} \tag{10.26}$$

Por lo tanto, el nivel de presión sonora decrece según el régimen

$$1{,}085\,\frac{cS}{V}\,[-2{,}30\log_{10}(1-\bar{a})] \quad \text{dB/s} \tag{10.27}$$

Unidades métricas de absorción. Definiremos arbitrariamente una constante a' como

$$\begin{aligned} a' &\equiv S[-2{,}30\log_{10}(1-\bar{a})] \\ &\equiv \text{unidades métricas de absorción en m}^2 \end{aligned} \tag{10.28}$$

donde S está dado por la Ec. (10.18)

---

† Obsérvese que $\log_{10} e^x = 0{,}434x$; $\log_e 10^x = 2{,}30x$; y $\log_e y = 2{,}30\log_{10} y$.

Unidades de absorción en sabine. Para el caso especial de las unidades inglesas, la cantidad a' de la Ec. (10.28) se llama a, el número de *unidades de absorción en sabine.* La cantidad a tiene entonces la dimensión del pie cuadrado.

En la práctica, $\bar{\alpha}$ se obtiene con la Ec. (10.17), y $[-2{,}30 \log_{10} (1-\bar{\alpha})]$ se obtiene a partir de $\bar{\alpha}$ con el ábaco dado en la Fig. 10.15.

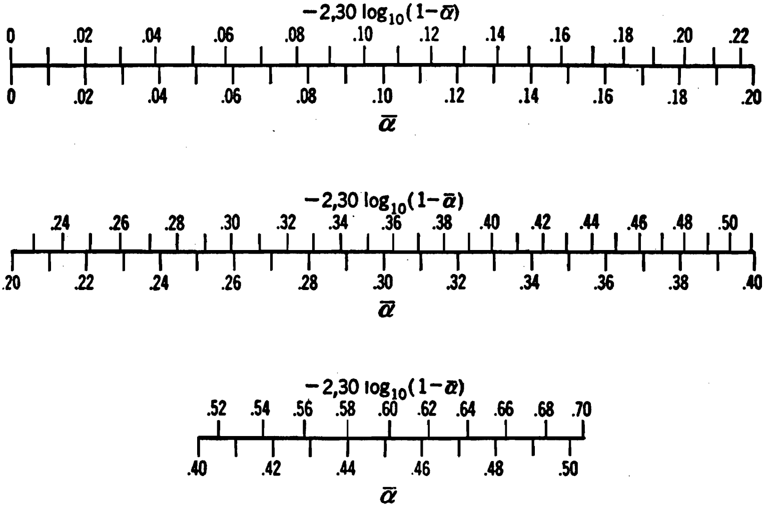


FIG. 10.15. Ábaco que da $-2{,}30 \log_{10} (1-\bar{\alpha})$ en función de $\bar{\alpha}$.

Luego se obtiene a (o a') multiplicando S de la Ec. (10.18) en pies cuadrados (o en metros cuadrados) por este resultado.

10.11. Absorción de límite solamente.

Tiempo de reverberación. El tiempo de reverberación T defínese como el tiempo necesario para que la densidad de energía sonora decaiga 60 dB, es decir, llegue a ser 10^{-6} del valor inicial. Según las Ecs. (10.27) y (10.28), el tiempo de reverberación es

$$T = \frac{60V}{1{,}085ca'} \quad \text{s} \qquad (10.29)$$

donde $V =$ volumen de la habitación en m^3
$c =$ velocidad del sonido en m/s
$a' =$ unidades de absorción métricas en m^2

Unidades métricas. Para unidades métricas, a la temperatura normal (22° C), el tiempo de reverberación es

$$T = 0{,}161 \frac{V}{a'} \quad \text{s} \qquad (10.30)$$

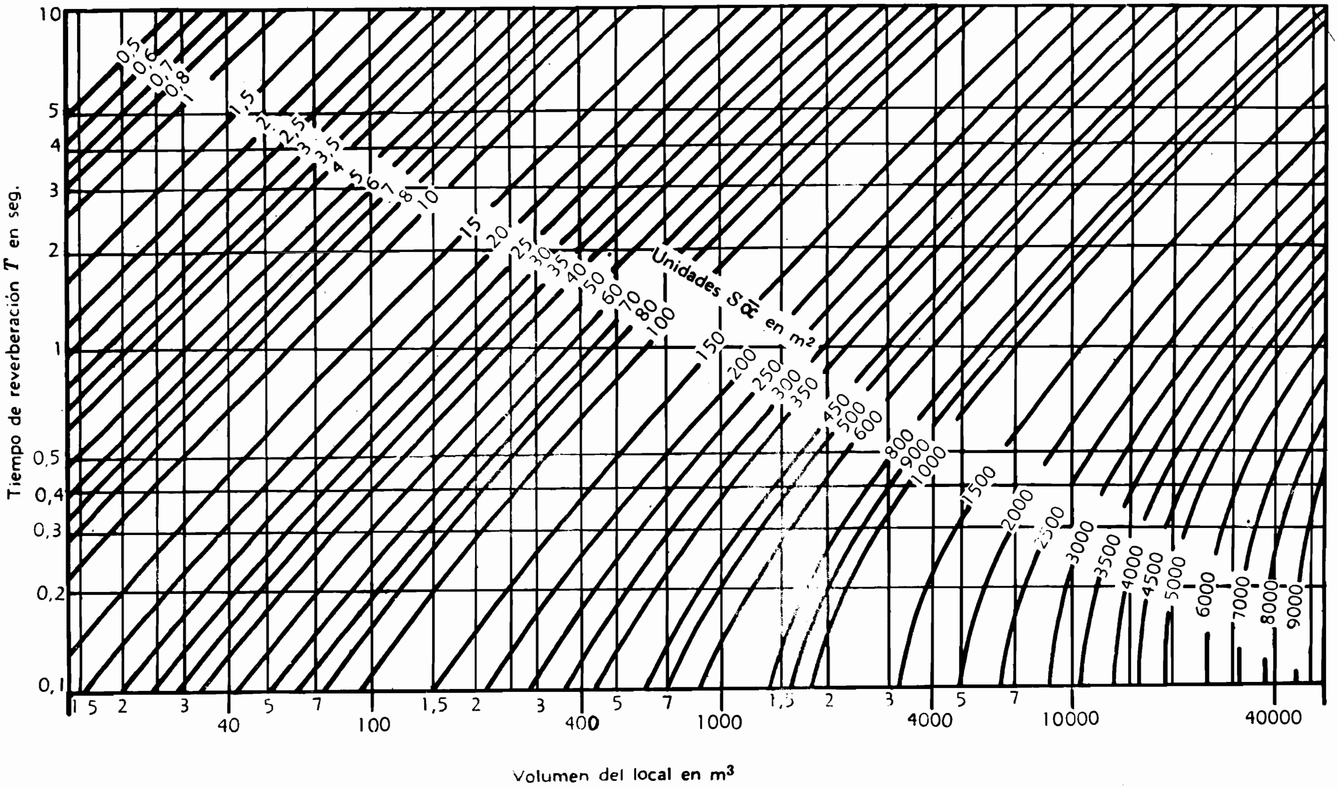


FIG. 10.16. Relaciones entre el tiempo de reverberación, el volumen y las unidades $S\bar{\alpha}$ en metro cuadrado. La corrección — 2,30 $\log_{10}$ $(1 - \bar{\alpha})$ está incorporada; el error máximo en el tiempo de reverberación es menor que 5 por ciento para las habitaciones cuya dimensión máxima es menor que cinco veces la mínima.

Unidades inglesas. Para unidades inglesas, a temperatura normal (22° C), el tiempo de reverberación es

$$T = 0{,}049 \frac{V}{a} \quad \text{s} \tag{10.31}$$

donde $V =$ volumen de la habitación en pie^3
$a =$ unidades de absorción en sabine (pie^2)

El tiempo de reverberación T, como función del volumen de la habitación y del producto $S\bar{\alpha}$ de la habitación [ver Ec. (10.17)], puede obtenerse directamente de la Fig. 10.16, para habitaciones cuya dimensión máxima es menor que cinco veces la dimensión mínima. El uso de este ábaco hace innecesario el uso de la Fig. 10.15, dado que la relación entre el producto $S\bar{\alpha}$ y a está automáticamente incorporada a la fórmula dentro de una precisión del 5 por ciento.

Constante de decrecimiento k_n. También es de interés observar que si el exponente de la Ec. (10.24), que establece el régimen de decrecimiento de la densidad de energía sonora, se iguala a dos veces el exponente de la Ec. (10.14) (es decir, $2k_n$), que da la misma cantidad, obtenemos

$$2k_n = \frac{cS}{4V}\left[-\log_e(1-\bar{\alpha})\right] = \frac{ca'}{4V}$$

o, por la Ec. (10.29),

$$k_n = \frac{15}{(2)\,(1{,}085T)} = \frac{6{,}91}{T} \quad \text{s}^{-1} \tag{10.32}$$

En otros términos, si el nivel de presión sonora decae linealmente con el tiempo en 60 dB, todos los modos importantes de vibración tienen la misma constante de decrecimiento k_n y esta constante es igual a 6,91 dividido por el tiempo de reverberación T.

10.12. Absorción de límite y en el aire. El sonido es absorbido no sólo por las superficies límites de la habitación, sino por el aire mismo. Si la habitación es pequeña, el número de reflexiones en las paredes es grande en cada segundo, y el tiempo transcurrido entre reflexiones es correspondientemente pequeño. En este caso no es importante, en general, la absorción en el aire. En cambio, en un gran auditorium o una iglesia, el tiempo entre reflexiones es grande, de modo que no puede ya despreciarse la absorción de energía en el aire mismo.

Las ecuaciones de reverberación (10.29) y (10.31) deben ser modificadas para tomar en cuenta la absorción en el aire si se pretenden resultados exactos. Esto es necesario en particular para las frecuencias altas (por encima de los 1000 c/s), como veremos en seguida.

Volviendo a la Ec. (10-20), vemos que cada vez que una onda atraviesa la habitación experimenta una reflexión y la densidad de energía se reduce en el coeficiente de absorción α. Al cabo del tiempo t la onda ha experimentado t/t' reflexiones, siendo t' el tiempo necesario para recorrer el libre camino medio.

Mientras la onda recorre un libre camino medio, la densidad de energía decrece debido solamente a la absorción del aire en la relación

$$D(t') = D'e^{-md} \tag{10.33}$$

donde $D(t')$ = densidad de energía después que la onda ha recorrido un libre camino medio, en watt-s/m^3
D' = densidad inicial de energía para $t = 0$
m = constante de atenuación de energía en m^{-1}
d = longitud del libre camino medio en m

Al cabo del tiempo t, la onda habrá experimentado t/t' reflexiones y habrá recorrido una distancia td/t'. Luego, según las Ecs. (10.16), (10.19) y (10.22), la densidad de energía está dada por

$$D(t) = D'(1 - \overline{a})^{(cS/4V)t}e^{-(cS/4V)(4V/S)mt} \tag{10.34}$$

o

$$D(t) = D'e^{-(cS/4V)[-\log_e(1-\overline{a})-4Vm/S]t} \tag{10.35}$$

Tiempo de reverberación. Convirtiendo esta ecuación al tiempo necesario para el decrecimiento de 60 dB, obtenemos la ecuación de reverberación en unidades métricas

$$T = \frac{60V}{1{,}085c(a' + 4mV)} \tag{10.36}$$

donde T = tiempo de reverberación en segundo
V = volumen de la habitación en m^3
c = velocidad del sonido en m/s
a' = número de unidades métricas de absorción dado por la Ec. (10.28)
m = constante de atenuación de energía en m^{-1}, dado por las Ecs. (10.38) y (10.39*a*), siguientes.

En unidades inglesas se tiene, en cambio,

$$T = 0{,}049\frac{V}{a + 4mV} \tag{10.37}$$

donde V = volumen de la habitación en pie^3
a = unidades de absorción en sabine (pie^2)
m = constante de atenuación de energía en m^{-1}, dado por las Ecs. (10.38) y (10.39*b*), o por la Fig. 10.18.

Determinación de la constante de atenuación de energía m. La constante de atenuación de energía m está compuesta de dos partes. Una parte es consecuencia de los efectos de la viscosidad y la conducción calorífica del gas y la otra parte, de los efectos de la absorción y la dispersión molecular en los gases poliatómicos que involucran un intercambio de las energías traslacional y vibracional entre las moléculas que chocan.

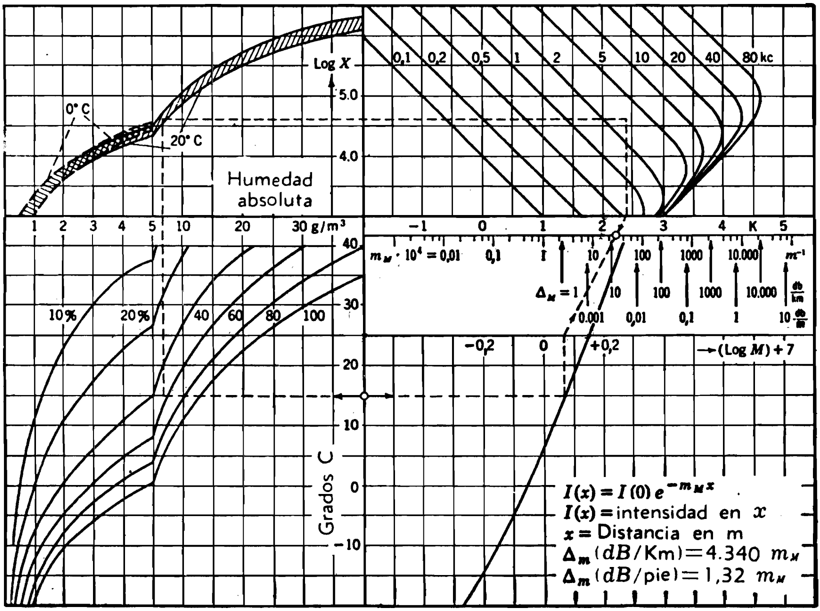


FIG. 10.17. Nomograma para determinar la constante de atenuación en el aire debida a la absorción molecular, m_M.

Para el aire, la primera parte está dada por la ecuación

$$m_1 = 4{,}24 f^{2} \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^{-1} \tag{10.38}$$

La segunda parte, m_M, se obtiene de la Fig. 10.17. Para determinar m_M en la Fig. 10.17 se sigue el siguiente procedimiento:

1. Empezar con la temperatura del caso en °C y desplazarse hacia la *izquierda* a partir de la línea central inferior del nomograma (15° C en el ejemplo ilustrado).
2. Detenerse sobre la línea correspondiente a la humedad relativa (50 % en el caso ilustrado).
3. Desplazarse verticalmente hasta el borde inferior de la región sombreada. Desplazarse luego hacia la derecha hasta el contorno de frecuencia del caso (3000 c/s en el ejemplo).
4. Desplazarse hacia abajo hasta la escala K ($K = 2{,}4$ en el ejemplo).
5. Comenzar nuevamente con la temperatura y desplazarse hacia la

derecha hasta la curva inferior de la derecha, y de allí desplazarse hacia arriba hasta la escala log $M + 7$ (en el ejemplo, log $M + 7 = 0{,}07$).

6. Unir los puntos finales de las dos trazas con una línea recta (el valor de m_m en el ejemplo ilustrado es 0,003 m^{-1}).

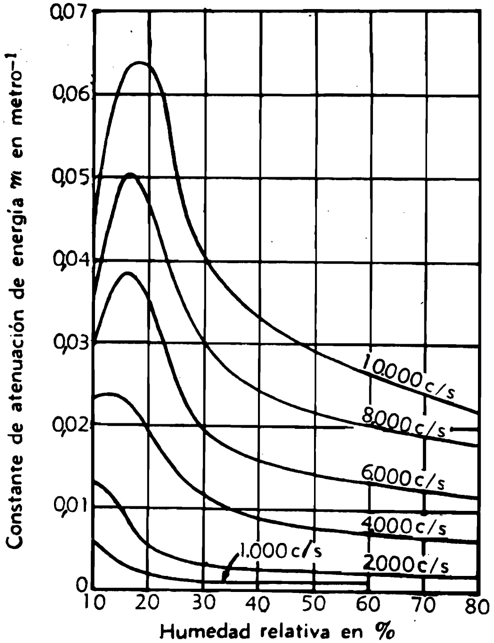


FIG. 10.18. Valores medidos de la constante de atenuación de energía m en función de la humedad relativa para diferentes frecuencias, $I(x) = I_0 \exp(-mx)$. Supónese la temperatura próxima a 20°C. (*Según Knudsen and Harris,*[12] *"Acoustical Designing in Architecture", p.* 160, *Fig.* 8.10, *John Wiley & Sons, Inc. Nueva York,* 1950.)

El valor de m es igual a la suma de las dos partes,

$$m = m_1 + m_m \qquad \mathrm{m}^{-1} \qquad (10.39a)$$

o

$$m = 0{,}305(m_1 + m_m) \qquad \mathrm{ft}^{-1} \qquad (10.39b)$$

donde m_1 está dado por la Ec. (10.38) y m_m por la Fig. 10.17, ambos en unidades métricas.

Para la temperatura ambiente normal (20° C), se han representado los valores medidos equivalentes a la Ec. (10.39a), en la Fig. 10.18, en función de la humedad relativa en tanto por ciento.[12] Estas cantidades son mayores que las calculadas con la Ec. (10.39a) por razones que no se conocen muy bien. Es de práctica común utilizar los valores medidos en la solución de los problemas prácticos.

---

[12] V. O. KNUDSEN and C. M. HARRIS, "Acoustical Designing in Architecture", p. 160, Fig. 8-10, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1950.

Como información adicional, el número de decibeles en que se atenúa una onda al propagarse por el aire, por unidad de distancia, es

$$\Delta_m = 4{,}34m \qquad \text{dB/unidad de distancia} \tag{10.40}$$

El tiempo de reverberación T es de principal importancia en el diseño de auditorium, iglesias, estudios de radiodifusión y habitaciones familiares. Veremos en el Cap. 13 cómo debe elegirse T en cada caso.

10.13. Densidad de energía sonora en el estado estacionario reverberante. Después que se ha puesto en funcionamiento la fuente, ésta suministra energía a la habitación más rápidamente que lo que la absorben las superficies límites, hasta que se establece una condición de equilibrio. En la condición de equilibrio, la energía absorbida es igual a la energía suministrada por la fuente.

Es conveniente dividir el campo sonoro en dos partes, el *campo sonoro directo* y el *campo sonoro reverberante*. Por definición, el campo sonoro es "directo" hasta el momento preciso en que la onda proveniente de la fuente sufre la primera reflexión. El campo sonoro reverberante comprende todas las ondas presentes después de la primera reflexión.

La fuente sonora radia una potencia W watt en la habitación. De esta potencia, W_D será absorbida por la pared en la primera reflexión, y W_R será absorbida en las reflexiones subsiguientes. Evidentemente, despreciando por el momento la absorción del aire, $W = W_D + W_R$.

Absorción de límite solamente. Si la fuente sonora es adireccional y está situada en el centro de la habitación, la onda esférica por ella emitida sufre la primera reflexión una vez que ha recorrido el libre camino medio. Las paredes en que se refleja tienen el coeficiente medio de absorción $\bar{a}$. Por lo tanto, la potencia suministrada por la fuente asociada con la onda directa es igual a la potencia absorbida en la primera reflexión. Esta potencia es, por definición,

$$W_D = W\bar{a} \tag{10.41}$$

y la potencia suministrada por la fuente al campo sonoro reverberante es

$$W_R = W(1 - \bar{a}) \tag{10.42}$$

Discutamos primero el campo reverberante. El valor de estado estacionario de la densidad de energía reverberante es D'. El número de reflexiones por segundo en las superficies de absorción media $\bar{a}$ es igual a $1/t' = cS/4V$. Luego, la energía reverberante total por segundo que se saca de la habitación es

$$D'V\frac{\bar{a}}{t'} = W_R$$

$$\frac{D'cS\bar{a}}{4V}V = W(1 - \bar{a})$$

o

$$D' = \frac{4W(1-\bar{\alpha})}{cS\bar{\alpha}} \tag{10.43}$$

donde D' = densidad de energía reverberante en watt-s/m^3
W = potencia total suministrada por la fuente en watt
V = volumen de la habitación en m^3
c = velocidad del sonido en m/s
S = área de las superficies de la habitación en m^2
α = coeficiente de absorción medio

Combinando las Ecs. (10.15) y (10.13), obtenemos

$$|p_{\text{med}}|_R^2 = \frac{4\rho_0 c W}{R} \tag{10.44}$$

Donde, por definición,

$$R \equiv \frac{S\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} = \text{constante de la habitación, m}^2 \tag{10.45}$$

donde S está en metro cuadrado, o

$$R = \frac{S\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} = \text{constante de la habitación, pie}^2 \tag{10.46}$$

donde S está en pie cuadrado.

La presión sonora eficaz, promediada en el tiempo y en el espacio, es, según la Ec. (10.44), proporcional a la potencia emitida por la fuente e inversamente proporcional a la constante R' de la habitación.

Absorción de límite y en el aire. La reducción de la densidad de energía de la onda sonora debida a la absorción en el aire mientras recorre un libre camino medio es igual a D' exp $(-4mV/S)$. En el tiempo t (segundo) la onda recorrerá t/t' libres caminos medios, siendo $t' = 4V/cS$ el tiempo necesario para recorrer el libre camino medio. La potencia total absorbida por la onda reverberante en la habitación será igual a la absorbida en las superficies límites más la absorbida en el aire:

$$\text{Potencia absorbida en las superficies} = D'V\left(\frac{cS}{4V}\right)\bar{\alpha} \tag{10.47}$$

$$\text{Potencia absorbida en el aire} = D'V\,\frac{cS}{4V}\,(1 - e^{-4mV/S}) \tag{10.48}$$

$$\text{Potencia total absorbida por el campo reverberante} = We^{-4mV/S}(1-\bar{\alpha}) \tag{10.49}$$

Sumando la (10.47) y la (10.48), igualando a la (10.49) y despejando *D'*,

$$D' = \frac{4W(1 - \bar{a})e^{-4mV/S}}{cS[(\bar{a} + 1) - e^{-4mV/S}]} \tag{10.50}$$

Aproximadamente

$$D' \doteq \frac{4W\left[1 - \left(\bar{a} + \dfrac{4mV}{S}\right)\right]}{cS[\bar{a} + (4mV/S)]} \tag{10.51}$$

Sea

$$R_T \equiv \frac{S[\bar{a} + (4mV/S)]}{1 - [\bar{a} + (4mV/S)]} = \frac{S\bar{a}_T}{1 - \bar{a}_T} \tag{10.52}$$

$$\equiv \text{constante total de la habitación, m}^2$$

donde

$$\bar{a}_T \equiv \bar{a} + \frac{4mV}{S} \tag{10.53}$$

Alternativamente,

$$R_T \equiv \frac{S\bar{a}_T}{1 - \bar{a}_T} \tag{10.54}$$

$$\equiv \text{constante total de la habitación, pie}^2$$

Luego, en *unidades métricas,*

$$\frac{|p_{\text{med}}|_R^2}{\rho_0 c^2} = D' = \frac{4\ W}{cR'_T} \tag{10.55}$$

o

$$|p_{\text{med}}|_R^2 = \frac{4\rho_0 c W}{R'_T} \tag{10.56}$$

La Ec. (10.56) es idéntica, formalmente, a la Ec. (10.44), excepto que el coeficiente medio de absorción ha sido aumentado en $4mV/S$.

10.14. Densidad de energía sonora total de estado estacionario. *Fuente sonora adireccional.* Cerca de una fuente puntual de sonido, la intensidad sonora es mayor que a cierta distancia. Si la fuente es lo suficientemente pequeña y la habitación no es muy reverberante, el campo acústico muy cerca de semejante fuente es independiente de las propiedades de la habitación. En términos más sencillos, si el oído de una persona está a pocos centímetros de la boca del que habla, la habitación tiene poco efecto sobre lo que se escucha en estas condiciones.

Pero, a mayores distancias, el campo sonoro directo decrece, y eventualmente, predomina el campo sonoro reverberante.

Si estamos a más de un tercio de longitud de onda del centro de una fuente puntual, la densidad de energía a la distancia r es

$$D_r \doteq \frac{|p_r|^2}{\rho_0 c^2} \tag{10.57}$$

donde D_r = densidad de energía en un punto a la distancia r del centro de una fuente esférica, en watt-s/m^3

p_r = magnitud de la presión sonora eficaz en el mismo punto, en newton/m^2

La presión sonora debida a la fuente esférica está relacionada a la potencia radiada por la expresión

$$\frac{|p_r|^2}{\rho_0 c^2} = \frac{W}{4\pi r^2 c} \tag{10.58}$$

Combinando las ecuaciones para las densidades de energía directa y reverberante (10.44) y (10.58), obtenemos la presión eficaz cuadrática $|p|^2$ en un punto cualquiera a la distancia r de la fuente, en la habitación,

$$|p|^2 = W\rho_0 c\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) \tag{10.59}$$

Expresada como nivel de presión en dB,

$$\text{SPL} = 10\log_{10} W + 10\log_{10}\rho_0 c + 94 + 10\log_{10}\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) \quad \text{dB} \tag{10.60}$$

donde SPL = nivel de presión sonora en dB *re* 0,0002 microbar (0,00002 newton/m^2), a la distancia r de la fuente.

W = potencia emitida por la fuente, watt.

$\rho_0 c$ = impedancia característica del aire en rayl MKS. A 22°C y 0,751 mm Hg, $10\log_{10}\rho_0 c = 10\log_{10} 407 = 26{,}1$ dB (unidades MKS).

r = distancia al centro de la fuente en m.

$R = S\bar{a}/(1-\bar{a})$ = constante de la habitación en m^2. Si hay absorción en el aire, $\bar{a}$ se reemplaza con $\bar{a}_T$ de la Ec. (10.53).

$\bar{a}$ = coeficiente medio de absorción para la habitación (adimensional) [ver Ec. (10.17)].

S = área de las superficies límites de la habitación en m^2 [ver Ec. (10.18)].

Finalmente, recordando que el nivel de potencia PWL es

$$\begin{aligned} \mathrm{PWL} &= 10 \log_{10} \frac{W}{10^{-13}} \\ &= 10 \log_{10} W + 130 \text{ dB} \qquad (10.61) \end{aligned}$$

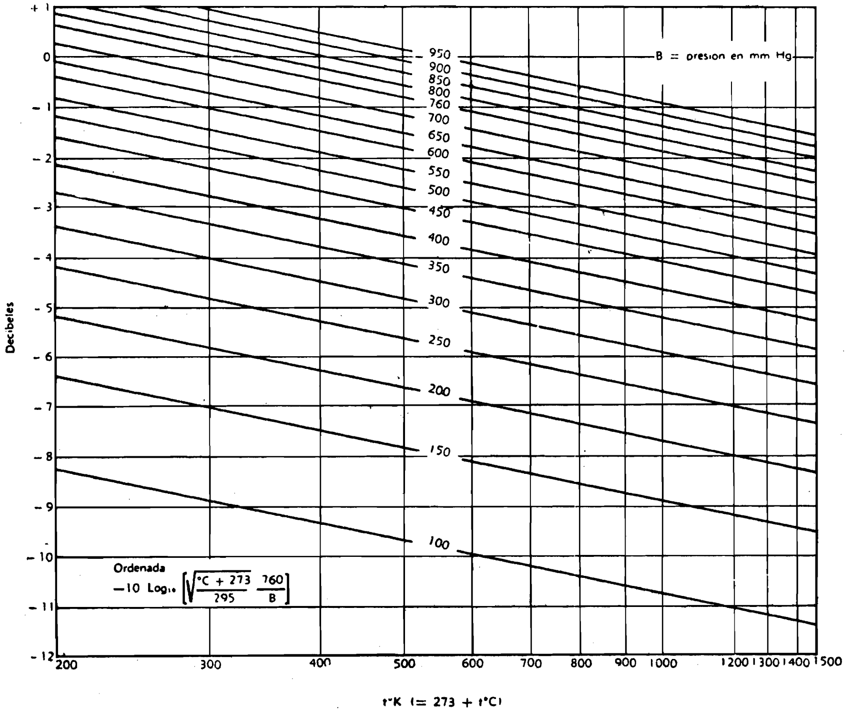


FIG. 10.19. Correcciones de presión y temperatura que deben sumarse a los resultados de las Ecs. (10.64), (10.66), (10.73), y (10.75). La temperatura está en °K y la presión atmosférica en mm Hg, *B*. La corrección cero corresponde a 20°C y 760 mm Hg.

obtenemos, en *unidades métricas,*

$$\mathrm{SPL} = \mathrm{PWL} + 10 \log_{10} \rho_0 c - 36 + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \text{ dB} \qquad (10.62)$$

En *unidades inglesas,* expresando r^2, R y S en pie cuadrado, tenemos

$$\mathrm{SPL} = \mathrm{PWL} + 10 \log_{10} \rho_0 c - 25{,}6 + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \text{ dB} \qquad (10.63)$$

A temperatura y presión normales (20°C y 0,76 m Hg),

$$\text{SPL} = \text{PWL} + 10\log_{10}\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) - 9{,}5 \text{ dB} \qquad (10.64)$$

donde r = distancia al centro de la fuente en m
R = constante de la habitación en m² [ver Ecs. (10.46) y (10.54)].

Las correcciones de presión y temperatura se dan en la Fig. 10.19. Estos números deben sumarse al nivel de presión sonora dado por la Ec. (10.64).

Los valores de la constante de la habitación R en función del volumen y para habitaciones de formas normales se dan en la Fig. 10.20. El parámetro de la familia de curvas es el coeficiente de absorción $\bar{a}$ o $\bar{a}_T$ si hay absorción en el aire.

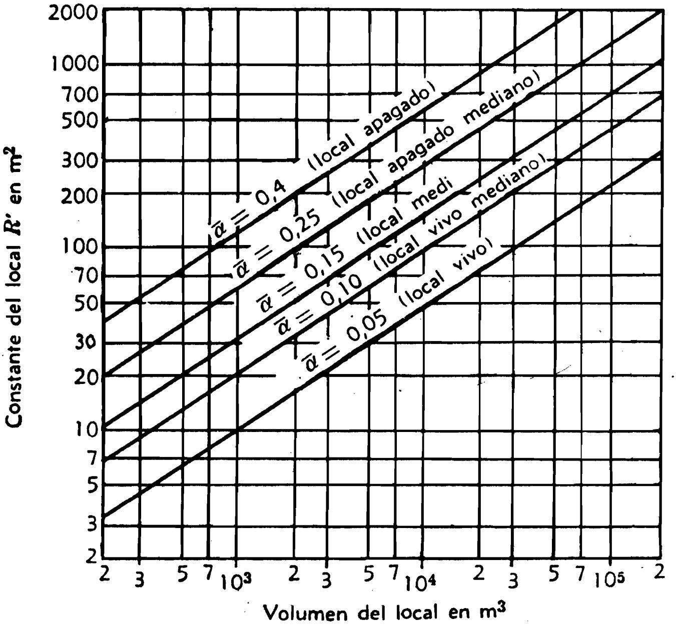


FIG. 10.20. Valor de la constante de la habitación R en función del volumen de la habitación para habitaciones de proporciones aproximadas a 1:1,5:2. Estas proporciones dan $S = 6{,}25V^{2/3}$. El parámetro es el coeficiente medio de absorción. Las calificaciones subjetivas "apagado", "vivo", etc., son a criterio del autor y no necesariamente de uso común.

El significado físico de las ecuaciones anteriores se comprenderá mejor estudiando la Fig. 10.21. Esta figura muestra para presión y temperatura normales, el nivel de presión sonora en dB relativo al nivel de potencia en dB, con la constante R' en m² como parámetro.

Consideremos en detalle la curva para $R' = 100$ m². Cuando el micrófono está dentro de 1 m del centro de una fuente esférica permanente, el nivel de presión sonora es casi el mismo que al aire libre. Es decir, la presión difiere en menos de 1 dB de la que existiría en el aire libre. Por otra parte, cuando se está a más de 6 m del centro de la fuente, la presión sonora es en promedio constante para todas las posiciones dentro de la habitación. Como se ha dicho antes, al medir la presión sonora es necesario hacer girar o mover de alguna otra manera el micrófono sobre una distancia de un largo de onda a fin de obtener el valor eficaz medio de las ondas estacionarias.

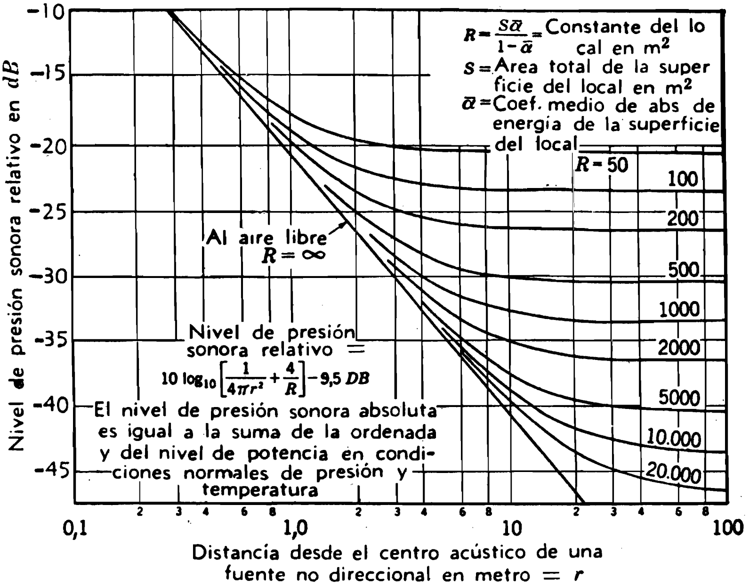


FIG. 10.21. Abaco para determinar el nivel de presión sonora en una habitación grande e irregular, producido por una fuente adireccional. Las ordenadas son proporcionales al nivel de presión sonora en dB relativo al nivel de potencia sonora. El parámetro es la constante R de la habitación en m² definida en el gráfico. Por ejemplo, una R de 100 m² a una distancia de 3 m del centro de la fuente da una lectura de ordenada de — 22,5 dB. Si el nivel de potencia es de 125 dB, el nivel de presión sonora a 3 m será de 102,5 dB.

Como ejemplo práctico, es evidente que un obrero que tiene su cabeza muy cerca de una máquina ruidosa se beneficiará muy poco si se aumenta la magnitud de la absorción media en el local, es decir, si aumenta R. En cambio, los obreros que están alejados de la máquina se beneficiarán con una disminución del ruido de 3 dB cada vez que se duplica R.

Fuente direccional pequeña. En los párrafos anteriores nos hemos ocupado de fuentes adireccionales, de modo que carecía entonces de importancia la dirección en que se mide r. La directividad de una fuente a lo largo de una línea o eje puede ser especificada por medio del factor de directividad Q. El factor de directividad es simplemente la relación de la presión eficaz p^2 producida por la fuente sonora en un punto distante a la presión sonora eficaz que produciría en el mismo punto una fuente adireccional de igual potencia. Esta cantidad, por supuesto, es no sólo función del eje elegido, sino también de la posición de la fuente en la habitación, y, en la mayoría de los casos, también de la frecuencia.

La densidad de energía sonora reverberante es independiente de la posición en la habitación, excepto por las fluctuaciones debidas a las ondas estacionarias, y es proporcional a la potencia total radiada. Por lo tanto, el factor de directividad tiene poco efecto sobre la densidad de energía reverberante o el nivel de presión sonora con ella asociado. Se presenta una excepción cuando una fuente muy directiva dirige el sonido sobre una pared muy absorbente de la habitación. La reflexión inicial es muy pequeña y el campo sonoro reverberante puede ser correspondientemente débil.

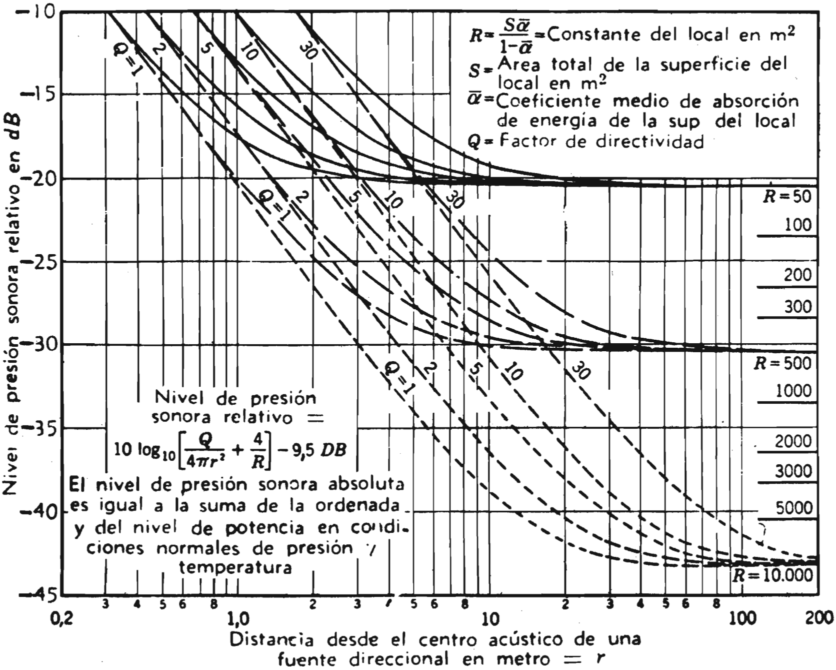


FIG. 10.22. Igual que la Fig. 10.19, pero para una fuente sonora direccional con factores de directividad mayores que la unidad.

La densidad de energía del campo sonoro directo sobre un eje cualquiera es proporcional al factor de directividad Q. Por lo tanto, sólo hay que introducir una corrección en uno de los términos de la Ec. (10.62). Esta ecuación, en *unidades métricas,* deviene

$$\mathrm{SPL} = \mathrm{PWL} + 10 \log_{10} \rho_0 c - 36 + 10 \log_{10}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) \ \mathrm{dB} \qquad (10.65)$$

donde todos los símbolos son los definidos después de la Ec. (10.60) y PWL está dado por la Ec. (10.61).

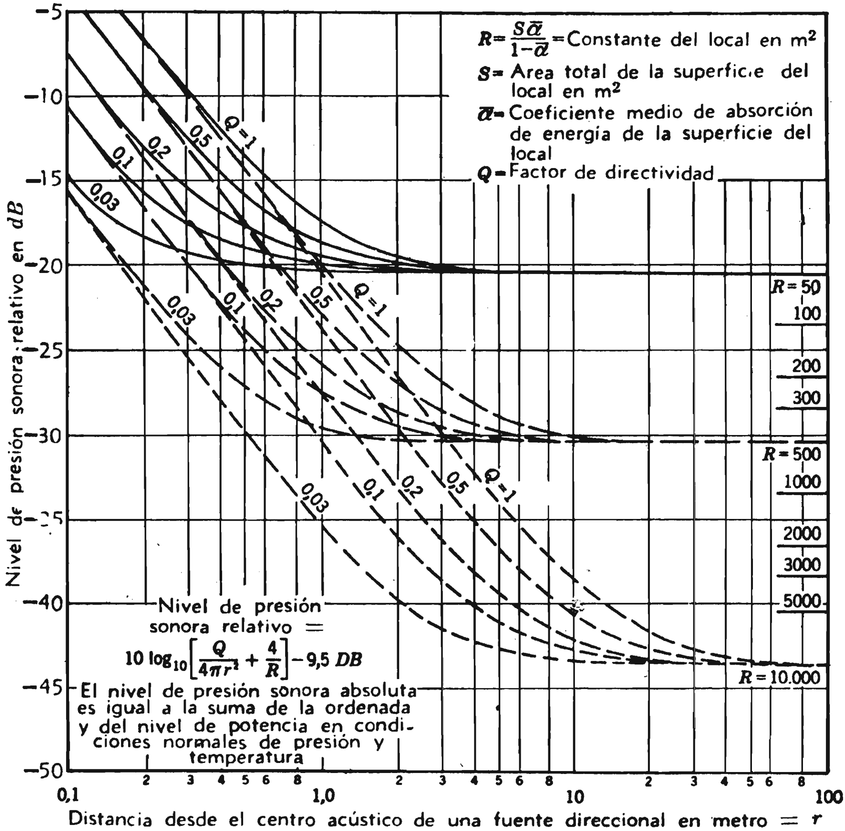


FIG. 10.23. Igual que la Fig. 10.19, excepto que la fuente es direccional con un factor de directividad Q menor que la unidad.

Para temperatura y presión normales, con r^2 en *metro cuadrado,*

$$\mathrm{SPL} = \mathrm{PWL} + 10 \log_{10}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R}\right) - 9{,}5 \ \mathrm{dB} \qquad (10.66)$$

Las correcciones de presión y temperatura son las de la Fig. 10.19.

Estas correcciones deben sumarse a los niveles de presión calculados con las fórmulas anteriores.

La Ec. (10.65) está representada en la Fig. 10.22 para valores de Q mayores que la unidad, y en la Fig. 10.23 para valores de Q menores que la unidad. Vemos claramente que aunque la fuente sonora sea directiva, las partes de la curva determinadas por el sonido reverberante son casi independientes de Q. No obstante, si Q es mayor que la unidad, el campo sonoro directo se extiende hasta distancias mayores que cuando Q es la unidad o menos.

Por ejemplo, si $Q = 16$, el campo directo para $R = 100$ m^2 predomina hasta los 3 m y el campo reverberante no predomina sino después de los 12 m. En cambio, para $Q = 1/4$, el campo sonoro directo para $R = 100$ predomina sólo hasta 30 cm, mientras que el campo reverberante predomina ya a 1,5 m. En estos ejemplos hemos supuesto que las fuentes son lo suficientemente pequeñas como para que las observaciones puedan considerarse en el campo "remoto".

Aun cuando la fuente sea nominalmente adireccional, hay un factor de directividad Q que depende de la posición de la fuente en la habitación. Por ejemplo, vemos en la Fig. 4.20 que si una fuente adireccional está ubicado en una pared plana, $Q = 2$ a causa de que la potencia se radia sólo en un semiespacio. En la tabla 10.2 damos los valores de Q para cuatro posiciones típicas de una pequeña fuente adireccional en una habitación grande.

TABLA 10.2. Valores de Q para pequeñas fuentes adireccionales en posiciones típicas dentro de una habitación rectangular grande.

Posición en la habitación	Q
Cerca del centro	1
En el centro de una pared	2
En una arista, a media altura entre el piso y el cielorraso	4
En un rincón	8

Hemos mencionado antes que cuando el recinto es pequeño, éste reacciona sobre la fuente en el sentido de modificar la potencia radiada. El que un recinto pueda o no ser considerado como pequeño, depende de dos cosas. Lo primero, y más importante, es la relación del libre cambio medio a la longitud de onda. Para que una habitación sea "grande", el libre cambio medio debe equivaler a varias longitudes de onda. Segundo, el local debe tener una forma irregular o contener objetos irregulares, tales como muebles, gabinetes, ventanas entrantes, grandes cuadros con marco, biombos, etc. Muchas salas familiares satisfacen el segundo criterio bastante bien, pero el libre cambio medio resulta menor que varias longitudes de onda ya para los 200 c/s. Tales habitaciones son "pequeñas" por debajo de los 200 c/s y "grandes" para las frecuencias mayores.

Si se desea que una fuente sonora radie la mayor potencia posible en una habitación "pequeña" casi rectangular, la mejor posición de la fuente se halla en un rincón, al nivel del piso o del cielorraso. En estas condiciones, la impedancia acústica presentada a la fuente es tal que se obtiene de ella más potencia en las frecuencias bajas que en cualquier otra posición. Por ejemplo, en la Fig. 10.24 se representan los niveles de presión sonora producidos en una habitación cuasirectangular por un altavoz de radiación directa en cuatro posiciones diferentes. Se ve que cuando el altavoz está en un rincón se obtiene de él 8 veces más potencia (9 dB) en las bajas frecuencias que cuando el altavoz está en el centro de la habitación. Por encima de los 500 c/s, el sonido reverberante es independiente de la posición del altavoz, lo que indica que la salida del altavoz no es afectada por la reacción de la habitación.

Finalmente, observemos que la densidad de energía directa media

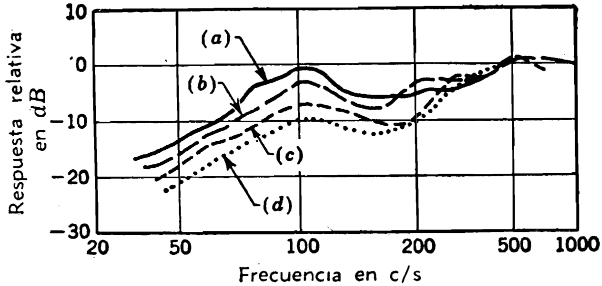


FIG. 10.24. Respuesta de frecuencia de un altavoz en cuatro posiciones en una habitación rectangular: (*a*) en un rincón; (*b*) en el centro de una pared al nivel del piso; (*c*) en el centro de una pared a media altura; (*d*) suspendido en el centro exacto de la habitación.

D_D está relacionada con la potencia radiada por la fuente, independientemente del factor de directividad, por

$$D_D = \frac{Wt'}{V} \tag{10.67}$$

donde t' es el tiempo de camino libre medio. De la Ec. (10.19) obtenemos

$$D_D = \frac{4W}{cS} \tag{10.68}$$

Fuente sonora extensa que cubre una pared de la habitación. Cuando dos habitaciones son contiguas y hay una fuente sonora en una de ellas, podemos considerar el sonido que pasa a través de la pared común como producido por una fuente sonora extensa que cubre toda la pared de la segunda habitación. Consideremos la habitación receptora como aproximadamente rectangular y sea su volumen $V = S_W L$, siendo S_W el área de la pared radiante y L la longitud perpendicular de la habitación. Queremos determinar la densidad de energía sonora en esta habitación en función del área de la pared y de la constante de la habitación. Suponemos como antes que la habitación tiene suficientes irregularidades y que es suficientemente grande como para que se produzca en ella un campo sonoro difuso.

La densidad de energía sonora estará compuesta por dos partes, la parte directa y la parte reverberante. La parte reverberante es casi independiente de la forma, tamaño y posición de la fuente. La parte directa será igual a la densidad de energía sonora de la onda que deja la pared radiante y viaja una distancia L a través de la habitación, hasta la pared opuesta, donde experimenta la primera reflexión.

La parte reverberante de la densidad de energía sonora es, según la Ec. (10.43),

$$D' = \frac{4W}{cR} \tag{10.69}$$

La parte directa de la densidad de energía sonora es igual a la potencia por unidad de volumen multiplicada por el tiempo t que la onda emplea para recorrer la longitud L de la habitación, es decir, $t = L/c$, de modo que

$$D_D = \frac{WL}{Vc} = \frac{WL}{S_W Lc} = \frac{W}{S_W c} \tag{10.70}$$

donde $S_W =$ área de la pared radiante en m²
$L =$ longitud de la habitación perpendicular a la pared radiante en metro

La densidad de energía sonora total D_T es la suma de las dos anteriores:

$$D_T = \frac{4W}{cS_W}\left(\frac{1}{4} + \frac{S_W}{R}\right) \tag{10.71}$$

En términos de la presión sonora, usando la Ec. (10.15), tenemos

$$|p|^2 = \frac{4W\rho_0 c}{S_W}\left(\frac{1}{4} + \frac{S_W}{R}\right) \tag{10.72}$$

La validez de esta ecuación en la gama de frecuencias superiores a los 150 c/s, para una habitación con $L = 4{,}8$ m y $S_W = 2{,}7 \times 3{,}6 = 9{,}72$ m², ha sido demostrada por London[13].

En la deducción anterior hemos supuesto que el sonido directo está "enfocado" a través de la habitación. Esto no es por lo general cierto, excepto bastante cerca de la pared. Esta hipótesis, y por lo tanto la Ec. (10.72) es válida en el campo "próximo" que existe a una distancia de la pared menor que aproximadamente la mitad de su ancho.

---

[13] A. London, Methods for Determining Sound Transmission Loss in the Field, *J. Research Natl. Bur. Standards*, **26**:419-453 (1941).

Expresado en *unidades métricas* y decibel, el nivel de presión sonora en el *campo próximo* es

$$\text{SPL} = \text{PWL} + 10\log_{10}\left(\frac{1}{S_W}+\frac{4}{R}\right) - 9{,}5\ \text{dB} \qquad (10.73)$$

donde PWL está dado por la Ec. (10.61) y se calcula para la potencia radiada por la pared, y

S_W = área de la pared radiante en m^2
$R = \bar{\alpha}S/(1 - \bar{\alpha})$
S = área total de las superficies de la habitación en m^2
$\bar{\alpha}$ = coeficiente medio de absorción de la habitación

En el campo "remoto" es decir, a considerable distancia de la pared, el nivel de presión sonora estará comprendido entre el valor dado por la Ec. (10.73) y el dado por la Ec. (10.65) con $Q = 2$.

La Ec. (10.73) ha sido escrita para temperatura y presión normales. Las correcciones de presión y temperatura son las indicadas en la Fig. 10.19. Si hay absorción en el aire, hay que usar R_T, calculada con la Ec. (10.52) en lugar de R.

10.15. Ejemplos de cálculo acústico.

Ejemplo 10.4. Una habitación grande e irregular tiene como dimensiones aproximadas ancho 45 m, largo 60 m y altura 12 m. Las paredes son de cuatro tipos diferentes. El cielorraso tiene un coeficiente de absorción $\alpha_1 = 0{,}3$; las paredes laterales, $\alpha_2 = 0{,}4$; la pared del fondo, $\alpha_3 = 0{,}6$; y la pared del frente y el piso, $\alpha_4 = 0{,}15$. Se pone en la habitación una fuente sonora de 10 watt acústico. Hay 100 personas en la sala, con una absorción $S\alpha$ de 0,325 m^2 cada una. Determinar (*a*) el libre camino medio; (*b*) el $\bar{\alpha}$ medio; (*c*) el número total de unidades de absorción métricas; (*d*) el tiempo de reverberación de la habitación; (*e*) la densidad de energía sonora reverberante; (*f*) la densidad de energía sonora directa; (*g*) el nivel de presión sonora a 6 m para $Q = 1$ y $Q = 20$.

Solución. ***a.*** El volumen de la sala es

$$V = 3{,}2 \times 10^4\ \text{m}^3$$

El área superficial total es

$$S = 7{,}8 \times 10^3\ \text{m}^2$$

El libre camino medio es

$$\frac{4 \times 3{,}2 \times 10^4}{7{,}8 \times 10^3} = 16{,}4\ \text{m}$$

b. $$\bar{\alpha} = \frac{S_1\alpha_1 + S_2\alpha_2 + S_3\alpha_3 + S_4\alpha_4 + (S\alpha)}{S} =$$

$$= \frac{0{,}81 \times 10^3 + 0{,}576 \times 10^3 + 0{,}324 \times 10^3 + 0{,}486 \times 10^3 + 0{,}0325 \times 10^3}{7{,}8 \times 10^3}$$

$$= \frac{2{,}428}{7{,}8} = 0{,}31$$

c. El número total de unidades de absorción métricas es (ver Fig. 10.15)

$$a' = 7{,}8 \times 10^3[-2{,}3 \log_{10}(1 - 0{,}31)] =$$
$$= 7{,}8 \times 10^3 \times 0{,}371 = 2{,}89 \times 10^3 \text{ m}^2$$

d. El tiempo de reverberación es

$$T = \frac{0{,}161 - \times 3{,}2 \times 10^4}{2{,}89 \times 10^3} = 1{,}76 \text{ s}$$

e. La densidad de energía sonora reverberante es (ver Ec. 10.43)

$$D' = \frac{4W}{Sc} \frac{1 - \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \text{ watt/m}^3$$

$$= \frac{4 \times 10 \times 0{,}69/0{,}31}{7{,}8 \times 10^3 \times 344{,}8} = 3{,}34 \times 10^{-5} \text{ watt/m}^3$$

f. La densidad de energía de sonido directo es (ver Ec. 10.68)

$$D_D = \frac{4W}{Sc} = \frac{4 \times 10}{7{,}8 \times 10^3 \times 344{,}8} = 1{,}49 \times 10^{-5} \text{ watt/m}^3$$

g. El nivel de potencia es

$$\text{PWL} = 10 \log_{10} 10 + 130 = 140 \text{ dB}$$

La constante de la habitación es

$$R = \frac{S\bar{\alpha}}{1 - \alpha} = \frac{7{,}8 \times 10^3 \times 0{,}31}{0{,}69} = 3{,}5 \times 10 \text{ m}^2$$

El nivel de presión sonora para $Q = 1$ está dado por la Ec. (10.63), que puede escribirse, para temperatura y presión normales ($\rho_0 c = 407$ rayl MKS):

$$\text{SPL} = \text{PWL} + 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R'}\right) - 9{,}5 \text{ dB} \qquad (10.63a)$$

Entonces

$$\text{SPL} = 140 + 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4\pi \times 36} + \frac{4 \times 10^{-3}}{3{,}5}\right) - 9{,}5$$
$$= 140 - 24{,}8 - 9{,}5$$
$$\doteq 105 \text{ dB } re \text{ } 0{,}0002 \text{ microbar}$$

El nivel de presión sonora para $Q = 20$ está dado por la Ec. (10.65), que puede escribirse para presión y temperatura normales,

$$\text{SPL} = \text{PWL} + 10 \log_{10}\left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R'}\right) - 9{,}5 \text{ dB} \qquad (10.65a)$$

Entonces

$$\text{SPL} = 140 + 10 \log_{10}\left(\frac{20}{4\pi \times 36} + \frac{4 \times 10^{-3}}{3{,}5}\right) - 9{,}5$$
$$= 140 - 13{,}45 - 9{,}5$$
$$\doteq 117 \text{ dB } re \text{ } 0{,}0002 \text{ microbar}$$

Ejemplo 10.5. El nivel de potencia de una fuente de ruido en una habitación adyacente es atenuado 40 dB al pasar por la pared común. Si la fuente de ruido radia 0,1 watt acústico, cuál es el nivel de presión sonora en la habitación del Ejemplo 10.4 si la pared común es la de 12 × 45 m, (*a*) cerca de la pared, y (*b*) a una distancia de 30 m de la pared?

Solución. Por la Ec. (10.73) tenemos, cerca de la pared

$$\mathrm{SPL} = \mathrm{PWL} + 10\log_{10}\left[\frac{1}{S_W} + \frac{4}{R}\right] - 9{,}5\ \mathrm{dB}$$

$$\mathrm{PWL} = 10\log_{10}\frac{0{,}1}{10^{-13}} - 40 = 80\ \mathrm{dB}$$

$$\begin{aligned} S_W &= 540\ \mathrm{m}^2 \\ R &= 3{,}5 \times 10^3\ \mathrm{m}^2 \\ \mathrm{SPL} &= 80 + 10\log_{10}(2{,}95 \times 10^{-3}) - 9{,}5 \\ &= 80 - 25{,}3 - 9{,}5 = 45{,}2\ \mathrm{dB} \end{aligned}$$

b. En la Ec. (10.65*a*), el primer término en el argumento del logaritmo es $2/(4\pi \times 900) = 0{,}177 \times 10^{-3}$. En (*a*) el primer término vale $1/540 = 1{,}85 \times 10^{-3}$. La respuesta verdadera está entre estos dos valores, de modo que supondremos que el primer término vale $0{,}5 \times 10^{-3}$. Se tiene así

$$\begin{aligned} \mathrm{SPL} &= 80 + 10\log_{10}(0{,}5 \times 10^{-3} + 1{,}1 \times 10^{-3}) - 9{,}5 \\ &= 80 - 28 - 9{,}5 = 42{,}5\ \mathrm{dB} \end{aligned}$$

PARTE XXV. *Trasmisión del sonido a través de las paredes entre recintos.*

10.16. Pérdida de trasmisión (TL) y reducción de ruido (NR).

Pérdida de trasmisión. Las características de una pared colocada entre dos habitaciones se expresan ordinariamente en términos de la pérdida de trasmisión (TL) en dB. La pérdida de trasmisión se define como la relación (expresada en dB) de la energía acústica trasmitida a través de la pared a la energía acústica incidente sobre ella. Dado que el área es la misma en el numerador y en el denominador, la pérdida de trasmisión refiérese naturalmente a la unidad de área. Matemáticamente,

$$\mathrm{TL} \equiv 10\log_{10}\frac{W_1}{W_2} \equiv 10\log_{10}\frac{1}{\tau} \tag{10.74}$$

donde W_1 = potencia acústica en watt incidente sobre la pared de área S_W (medida con pared perfectamente absorbente)

W_2 = potencia acústica en watt radiada por la pared hacia un espacio perfectamente absorbente

$\tau = W_2/W_1$ = coeficiente de trasmisión.

La pérdida de trasmisión puede determinarse mediante una disposición experimental similar a la ilustrada por la Fig. 10.25, la que se usa corrientemente en el National Bureau of Standards de los EE. UU. de N. A. Las dimensiones están indicadas en la figura. La fuente sonora se instala en la habitación 1 y el sonido trasmitido se mide en la habitación 2.

La presión sonora mídese en las dos habitaciones mediante un micrófono móvil, el que indica así el valor eficaz promediado en el espacio. En la habitación 1 la fuente es por lo general pequeña, y el nivel de presión sonora se mide en la región reverberante del recinto, es decir, donde la constante R es pequeña en comparación con $16\pi r^2$ y Q es esencialmente la unidad[14]. En el recinto 2, el sonido se mide promediando el nivel de presión sonora en todo el volumen, o promediando este nivel en un plano paralelo y próximo a la pared divisoria. London[13] recomienda esta última técnica. Ha demostrado, por otra parte, que si uno hace mediciones muy cerca de una pared en un recinto muy reverberante, la presión sonora resulta alrededor de 2,5 dB mayor que cuando la medición se hace promediando valores sobre todo el recinto. Este número es esperable, de acuerdo con lo expuesto en la parte precedente y confirma el resultado obtenido en el ejemplo 10.5.

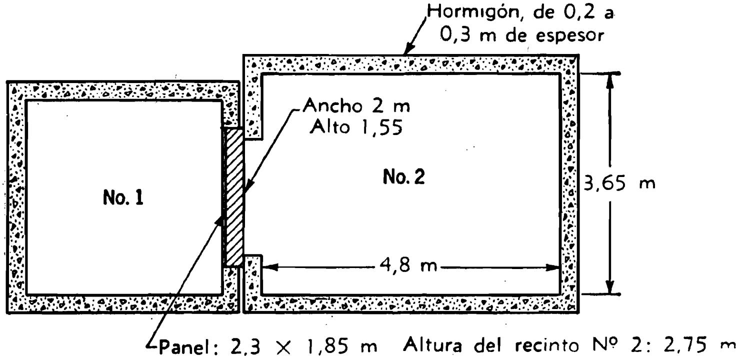

Hormigón, de 0,2 a 0,3 m de espesor
Ancho 2 m
Alto 1,55
No. 1
No. 2
3,65 m
4,8 m
Panel: 2,3 × 1,85 m
Altura del recinto Nº 2: 2,75 m

FIG. 10.25. Disposición de dos recintos utilizada en el National Bureau of Standards (EE. UU. de N. A.) para medir la trasmisión del sonido a través de paneles. El panel en ensayo se monta entre los recintos 1 y 2. La fuente sonora se sitúa en el recinto 1.

La presión sonora reverberante media en el recinto 1 está relacionada con el nivel de potencia en el mismo recinto por la expresión (ver Ec. 10.63a),

$$\mathrm{SPL}_1 \doteq \mathrm{PWL} + 10 \log_{10} \frac{4}{R_1} - 9{,}5 \text{ dB} \qquad (10.75)$$

donde $\mathrm{PWL} = 10 \log_{10} (W/10^{-13})$ dB *re* 10^{-13} watt

W = potencia acústica radiada por la fuente en el recinto 1, en watt

$R_1 = [\bar{a}S/(1-\bar{a})]_1$ = constante del recinto 1, en m^2. Si se toma en cuenta la absorción del aire, hay que reemplazar $\bar{a}$ con $\bar{a}_T$, según la Ec. (10.53).

---

[14] BERANEK, *op. cit.*, Cap. 19, pp. 870-884.

Se suponen condiciones normales de presión y temperatura.

En el recinto 1, la densidad de energía reverberante cerca de la pared común es proporcional a la potencia $W(1-\bar{a})_1$, porque hay una energía $\bar{a}W$ asociada con el campo sonoro directo [ver Ec. (10.41)]. La potencia acústica W_1 que sería trasmitida a través de la pared común si ésta fuera perfectamente absorbente ($\alpha_W = 1$) está relacionada con la energía reverberante en el recinto 1 multiplicada por la relación $S_W\alpha_W/S\bar{a}_1$, esto es

$$W_1 = W(1-\bar{a})_1 \frac{S_W \cdot 1}{S\bar{a}_1} = \frac{WS_W}{R_1} \tag{10.76}$$

Los subíndices indican que estas cantidades refiérense al recinto 1.

La potencia W_2 trasmitida al recinto 2 es igual a τW_1 [ver Ec. (10.74)], de modo que

$$W_2 = \frac{WS_W\tau}{R_1} \tag{10.77}$$

Expresando W_2 como nivel de potencia en dB, obtenemos el nivel de potencia de fuente en el recinto 2 en términos del nivel de potencia de la fuente verdadera en el recinto 1:

$$\mathrm{PWL}_2 = \mathrm{PWL} + 10 \log_{10} \frac{S_W}{R_1} - \mathrm{TL} \quad \mathrm{dB} \tag{10.78}$$

Por la Ec. (10.75) tenemos

$$\mathrm{PWL}_2 = \mathrm{SPL}_1 + 10 \log_{10} \frac{S_W}{4} - \mathrm{TL} \quad \mathrm{dB} \tag{10.79}$$

Llevando este valor de PWL_2 a la Ec. (10.73), obtenemos el nivel de presión sonora en el recinto 2,

$$\mathrm{SPL}_2 = \mathrm{SPL}_1 - \mathrm{TL} + 10 \log_{10} \frac{S_W}{4} + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{S_W} + \frac{4}{R_2} \right) \quad \mathrm{dB} \tag{10.80a}$$

En términos del nivel de potencia en el recinto 1 [ver Ec. (10.75)],

$$\mathrm{SPL}_2 = \mathrm{PWL} - \mathrm{TL} + 10 \log_{10} \left(\frac{S_W}{R_1} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{S_W} + \frac{4}{R_2} \right) \tag{10.80b}$$

Despejando la pérdida de trasmisión en la Ec. (10.80a),

$$\mathrm{TL} = \mathrm{SPL}_1 - \mathrm{SPL}_2 + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{4} + \frac{S_W}{R_2} \right) \quad \mathrm{dB} \tag{10.81}$$

Reducción del ruido. La reducción del ruido en dB defínese como

$$NR \equiv SPL_1 - SPL_2 \quad dB \tag{10.82}$$

Luego, la reducción del ruido debida a una pared entre dos habitaciones es

$$NR = TL - 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4} + \frac{S_W}{R_2}\right) \quad dB \tag{10.83}$$

donde NR = diferencia de nivel de presión sonora en dB entre los dos lados de la pared, determinada midiendo el nivel de presión sonora en el lado primario por medio de un micrófono que se mueve en el campo reverberante y restando después de éste el nivel de presión sonora medido con un micrófono que se mueve cerca de la superficie en el lado secundario.

TL = 10 veces el logaritmo de base 10 de la relación de la energía sonora incidente sobre la pared a la energía sonora trasmitida a través de la pared.

S_W = área de la pared trasmisora en m².

R_2 = constante del recinto 2 = $[S\bar{a}/(1-\bar{a})]_2$, siendo S el área total de las superficies del recinto en el lado secundario y $\bar{a}$ el coeficiente medio de absorción del recinto 2, en m². Si se considera la absorción del aire se reemplazará $\bar{a}$ con $\bar{a}_T$.

La Ec. (10.83) ha sido verificada experimentalmente por London (referencia 13 de la Parte XXIV) para frecuencias comprendidas entre 150 y 2.000 c/s, excepto por una pequeña cantidad fija aditiva.

Debe observarse especialmente que si el lado secundario de la pared se presenta a una habitación con mucha absorción (R_2 grande), o si da al exterior, la reducción del ruido es

$$NR = TL + 6 \, dB \tag{10.84}$$

Como punto final, si uno pasa al campo remoto de la pared radiante, el que comienza aproximadamente a una distancia igual al ancho de la pared, el campo sonoro comienza a caer con la distancia, y eventualmente, a una distancia suficientemente grande de la pared, la Ec. (10.80) deviene.

$$SPL_2 = SPL_1 - TL + 10 \log_{10} \frac{S_W}{R_2} \tag{10.85}$$

Esta situación se da, por ejemplo, en el caso de una ventana en una pared de la habitación. Cerca de la ventana, vale la Ec. (10.81), y lejos de ella, a una distancia considerable, es válida la Ec. (10.85).

10.17. Pérdida de trasmisión medida y calculada. *Pérdida de trasmisión media.* El National Bureau of Standards y los Riverbank Laboratories de Geneva, Ill., son los laboratorios "oficialmente" aceptados en los EE. UU. de N. A. para la medición de la pérdida de trasmisión de las paredes. Estos laboratorios hacen por lo común las mediciones a 125, 250, 500, 1.000, 2.000 y 4.000 c/s. La *pérdida de trasmisión media* se determina tomando simplemente el promedio aritmético de las pérdidas de trasmisión en dB para las frecuencias de 125, 250, 500, 1.000 y 2.000 c/s.

En Inglaterra, las mediciones se hacen oficialmente en el National Physical Laboratory, pero la pérdida media de trasmisión se determina con los datos obtenidos a 200, 300, 500, 700, 1.000, 1.600 y 2.000 c/s. Los resultados no difieren por lo general mucho entre los dos países.

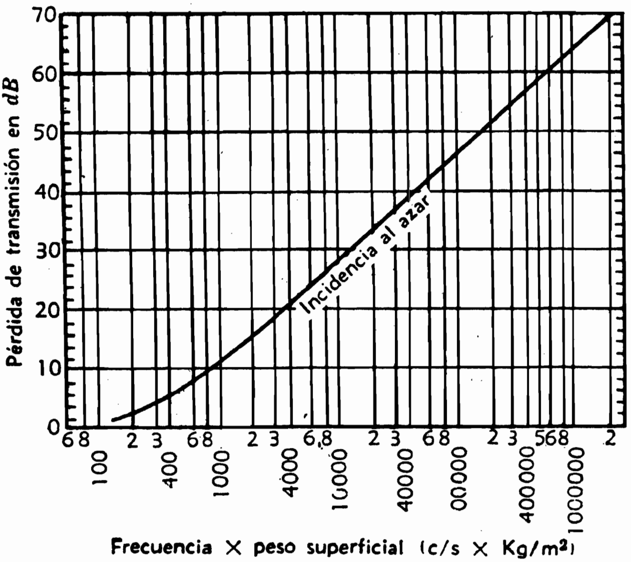


FIG. 10.26. Pérdida de trasmisión (TL) para tabiques macizos amortiguados. La pérdida de trasmisión media puede determinarse con ayuda de este gráfico tomando la frecuencia de 500 c/s. Para las paredes no amortiguadas hay que restar unos 5 dB de la pérdida de trasmisión media. En el caso de ondas planas incidentes normalmente a la superficie del tabique, la pérdida de trasmisión aumenta en 6 dB cada vez que se duplica la abscisa, en lugar de los 5 dB que se advierten en el gráfico, preparado para incidencia al azar.

Paredes simples. La pérdida de trasmisión (TL) para paredes simples de construcción homogénea y amortiguadas de manera que no resuenan cuando se las golpea con un martillo depende principalmente del producto de la densidad superficial (kilogramo por metro cuadrado) y de la frecuencia. El espesor no es por lo general importante para las paredes de menos de 30 cm, excepto en la medida en que aumenta la densidad superficial. En la Fig. 10.26 se representa una curva de pérdida de trasmisión, para *sonido de incidencia al azar* sobre el lado primario (medida con la disposición de la Fig. 10.25). Esta curva indica que, en el caso de paredes amortiguadas, la pérdida de trasmisión aumenta en cerca de 5 dB cada vez que se duplica la frecuencia o el peso de la pared por m². En la tabla 10.3 se dan las densidades superficiales por centímetro de espesor para paredes de distintos materiales.

TABLA 10.3. Densidades superficiales de materiales comunes.

Material	*Densidad superficial Kg/m²/cm de espesor*
Ladrillo	20-24
Concreto de ceniza	16
Concreto denso	24
Madera	4-8
Vidrio común	25-29
Plomo	130
Hierro	80
Yeso	10

Paredes múltiples. Cuando la pérdida de trasmisión media debe exceder los 40 dB, es por lo general económico usar paredes dobles.

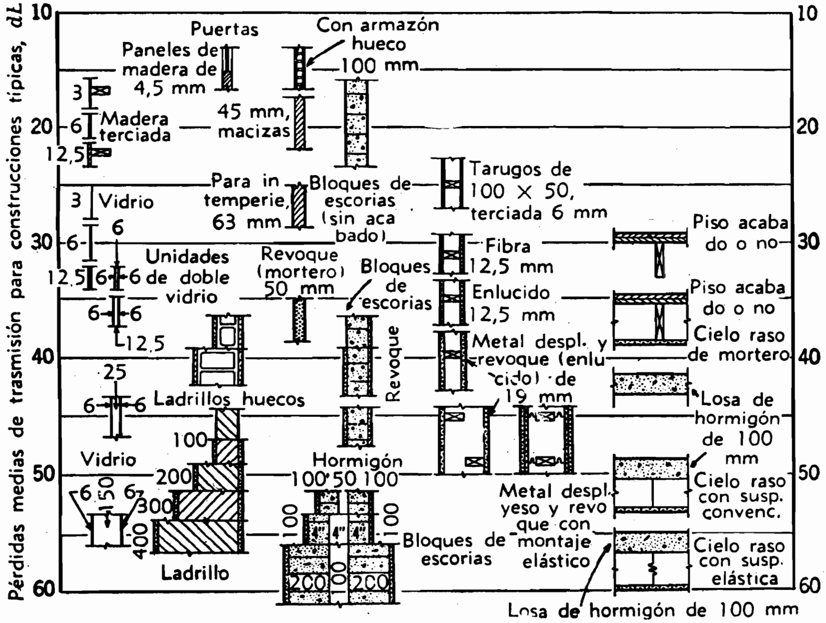


FIG. 10.27. Pérdidas de trasmisión medias (TL para diversas estructuras. Al preparar esta figura se ha supuesto que no existen caminos laterales para el sonido. Es decir, todo el sonido llega al recinto receptor a través de la pared y no por otros caminos.

La pérdida media de trasmisión a través de ellas, a igualdad de peso de material, es por lo común de 5 a 10 dB mayor que a través de las paredes simples de igual material. En la Fig. 10.27 se dan las pérdidas de trasmisión medias para paredes simples y dobles de varios tipos de construcción.

Por ejemplo, la pérdida de trasmisión media para una pared doble de concreto de cenizas, cada hoja de 10 cm de espesor, con ambas paredes revocadas exteriormente, es de alrededor de 55 dB. Una pared simple del mismo material, de 10 cm de espesor y revocada de los dos lados, tiene una pérdida de trasmisión de alrededor de 42 dB. ~~Si~~ se duplicara el espesor de la pared simple, su pérdida de trasmisión aumentaría en unos 5 dB, según se ha dicho. Luego, la doble pared representa una mejora de 8 dB para el mismo peso total (o cantidad de material).

El problema de la incorporación de las paredes dobles en la estructura de un edificio está fuera del alcance de este libro. El lector puede consultar la obra de Cullum[15] para algunos detalles arquitecturales. En Inglaterra y en Holanda se han hecho muchas investigaciones[16,17] sobre la construcción de casas de departamentos y colectivas con aislación acústica mejorada. Estos estudios se consignan en los informes técnicos que se publican de tiempo en tiempo.

10.18. Recintos. Cuando se combinan paredes simples o dobles para formar un recinto, la magnitud de la reducción de ruido lograda depende de las pérdidas de trasmisión combinadas. En efecto, las pequeñas aberturas, el mal ajuste de las puertas, o una ventana muy delgada, pueden anular en gran parte la eficacia de la aislación.

Imaginemos que se dispone un recinto completamente cerrado en un campo de ruido uniforme. Para determinar el valor de la pérdida de trasmisión que debe introducirse en la Ec. (10.83) o en la (10.85) a fin de calcular la reducción de ruido total para el recinto, deben considerarse en la ecuación siguiente las áreas y los coeficientes de trasmisión de todas las paredes, puertas y ventanas:

$$\mathrm{TL} = 10 \log_{10} \frac{S}{S_1\tau_1 + S_2\tau_2 + S_3\tau_3 + \ldots} \ \mathrm{dB} \qquad (10.86)$$

donde S = área total de todas las superficies del recinto en m²

$S_1, S_2, S_3, \ldots$ = áreas de las superficies particulares de la habitación en m²

$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots$ = coeficientes de trasmisión para estas superficies, dados por la expresión

$$\tau_n = \frac{1}{\mathrm{antilog}_{10}\,(\mathrm{TL}_n/10)} \qquad (10.87)$$

donde τ_n = coeficiente de trasmisión para cada superficie en particular

TL_n = pérdida de trasmisión publicada para cada superficie en particular

---

[15] D. J. Cullum, "The Practical Application of Acoustic Principles", pp. 53-61, Spon, Ltd., Londres, 1949.

[16] Building Research Station, Watford, Herts, Inglaterra.

[17] Research Institute for Public Health, Engineering TNO, La Haya, Holanda.

Ejemplo 10.6. Como ejemplo típico, determinemos la pérdida de trasmisión total para una pared de concreto de 10 cm de espesor con una ventana con vidrio simple de 3 mm de espesor, siendo las áreas de 20 m^2 y 2 m^2, respectivamente.

Solución. Según la Fig. 10.27, podemos tomar para el vidrio de 3 mm, $TL_1 = 26$ dB, y para la pared de concreto de 10 cm de espesor, $TL_2 = 46$ dB. Entonces

$$\tau_1 = (\text{antilog}_{10}\, {}^{26}/_{10})^{-1} = (4 \times 10^2)^{-1} = 2{,}5 \times 10^{-3}$$

$$\tau_2 = (\text{antilog}_{10}\, {}^{46}/_{10})^{-1} = (4 \times 10^4)^{-1} = 2{,}5 \times 10^{-5}$$

Por lo tanto

$$\tau_{\text{med}} = \frac{S_1\tau_1 + S_2\tau_2}{S} = \frac{0{,}005 + 0{,}0005}{20} = 2{,}75 \times 10^{-4}$$

Se ve que la trasmisión a través de la pequeña ventana ($S_1\tau_1$) es mucho mayor que la que ocurre sobre el resto de la pared ($S_2\tau_2$). La pérdida de trasmisión para la combinación es

$$TL = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau_{\text{med}}} = 10 \log_{10} 3{,}64 \times 10^3 = 35{,}6 \text{ dB}$$

La Fig. 10.27 muestra que si se usara una ventana con dos vidrios, esto es, dos hojas de 6 mm separadas por un espacio de aire de 25 mm, la pérdida de trasmisión para toda la estructura sería la del bloque de concreto, esto es, de 46 dB.

Ejemplo 10.7. Un motor de avión está siendo probado en una celda junto a la cual hay una sala de control. La pared que separa la celda de la sala de control es de concreto, 30 cm de espesor, y de 12 × 6 m. En esta pared hay una doble ventana hecha de dos hojas de vidrio de 12,5 mm de espesor separadas por un espacio de 15 cm de aire y que mide 3 × 0,9 m. Determinar el nivel de presión sonora a 500 c/s en la sala de control, cerca de la pared, suponiendo que la constante R de la habitación es muy grande y que el nivel de presión sonora en la celda de prueba es de 140 dB.

Solución. La pérdida de trasmisión de la pared se obtiene de la tabla 10.1 y la Fig. 10.26. A 500 c/s,

$$TL \text{ (concreto)} = 56 \text{ dB}$$

La pérdida de trasmisión de la ventana se obtiene de la Fig. 10-27:

$$TL \text{ (ventana)} = 59 \text{ dB}$$

Frente a la ventana, la reducción de ruido se obtiene con la Ec. (10.83).

$$NR = 59 + 10 \log_{10} 4 = 65 \text{ dB}$$

El nivel de presión sonora es entonces

$$SPL_2 = 140 - 65 = 75 \text{ dB}$$

A un costado de la ventana, el nivel de presión sonora es

$$SPL_2 = 140 - 56 - 6 = 78 \text{ dB}$$

CAPÍTULO 11

CONTROL DE RUIDO

PARTE XXVI. *Procedimientos y fuentes.*

11.1. Introducción. El ruido se está trasformando en un problema de alcance nacional. La gente vive en grupos cada vez más concentrados y el costo de la construcción ha dado lugar a la popularización de estructuras más y más livianas. Debido a la falta de especificaciones en lo que se refiere a los niveles de ruido tolerables, los códigos de edificación de muchos países han permitido a los especuladores la construcción de edificios de apartamientos y barrios colectivos con paredes acústicamente inadecuados y pisos resonantes.

El ruido de las carreteras y los aeropuertos perjudica a los barrios suburbanos de muchas ciudades. El problema del ruido de los aeropuertos impide el mayor desarrollo de la aviación privada por cuanto las quejas de los vecinos obliga a alejar los aeropuertos de las ciudades y llevarlos a regiones poco accesibles.

En la fábrica y en la oficina tenemos también serios problemas de ruido. Los martinetes, remachadoras, cortadoras, amoladoras, y telares son unos pocos ejemplos de fuentes de ruido que afectan permanentemente el sentido del oído e interfieren la comunicación verbal.

Los pasajeros de las aeronaves deben ser protegidos contra el intenso ruido producido por las hélices y el escape. Esto se consigue parcialmente revistiendo el fuselaje con materiales acústicos.

En los últimos años, el avión a chorro ha resultado ser la peor de nuestras fuentes de ruido. Los motores mismos sólo pueden ser probados en celdas de prueba que no signifiquen una molestia excesiva para los vecinos. Los aviones a chorro deben disponerse contra grandes silenciadores dispuestos en los andenes de los aeropuertos mientras se están calentando sus motores. Hasta el momento no hay solución para el problema del ruido exterior radiado en vuelo.

Todos estos problemas reclaman la atención del ingeniero en acústica. Es propósito de este capítulo el de presentar los procedimientos mediante los cuales puede encararse la solución de los problemas típicos de ruido y ofrecer algunas informaciones acerca del comportamiento de las estructuras acústicas más comunes en el control del ruido.

El problema de la reducción del ruido adquiere su propio significado por la presencia del ser humano como oyente. Se han desarrollado criterios para el diseño acústico de espacios de fabricación, oficinas, aeronaves y distritos residenciales. Algunos de estos criterios se expondrán en el Cap. 13, el que se ocupa de los fenómenos sicoacústicos. En este capítulo hemos de limitarnos al aspecto físico del problema, dejando la determinación de la magnitud de la reducción de ruido necesaria en un caso dado como algo por decidir una vez seleccionado un criterio sicoacústico.

11.2. Procedimientos para el control de ruido. *Factores en el control de ruido.* La primera regla en el problema del control del ruido es la de diseñar o modificar la construcción de la máquina o el dispositivo de manera que sea lo menos ruidoso posible. A veces, esto se consigue por expedientes tales como el de reemplazar una trasmisión de engranajes por una trasmisión de correa en V; usando montajes antivibrantes bajo los pies de la máquina para que las vibraciones no sean trasmitidas a otras estructuras que pueda radiarlas como sonido; reemplazando un tipo de máquina por otro, etc.

Otra manera de atacar el problema consiste en disminuir el índice de directividad en la dirección en que se encuentra el oyente. Esto se consigue a veces girando la fuente de ruido de modo que el eje principal de radiación apunte en otra dirección. En un caso, la ventilación de un proyector cinematográfico para el hogar fué modificada de manera de dirigir el ruido hacia el operador y no hacia los costados, donde se sienta el espectador.

Otra posibilidad es la de aumentar la distancia entre la fuente de ruido y los oyentes. Por ejemplo, no deben construirse hospitales cerca de los aeropuertos, carreteras, o ferrocarriles. Si el solar es grande, el edificio debe alejarse lo más posible de la calle.

Aunque se apliquen todos los recursos conocidos para modificar el diseño del dispositivo ruidoso básico, el equipo puede resultar todavía demasiado ruidoso en ciertas circunstancias. En tales casos, debemos recurrir a una o más de las tres técnicas básicas de control de ruido, a saber, reubicar, silenciar o encerrar el equipo. A fin de que el ingeniero pueda aplicar una cualquiera de estas técnicas cuantitativamente, debemos considerar los siguientes factores si se pretende una solución satisfactoria del problema:

1. Determinar la potencia *acústica* radiada por la fuente en cada uno de un grupo prescrito de frecuencias. Por lo general, las mediciones de ruido se hacen según una de las siguientes maneras:

a. Con un analizador de octavas con las siguientes ocho bandas: 37,5-75, 75-150, 150-300, 300-600, 600-1200, 1200-2400, 2400-4800 y 4.800-10.000 c/s.

b. Con un analizador de tercio de octava, con 25 bandas de frecuencias: 20-45, 45-57, 57-71, 71-90, 90-114, 114-142, 142-180, 180-228, 228-284, 284-360, etc.

c. Con un analizador de banda estrecha con un ancho de banda fijo entre 2 y 50 c/s, o

d. Con un analizador de banda estrecha con un ancho de banda del 2 al 20 por ciento de la frecuencia media.

Los resultados obtenidos con uno de estos tipos de analizador, se reducen, a veces, al que se habría obtenido utilizando un analizador de 1 c/s de ancho de banda. Si la representación gráfica de los datos se hace en términos del nivel de potencia en decibel (ver p. 14) en función de la frecuencia para la banda de 1 c/s, la gráfica representará lo que se llama el *nivel de potencia espectral* (ver p. 15). Se utilizan a veces otros anchos de banda, por ejemplo, el *ancho de banda crítico*, para presentar los datos[1].

2. Deben medirse las *características direccionales* de la fuente para diversas frecuencias.

3. Deben estudiarse los *caminos de trasmisión* o los *medios ambientes* que acoplan la fuente a los oídos del oyente. Estos medios ambientes pueden ser una habitación o un espacio de fabricación, casos en que son aplicables las fórmulas estudiadas en el capítulo anterior para los recintos grandes irregulares. Estas fórmulas dan la presión sonora como función de la potencia acústica, la distancia a la fuente, y las características del local. El camino de trasmisión puede ser al exterior, donde la presión sonora decrece linealmente con la distancia, excepto por los efectos adicionales de la absorción en el aire o el terreno y los del gradiente de temperatura. O el camino de trasmisión puede involucrar estructuras tales como silenciadores, conductos, paredes, y colinas. Éstas deben ser consideradas, sea que se hallen cerca de la fuente o cerca del oyente, o de ambos.

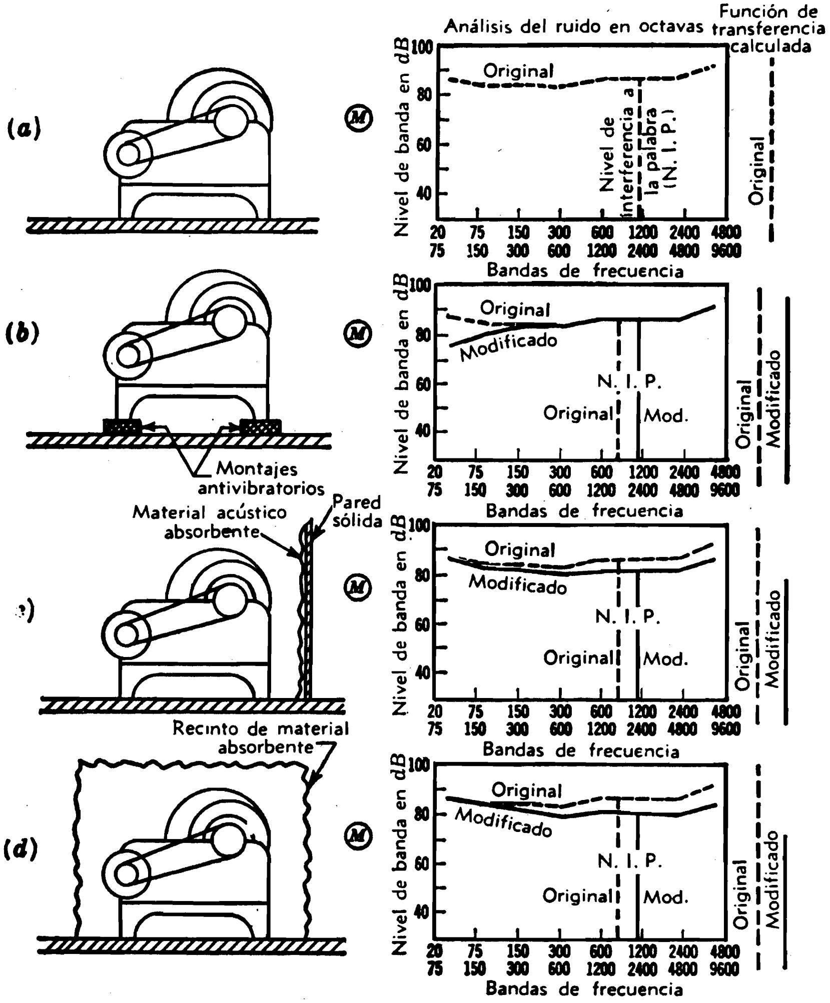
4. Debe elegirse el *criterio* aplicable al problema. Por ejemplo, si se decide que los obreros no sean molestados por el ruido, los niveles de ruido deben reducirse por debajo de los indicados por las curvas apropiadas de la Parte XXXII, las que expresan los máximos niveles sonoros para la consecución de estos objetivos. Estas curvas expresan criterios de diseño.

5. La *magnitud de la reducción de ruido requerida.* Esta cantidad se obtiene considerando los cuatro factores anteriores. El nivel de potencia (en dB) más el índice de directividad menos el efecto del ambiente y las estructuras intermedias, dan los niveles de presión sonora debidos a la fuente en la posición ocupada por el oyente. La diferencia entre los niveles de presión sonora en la posición ocupada por el oyente y los que establece la curva de criterio aplicable es la magnitud de la reducción de ruido (en dB) que debe procurarse.

Aislación de las vibraciones. Si bien este texto está dedicado enteramente al aspecto acústico de la reducción del ruido, no debe descuidarse la importancia y la necesidad de la aislación de las vibraciones. Muchas veces es posible silenciar adecuadamente un equipo montándolo simplemente sobre aisladores de goma, de manera que no excite las estructuras vecinas capaces de radiar sonido. Se mencionan textos recientes sobre el problema de la vibración en las notas al pie.[2,3]

---

[1] L. L. BERANEK, "Acoustic Measurements", Cap. 12, pp. 516-592, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1949.



(a)

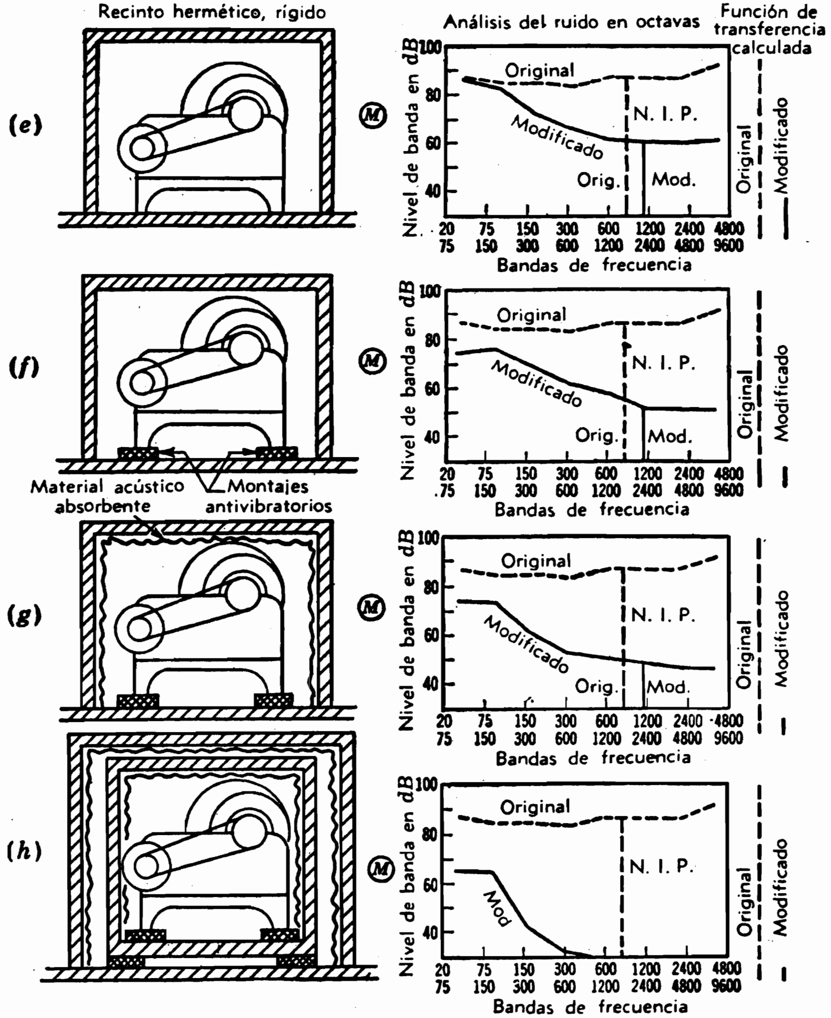
FIG. 11.1. Ejemplos hipotéticos de reducción de ruido con ilustración de los valores relativos de diversos recursos. El nivel de interferencia a la conversación (ver

---

[2] C. E. CREDE, "Vibration and Shock Isolation", John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1951.

[3] H. M. HANSEN and P. F. CHENEA, "Mechanics of Vibration", John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1952.

Ejemplo de control de ruido. Para ayudar a formarse un criterio acerca del valor relativo de las diversas posibilidades de control del ruido, veamos la Fig. 11.1. Se ve aquí una máquina hipotética productora de ruido. Si está montada directamente sobre un piso no rígido, la máquina produce el espectro de ruido que se ve a la derecha de (*a*). El diagrama de barras de la derecha da la función de trasferencia calculada producida por la máquina. La función de trasferencia es una cantidad utilizada para facilitar la determinación de la magnitud sub-


Recinto hermético, rígido
Análisis del ruido en octavas
Función de transferencia calculada
(e)
(f)
(g)
(h)
M
Nivel de banda en dB
100
80
60
40
Original
Modificado
Mod
N. I. P.
Orig.
Mod.
Original
Modificado
20 75 150 300 600 1200 2400 4800
75 150 300 600 1200 2400 4800 9600
Bandas de frecuencia
Material acústico absorbente
Montajes antivibratorios

(*b*)

Parte XXXII) se muestra con la barra vertical marcada SIL. La función de trasferencia calculada (sonoridad) antes y después de la modificación está representada por las barras de la derecha de cada gráfico.

jetiva o *nivel de sonoridad* de un ruido complejo, una vez conocido su espectro. Hasta hace poco se creía que la función de trasferencia era proporcional a la *sonoridad* (loudness) de un sonido, esto es, si algo se juzgaba dos veces más sonoro, la función de trasferencia sería doble. Este concepto está ahora abierto a la discusión. La función de trasferencia se considera en la Parte XXX. El nivel de interferencia a la palabra está indicado por la altura de la barra en la banda de 1200-2400 c/s. Este concepto se discute en la Parte XXXII. La eficacia del control del ruido en relación con los seres humanos queda indicada no por la modificación del espectro en sí, sino específicamente por los cambios que reducen la función de trasferencia y el nivel de interferencia a la conversación.

En (*b*) se muestra el efecto de montar la máquina sobre soportes antivibratorios. El espectro de ruido ha bajado, especialmente en las frecuencias menores. En este ejemplo, la aislación de las vibraciones es de cierto valor, pero no suficiente.

En (*c*) vemos que se obtiene una pequeña ventaja erigiendo una pared baja cerca de la máquina.

En (*d*) vemos que se gana muy poco cerrando la máquina en una estructura acústica porosa (frazada). Estas frazadas son eficaces para el control del tiempo de reverberación y la constante de una habitación, pero no representan barreras eficaces para el sonido.

En (*e*) se ilustra el efecto de encerrar la máquina en una caja hermética. El nivel de ruido decrece notablemente, sobre todo para las frecuencias altas.

En (*f*) vemos el efecto combinado de la aislación de las vibraciones y la caja hermética; hay una reducción sustancial del espectro de ruido, de la función de trasferencia y el nivel de interferencia a la conversación.

En (*g*) vemos el efecto de encerrar la máquina en una caja hermética revestida con una frazada acústica absorbente. El control del ruido es aquí muy bueno.

En (*h*) se ilustra el efecto de una doble envoltura, con doble montaje antivibratorio y doble revestimiento acústico. El nivel de ruido es ahora muy bajo.

Una dificultad obvia con las soluciones de la Fig. 11.1 es la falta de ventilación y escape para los gases de la combustión. Para remediar esta situación hay que recurrir a conductos o silenciadores. Eligiendo convenientemente el silenciador, puede obtenerse prácticamente cualquier atenuación deseada.

11.3. Niveles de potencia de las fuentes. El punto de partida en el control del ruido es la curva de nivel de potencia en función de la frecuencia de la fuente de ruido. La mayoría de las fuentes radian una potencia acústica constante, sea que estén en un local cerrado, sea que estén puertas afuera. Por ejemplo, un ventilador utilizado en un sistema de acondicionamiento de aire parece radiar la misma potencia acústica, esté conectado o no a un conducto, e independientemente de las contrapresiones que en general se encuentran. Esto se debe a que, aun cuando la fuente se encuentre en una habitación, su impedancia

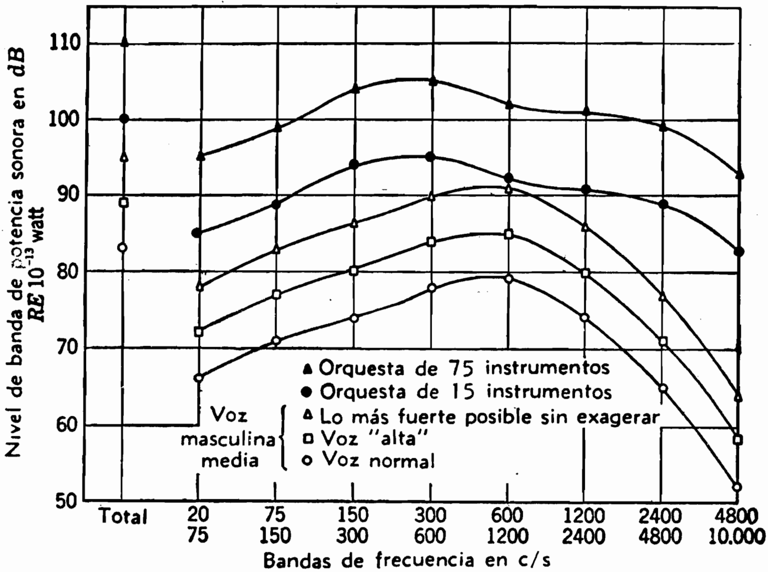


FIG. 11.2. Niveles de potencia sonora de lapso largo, medios, referidos a 10–13 watt para voces masculinas y orquestas de 15 y de 75 instrumentos. Para la voz humana, las crestas leídas en la escala *C* rápida de un medidor de nivel sonoro serían unos 10 dB más altos que los indicados. En el caso de las orquestas, las crestas serían unos 15 dB más altas.

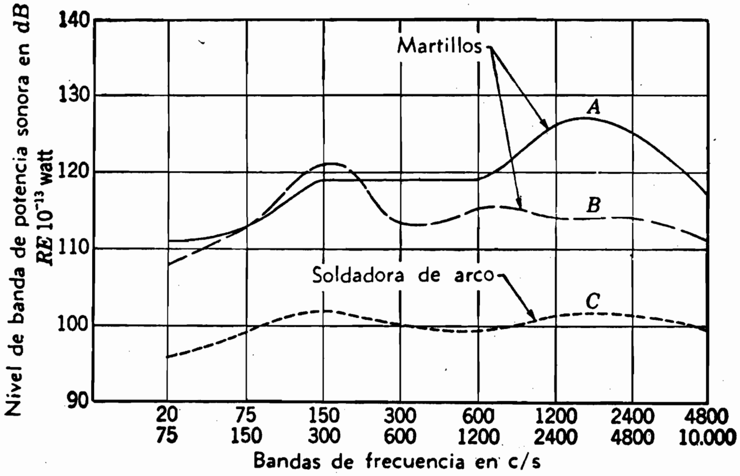


FIG. 11.3. Niveles de potencia sonora leídos en la escala lenta de un analizador de octavas correspondientes a martillos neumáticos funcionando con una presión de aire de 6,5 Kg/cm². (*A*) Martillo trabajando sobre una placa de 0,45 × 0,45 × 0,019 mm, de hierro; (*B*) martillo en el aire; (*C*) lo mismo para soldadura de arco con 300 amperes.

de radiación es casi la misma que en el espacio libre. Hemos visto, en la Fig. 10.21, que el campo sonoro cerca de la máquina es casi el mismo adentro o afuera, a menos que sea muy pequeña la constante de la habitación.

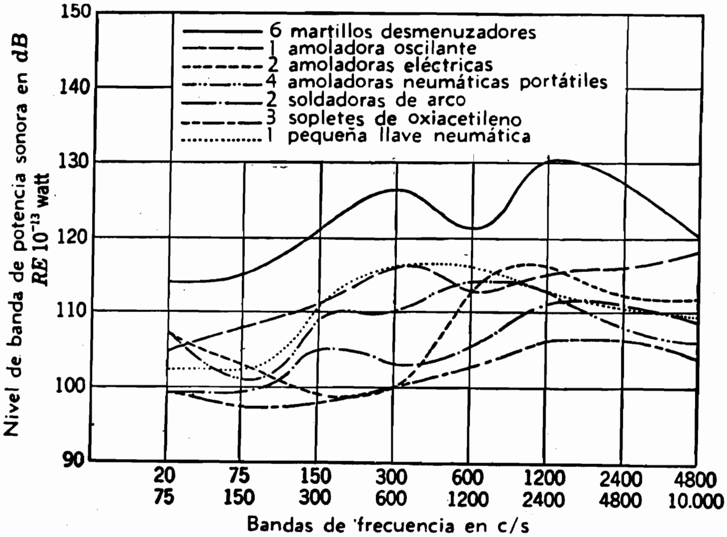


FIG. 11.4. Niveles de presión sonora leídos en la escala lenta de un analizador de octavas correspondientes a varias herramientas industriales.

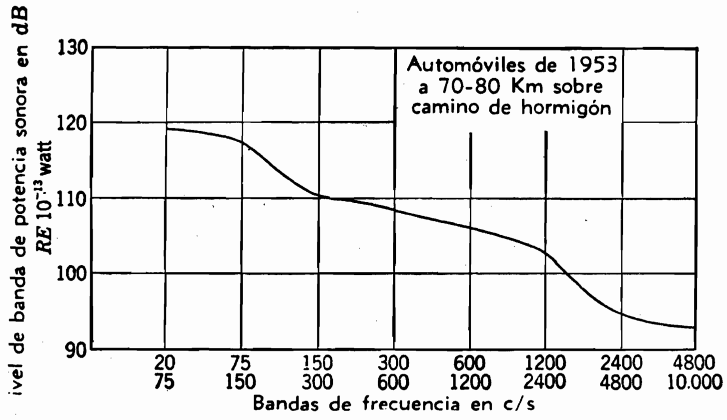


FIG. 11.5. Niveles de potencia sonora medios para automóviles de pasajeros modelos 1953 viajando a entre 70 y 80 Km/h sobre una carretera típica de hormigón; mediciones hechas externamente.

Hay casos, por supuesto, en los que un recinto pequeño reacciona tan fuertemente sobre la fuente que llega a modificar la potencia radiada. Estas situaciones deben ser tratadas por lo general mediante el análisis matemático exacto.

Para su análisis, dividiremos las fuentes de ruido en varios grupos. Estos grupos forman tres amplias categorías, como se ve en la tabla 11.1. En las Figs. 11.2 a 11.11 se presentan los niveles de potencia

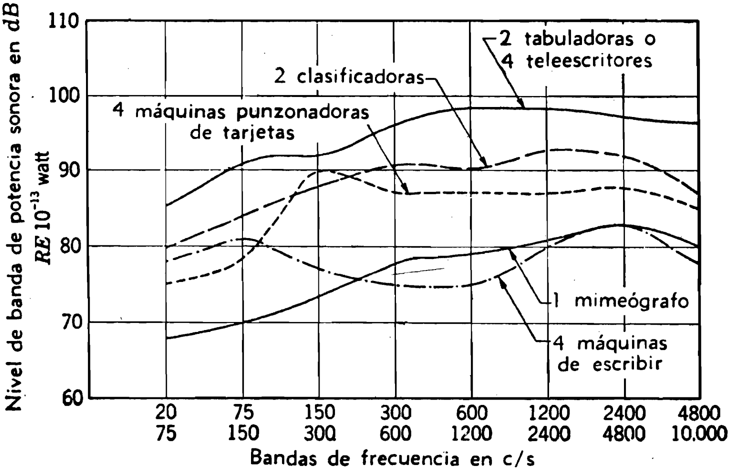


FIG. 11.6. Ruido de las máquinas de oficina. Los datos se tomaron en oficinas grandes y suponiendo condiciones de difusión. Todas las máquinas consideradas son de modelos anteriores a 1950.

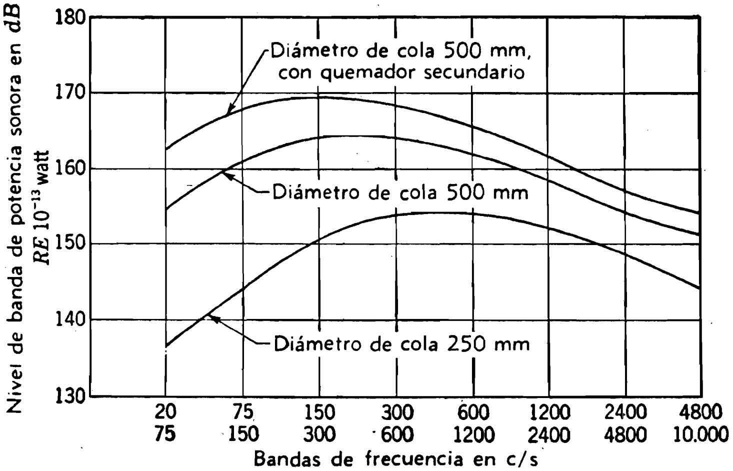


FIG. 11.7. Niveles de potencia sonora producidos por motores de reacción (sin hélice) para tres potencias del motor.

para las fuentes de la tabla 11,1, medidos directamente o estimados a partir de los datos disponibles. Estos gráficos expresan el nivel de potencia en cada una de ocho bandas de frecuencias, definido el nivel de potencia como

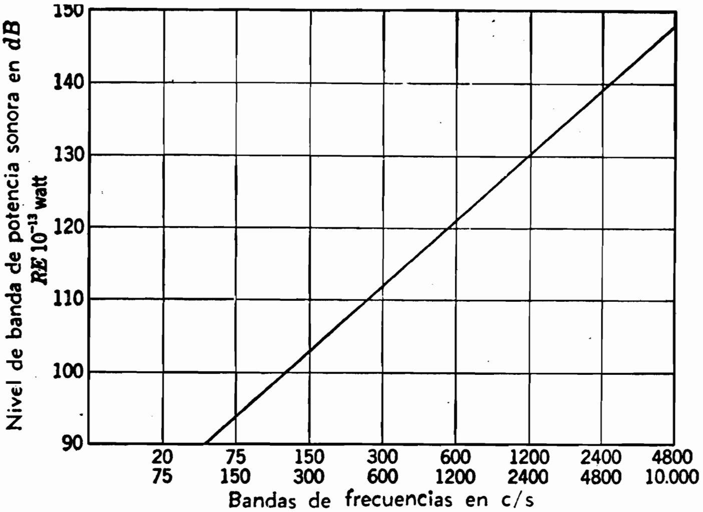


FIG. 11.8. Niveles de potencia sonora producidos por una manguera de vapor de 19 mm de diámetro, utiliada para limpiar una máquina moledora de carne.

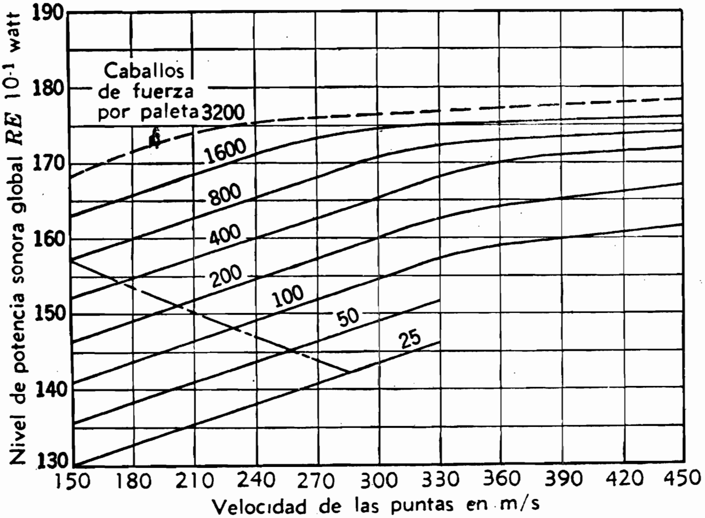


FIG. 11.9. Niveles de potencia sonora generales producidos en vuelo por hélices de 1952 en función de la velocidad de las puntas y la potencia por pala.

$$\mathrm{PWL} = 10 \log_{10} \frac{W}{10^{-13}} \quad \mathrm{dB} \tag{11.1}$$

Mencionamos por lo general PWL como "nivel de potencia referido a 10^{-13} watt".

11.4. Diagramas direccionales de las fuentes. El diagrama direccional de una fuente es una descripción, por lo general gráfica, de los niveles de intensidad a una distancia dada del centro de la fuente como

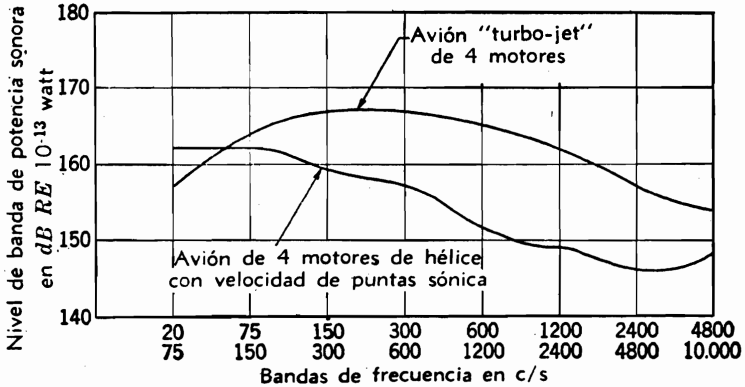


FIG. 11.10. Niveles de potencia sonora para dos aeronaves de 4 motores a velocidad de crucero (modelo 1952).

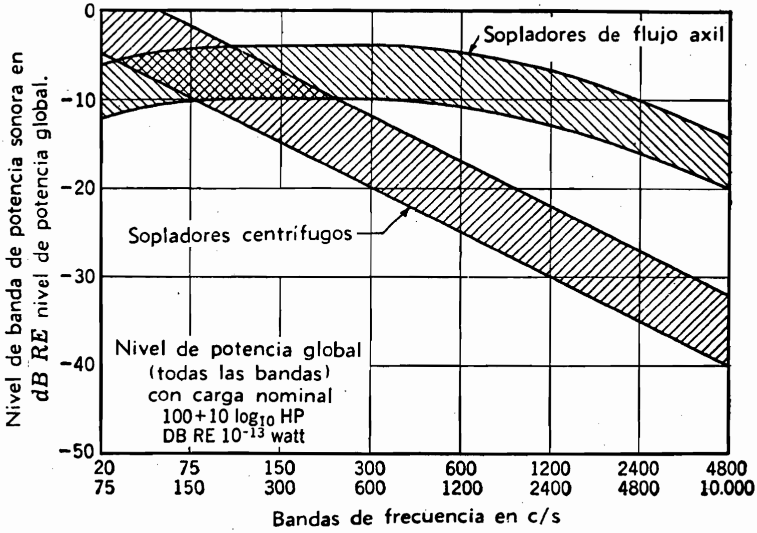
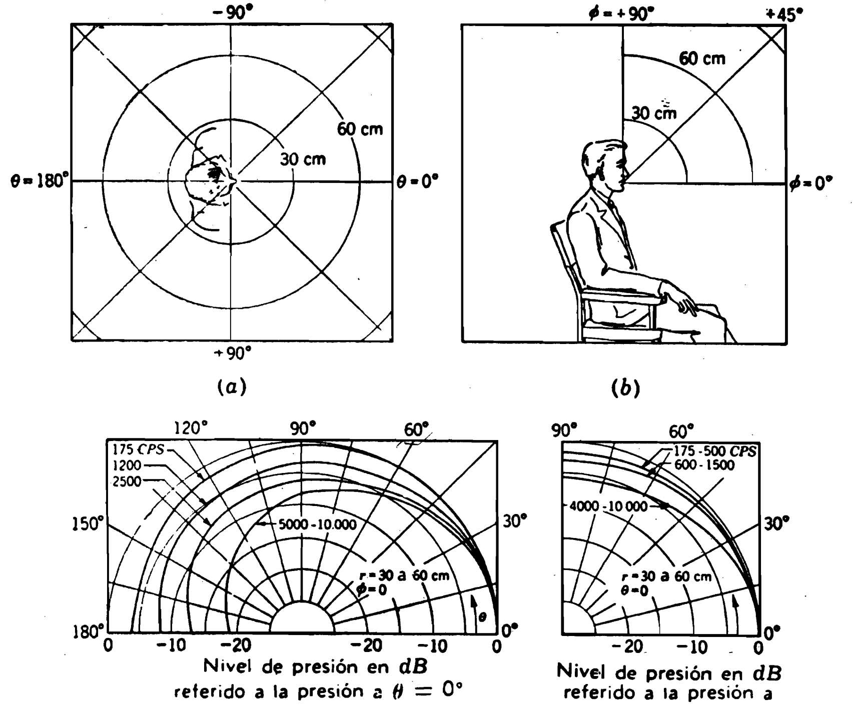


FIG. 11.11. Abaco para determinar los niveles de banda de potencia para ventiladores de dos tipos. Se determina primero el nivel de potencia general mediante la fórmula dada en la figura, donde HP es la potencia del ventilador en caballos de fuerza cuando funciona en régimen normal.

función del ángulo θ medido con respecto a un plano de referencia que pasa por el centro dicho. El índice de directividad se definió en la Parte XI como la relación, expresada en dB, de la intensidad en un punto de un eje determinado a la intensidad que existiría en el mismo



(a) (b)

FIG. 11.12. Diagramas direccionales para la voz humana. (Según *Dunn and Farnsworth, J. Acoust. Soc. Amer.*, 10: 184-199, 1939). Los índices de directividad son: 175 c/s, 1 dB; 1.200 c/s, 4,5 dB; y 5.000 a 10.000 c/s, 6 dB.

punto si una fuente adireccional radiara la misma potencia acústica total. Los puntos de medición para los diagramas direccionales se toman lo suficientemente alejados de la fuente como para que se encuentren en el campo remoto, es decir, donde la presión sonora decrece linealmente al aumentar la distancia.

TABLA 11.1. Categorías de fuentes de ruido *

A. Fuentes vocales y musicales:
  Voz humana
  Orquestas
B. Fuentes de impacto y vibración:
  Máquinas de fabricación
  Máquinas de transporte
  Máquinas de oficina
C. Fuentes con chorro de aire, gases o vapores:
  Escape de motores a chorro
  Chorros de aire
  Hélices
  Aeronaves en vuelo
  Ventiladores

* Se dan los datos pertinentes en las Figs. 11.2 a 11.11.

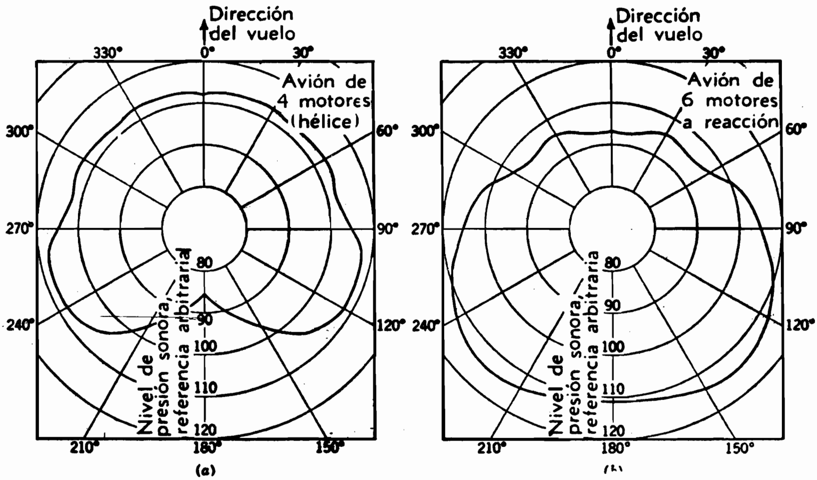


FIG. 11.13. Diagramas direccionales para una aeronave en vuelo. (*a*) Avión de hélice. (*b*) Avión de chorro.

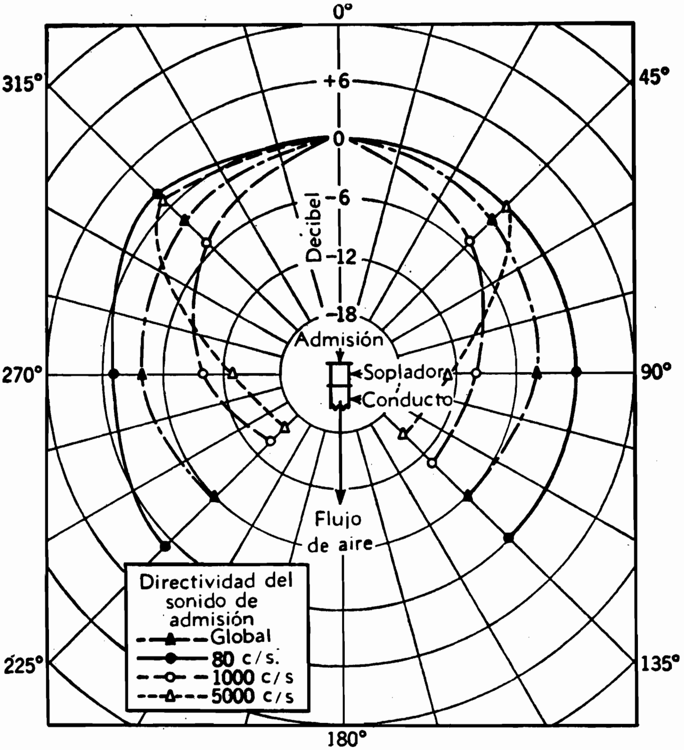


FIG. 11.14. Diagramas direccionales para la entrada de un ventilador del tipo coaxil con caja de 40 cm. de diámetro.

En las Figs. 11.12 y 11.14 damos los diagramas de direccionalidad a frecuencias elegidas correspondientes a algunas de las fuentes enumeradas en la tabla 11.1. El índice de directividad para un eje dado en particular puede determinarse a partir del diagrama de direccionalidad mediante los métodos de la Parte XI.

PARTE XXVII. *Caminos de trasmisión acústica.*

La fuente sonora y el oyente están acoplados por un camino de trasmisión acústica. Este camino puede extenderse por el aire exterior o por el aire interno de una habitación, o por ambos. Por ejemplo, el sonido puede originarse en el exterior y llegar eventualmente al oído de una persona que está en el interior de una habitación. Cuando se trata de una combinación de las dos posibilidades, el problema se descompone, por lo general, y cada parte se considera separadamente, debiéndose tener en cuenta el hecho básico de que es necesario tomar en consideración la totalidad de la potencia acústica producida por la fuente. Consideremos primero el problema en el exterior.

11.5. Exterior. *Radiación esférica.* El nivel de presión sonora en dB en un punto del espacio libre (radiación esférica está relacionado con el nivel de potencia radiado y el índice de directividad por la expresión †

$$\text{SPL} = \text{PWL} + \text{DI} - 10 \log_{10} S_s - 9{,}5 \qquad \text{dB} \qquad (11.2)$$

donde PWL = nivel de potencia en dB *re* 10^{-13} watt [ver Ec. (11.1)]

DI = $10 \log_{10} Q$ = índice de directividad en dB para la dirección considerada sobre la cual se determina el nivel de presión sonora

Q = factor de directividad (ver Parte XI)

S_s = $4\pi r^2$ área en m^2 de una esfera cuyo radio es igual a la presión sonora.

Al escribir la Ec. (11.2) hemos supuesto que la temperatura ambiente es de 20° C y la presión atmosférica de 0,76 m Hg. Las correcciones de presión y temperatura son las de la Fig. 10.19.

Radiación hemisférica. A menudo, la fuente sonora está situada cerca de la tierra, de modo que la radiación tiene lugar en un "semiespacio". En este caso, la intensidad sonora se duplica en todos los puntos, lo que significa que es 3 dB mayor que la indicada por la Ec. (11.2). La fórmula para este caso es

$$\text{SPL} = \text{PWL} + \text{DI} - 10 \log_{10} S_h - 9{,}5 \qquad \text{dB} \qquad (11.3)$$

---

† Esta ecuación proviene directamente de la Ec. (10.65) con $R = \infty$.

donde $S_h = 2\pi r^2$ es el área superficial en m^2 de una semiesfera cuyo radio es igual a la distancia r a la cual se determina el nivel de presión sonora. En este caso, asimismo, el nivel de presión sonora decrece 6 dB cada vez que se duplica la distancia.

Pérdidas en el aire—teóricas. Si la frecuencia del sonido radiado es mayor que 1000 c/s, las pérdidas de energía acústica en el aire pueden resultar significativas y deben tomarse en cuenta. La pérdida expresada en dB por metro o por pie es [ver Ec. (10.40)].

$$\Delta_m = 43{,}4(m_1 + m_2) \qquad \text{dB/m} \tag{11.4}$$

$$\Delta_m = 13{,}24(m_1 + m_2) \qquad \text{dB/pie} \tag{11.5}$$

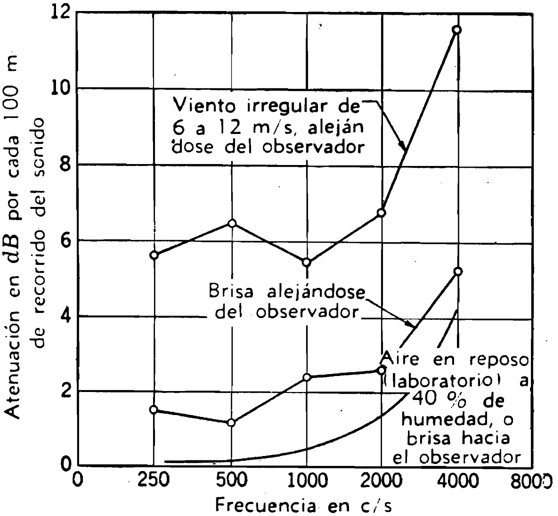


FIG. 11.15. La importancia relativa del viento sobre el aumento de la atenuación del sonido con respecto a la medida en condiciones de laboratorio. La curva de abajo da la atenuación calculada para el aire en condiciones de laboratorio, con 40 por ciento de humedad relativa. Las otras dos curvas muestran los valores de atenuación medidos en experiencias hechas puertas afuera con viento soplando desde el observador hacia la fuente. Los efectos de la divergencia esférica y de la humedad (curva inferior) han sido restados. La divergencia entre las dos curvas superiores representa la atenuación debida al arrachamiento (turbulencia) del viento y se ve que es del orden de 4 a 6 dB cada 100 m. Estos resultados se obtuvieron midiendo la presión sonora a diferentes distancias de la fuente sonora situada en una torre de 12 m de altura. Si el viento sopla desde la fuente hacia el observador, las atenuaciones son aproximadamente las de la curva inferior. (*Según Ingard* 4.)

donde m_1 = pérdida en m^{-1} debida a la viscosidad y la conducción calórica, dada por la Ec. (10.38)

m_2 = pérdida en m^{-1} debida a la absorción y dispersión molecular, dada por la Fig. 10.17

Pérdidas en el aire—medidas.[4] En el exterior, la atenuación del sonido es mucho mayor que adentro, aun en los días en que el aire está "en calma". La mayor atenuación se debe al siempre presente movimiento del aire y a los gradientes localizados de temperatura y los movimientos rotacionales. En la Fig. 11.15 se presenta un grupo de curvas de atenuación en el exterior.

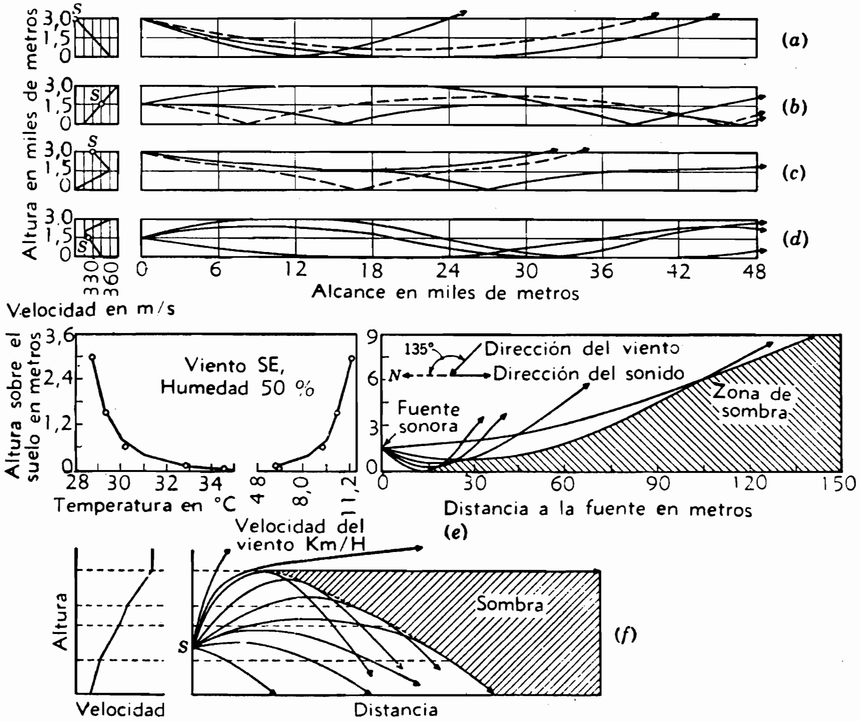


FIG. 11.16. Gráficos que ilustran los efectos de los gradientes de velocidad del sonido (debidos a las variaciones de temperatura y presión barométrica) en función de la distancia desde la fuente. (*a*) Gradiente de velocidad uniforme y negativo, avión a 3.000 m de altitud; (*b*) gradiente uniforme positivo de velocidad, avión a 1.500 m; (*c*) inversión de temperatura, avión a 3.000 m; (*d*) inversión de temperatura de tipo opuesto, avión a 1.500 m; (*e*) gradiente negativo de temperatura, fuente a 1,5 m; (*f*) gradiente positivo de temperatura, fuente a 1.5 m.

PÉRDIDAS POR EL SUELO. Además de la absorción en el aire en sí, el sonido es también atenuado al propagarse sobre el suelo. Las áreas boscosas son más eficaces como atenuadoras del sonido que las pastosas.

---

[4] K. U. INGARD, Review of the Influence of Meteorological Conditions on Sound Propagation, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **25**: 405-411 (1953). Mucho del material de esta parte puede encontrarse en el "Handbook of Acoustic Noise Control", vol. I, Physical Acoustics, por Bolt Beranek and Newman, Inc. (1952).

Las colinas y las montañas ayudan también a dispersar el sonido. Desafortunadamente, las circunstancias prácticas son tan diversas que no es posible discutir aquí este problema.

GRADIENTES DE TEMPERATURA. Los gradientes de temperatura ejercen pronunciados efectos sobre la propagación sonora, aunque es en general mayor el efecto del viento. Un gradiente de temperatura positivo con la altura sobre la superficie del suelo produce una refracción hacia abajo de la onda sonora, y, por lo tanto, realza sus niveles. Se observará el efecto inverso en un día de verano cálido, cuando la superficie de la tierra alcanza una temperatura mucho mayor que la del aire a algunos metros de ella. En este caso, el sonido puede parecer desaparecer por completo a una distancia de sólo 30 m.

En la Fig. 11.16 ilústranse seis ejemplos de difracción causada por el gradiente de temperatura. En (*a*) y (*e*) el gradiente de temperatura es negativo, y el sonido es audible a una distancia limitada y luego se curva hacia arriba. En (*b*) y (*f*) el gradiente es positivo, y una gran parte de la energía radiada hacia arriba es devuelta hacia la tierra. Es evidente que en este caso el nivel de presión sonora no decrece a razón de 6 dB cada vez que se duplica la distancia. En (*c*) y (*d*) se supone que hay inversión de temperatura a los 1500 m. El sonido producido en el suelo en estos casos es refractado de una manera similar a como lo son las ondas de radio por la capa de Kennelly-Heaviside. Obsérvese que cuando la velocidad del sonido es la más baja, la densidad del aire es la mayor, de modo que una inversión de temperatura produce el efecto de una capa de aire denso.

Para las situaciones de la Fig. 11.16, el sonido no decrece de acuerdo con las simples relaciones de las Ecs. (11.2) y (11.3). En los problemas de reducción de ruido, los efectos de los gradientes de temperatura deben tenerse presentes, porque un tratamiento satisfactorio para la mayoría de los días y las noches puede no serlo en otras ocasiones porque deja de cumplirse la ley de proporcionalidad inversa con la distancia.

Barreras. Muchas veces se presenta la cuestión de si una pared erigida entre la fuente y el oyente conduce o no a una reducción importante del ruido. La respuesta no es simple. Todo depende de la altura de la pared, de la longitud de onda del sonido, de la distancia a que la fuente y el oyente están de la pared, y de la altura de la fuente y del oyente sobre el suelo. A menos que tanto la fuente como el oyente se hallen al nivel del suelo, y a menos que la fuente de ruido se halle razonablemente cerca de la pared, de modo que ésta no necesite ser muy alta, una barrera de esta clase no es en general viable por razones económicas.

Una solución simplificada de este problema, a la que se llega en la hipótesis de que la fuente y el micrófono están sobre la superficie del suelo, es la ilustrada en la Fig. 11.17.[5] La abscisa de esta figura está dada por

---

[5] R. O. FEHR, The Reduction of Industrial Machine Noise, *Proc. 2d Natl. Noise Abatement Symposium* (1951).

$$N = \frac{2}{\lambda}\left[R\left(\sqrt{1+\frac{H^2}{R^2}}-1\right)+D\left(\sqrt{1+\frac{H^2}{D^2}}-1\right)\right]$$

$$\doteq \frac{H^2}{\lambda R} \qquad \text{si } D \gg R \geqq H \qquad (11.6)$$

donde H = altura de la barrera sobre la línea visual entre la fuente y el observador

R = distancia horizontal de la fuente a la barrera

D = distancia horizontal del observador a la barrera

En la misma figura se representan los resultados medidos para comparación. Se ve que la atenuación está limitada en la práctica a entre 15 y 20 dB.

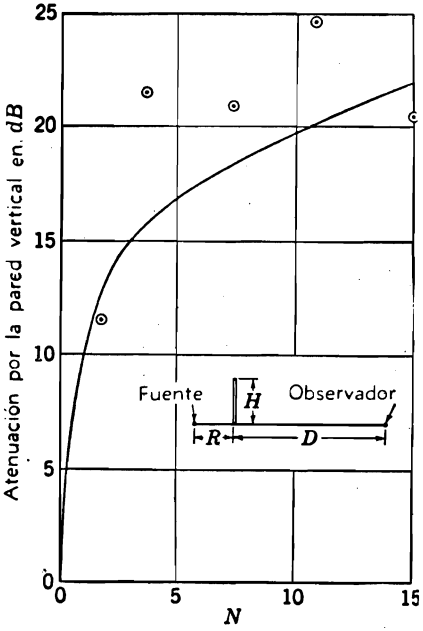


FIG. 11.17. Atenuación debida a una pared erigida hasta la altura H por encima de la línea visual entre la fuente de ruido y el observador. [*Según Fehr, The Reduction of Industrial Machine Noise, Proc. 2d Natl. Noise Abatement Symposium* (1951).] Los círculos representan valores medidos para H = 9 m, R = 6 m, D = 30 m, $N \doteq 12/\lambda$. Por encima de N = 15, A no fué nunca mayor que 20 dB y bajada a 12 dB en 3.500 c/s.

11.6. Paredes de encierro. Un procedimiento muy común para el control del ruido consiste en encerrar completamente la fuente de ruido. En tal caso son de aplicar básicamente las consideraciones de la Fig. 11.1. En primer término, el recinto debe ser cerrado casi herméticamente, excepto en lo que hace a la ventilación prevista. En segundo lugar, la masa y la estructura de las paredes, ventanas, y puertas, deben elegirse de manera tal que se obtenga la atenuación deseada. Luego, la fuente de ruido debe estar aislada con respecto a las vibraciones, de una manera adecuada, del piso, las paredes y el techo del recinto, para que el sonido no pueda salir al exterior por un camino ofrecido por la estructura.

Pérdidas de trasmisión medias. Las atenuaciones de las paredes y las ventanas han sido tabuladas en las Figs. 10.26 y 10.27. Hemos visto en la Ec. (10.86) y el Ejemplo 10.6 cómo determinar el coeficiente medio de trasmisión de todo el recinto.

Puertas Las puertas constituyen un problema particularmente difícil a causa de la dificultad que se encuentra para obtener un buen cierre en los bordes y en el umbral. Muchas puertas para las que se reivindica una atenuación de 35 a 45 dB no dan más que 20 a 25 dB una vez instaladas, simplemente por falta de buenos cierres.

El problema principal con el cierre es que todas las puertas son por lo general lo suficientemente irregulares como para que una parte del contorno tenga que comprimirse tanto como 3 mm para que el resto entre en contacto con el marco. A causa de la extensión de la superficie de contacto en los puntos de presión y la rigidez del material de goma o fieltro utilizado, es muy grande la fuerza necesaria para producir una compresión adecuada. Resulta así difícil, para una persona, cerrar la puerta. Por otra parte, se fuerzan también las bisagras.

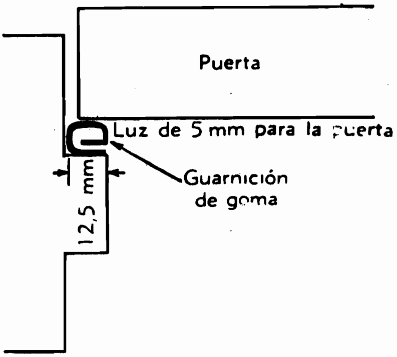
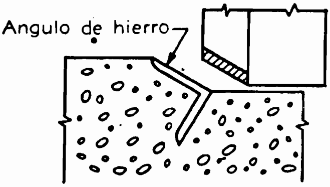


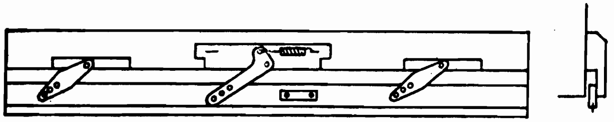
FIG. 11.18. Ejemplo de cierre de puerta hecho con una guarnición de goma. Este cierre se extiende por las cuatro aristas de la puerta.

En la Fig. 11.18 se ilustra un tipo de cierre sencillo y, en general, satisfactorio. La puerta se cierra contra una guarnición de goma producida por extrusión, de 12,5 a 25 mm de ancho. La guarnición puede

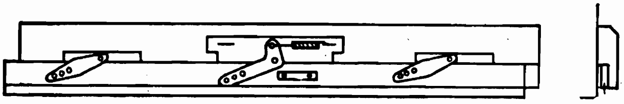


Cierre de umbral

(*a*)



Contraviento — con la puerta cerrada



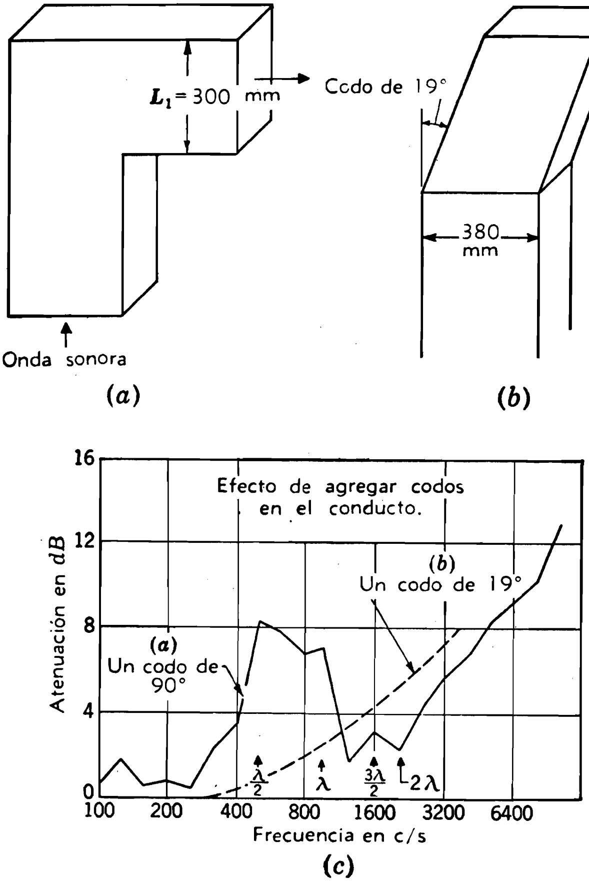
Contraviento — con la puerta abierta

(*b*)

FIG. 11.19. Dos maneras de obtener el cierre en el umbral de una puerta. (*Según Cullum* [6].)

extenderse de manera continuada alrededor de todo el marco. La principal desventaja es la necesidad de un contramarco saliente, con la necesidad de un umbral en pendiente a un lado.

En la Fig. 11.9*a* y *b* se muestran dos posibles cierres de umbral.[6]



IG. 11.20. Atenuación del sonido por codos sin revestir en los conductos de ventilación. (*a*) Dimensiones de un codo de 90°. (*b*) Dimensiones de un codo de 19°. (*c*) Datos medidos para (*a*) y (*b*).

El supresor de corriente es un dispositivo actuado por un émbolo en el borde interior de la puerta. Al cerrar la puerta, el cierre se comprime contra el suelo. Este dispositivo puede usarse sin contramarco en el umbral, aunque es mucho menos efectivo que la disposición de la Fig. 11.18.

---

[6] D. J. W. Cullum, "The Practical Application of Acoustic Principles", Spon, Ltd., Londres, 1949.

La puerta debe estar formada por un único panel de masa suficiente para evitar la trasmisión del sonido, o debe estar compuesta por dos paneles, uno a cada lado, montados sobre goma, con un espacio intermedio lleno de lana mineral o colchón de lana de vidrio.

11.7. Silenciadores y conductos. Cuando el ruido está acompañado por un flujo continuo de aire, no es posible encerrar completamente la fuente de ruido con el objeto de reducir sus efectos molestos. Debe usar en cambio un silenciador o conducto atenuador.

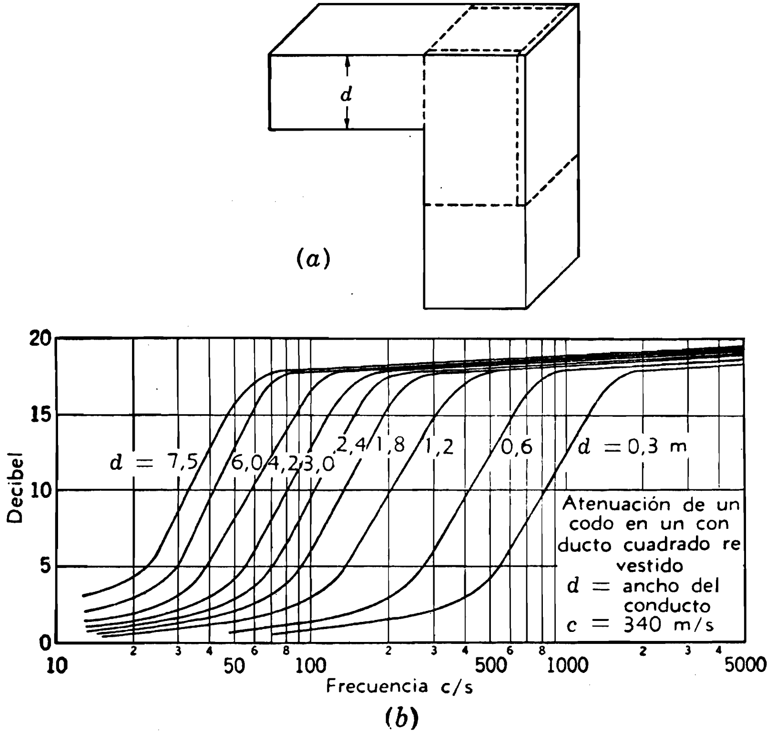


FIG. 11.21. (*a*) Dimensiones físicas de un codo de 90° revestido. (*b*) Curvas aproyimadas para la estimación de la atenuación en el codo.

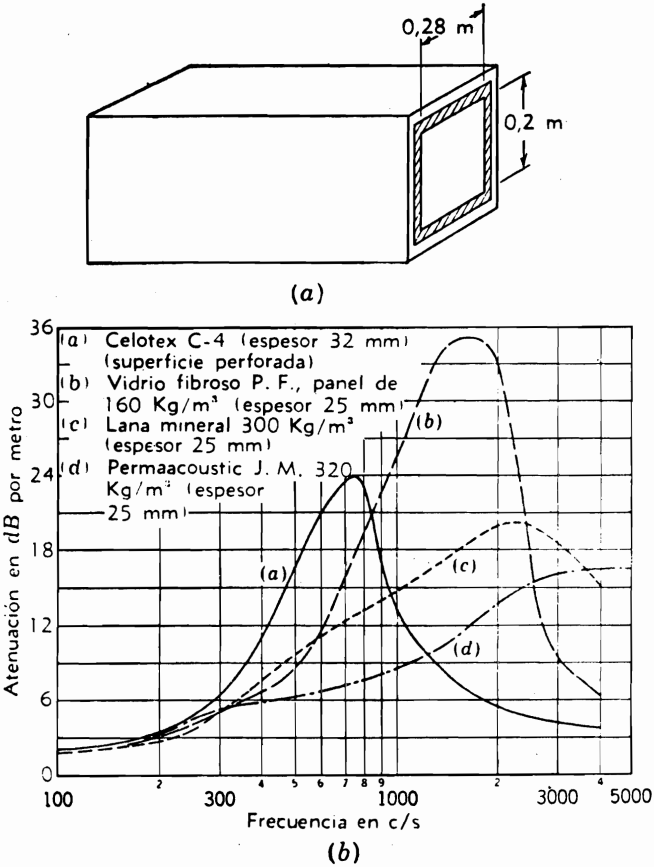
En un silenciador o conducto atenuador, la atenuación puede producirse por la reflexión del sonido hacia la fuente o por absorción de energía. La reflexión se obtiene mediante el uso de filtros acústicos o conductos con dobladuras. Hay absorción en las estructuras que disipan la energía en materiales porosos o elementos vibrantes amortiguados. Se discuten a continuación algunos ejemplos de cada tipo.

Conductos de ventilación. CODOS. Los ruidos producidos por los sopladores para ventilación pueden reducirse introduciendo codos en el sistema de conductos. En la Fig. 11.20 se da el comportamiento de

INSTITUTO VIPRO

codos de 90° y de 19°. Se ve que la atenuación es alta para la resonancia básica de las paredes laterales del conducto (900 c/s), para $L_1=\lambda/2$ y $3\lambda/2$ y las frecuencias altas.

Si los codos están revestidos con un material acústico que tenga un coeficiente de absorción mayor que 0,8, las pérdidas son las dadas por las curvas de la Fig. 11.21.



(a)

(b)

Fig. 11.22. (*a*) Conducto revestido, y (*b*) atenuación medida en dB/m para el conducto de (*a*) con cuatro distintos materiales.

Revestimientos. Para reducir el ruido producido por los sopladores de ventilación es corriente revestir los conductos con material absorbente. En la Fig. 11.22 se presentan los valores medidos para cuatro conductos de aproximadamente 0,20 por 0,275 m, revestidos con distintos materiales. Los datos se dan en dB por metro, en función de la frecuencia. En la Fig. 11.23, se dan datos similares para seis tamaños de conductos revestidos con hojas rígidas de lana mineral Celotex, de 25 mm de espesor. Las ordenadas de esta figura están en dB/m, pero la abscisa es la relación del perímetro P al área transversal abierta, en m^{-1}. La frecuencia interviene como parámetro. De acuerdo con estos datos, puede concluirse que la atenuación está dada por la fórmula aproximada[7]

$$\text{dB/m} = \frac{1{,}05\bar{\alpha}^{1{\cdot}4}P}{A} \qquad (11.7)$$

donde α = coeficiente de absorción medio del material acústico que reviste el conducto
P = perímetro interior del conducto en m
A = área transversal interna del conducto en m^2

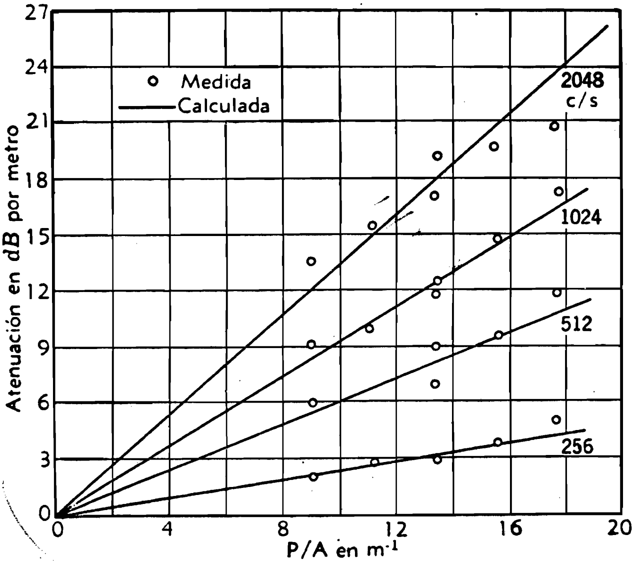


FIG. 11.23. Atenuación de dB por metro para conductos revestidos en las cuatro caras con material acústico. Las líneas llenas han sido calculadas con la Ec. (11.7), y los círculos representan valores medidos por Sabine.[7]

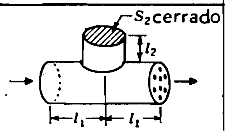
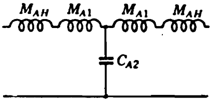
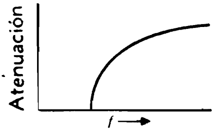
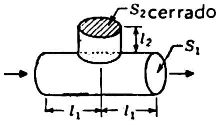
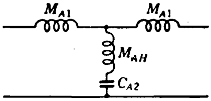
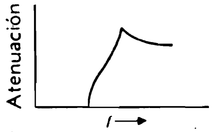
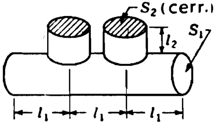
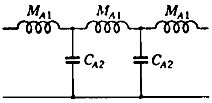
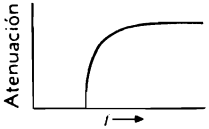
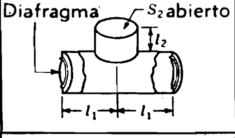
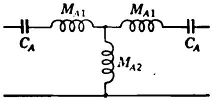
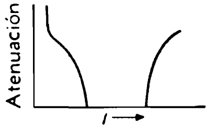
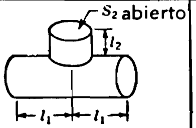
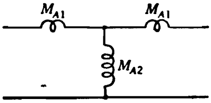
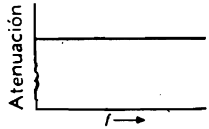
Filtros acústicos. En los escapes de todos los automóviles, motores diesel y en muchas máquinas industriales se utilizan filtros acústicos. Si un filtro no tiene aberturas al aire exterior excepto la abertura de salida indispensable, es fácil conseguir que rechace los sonidos de alta frecuencia[8] Es mucho más difícil hacer que el filtro

---

[7] H. J. SABINE. The absorption of Noise in Ventilating Ducts, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 12: 53 (1940).

[8] Se encontrará una discusión de los filtros acústicos clásicos en W. P. MASON, "Electromechanical Transducers and Wave Filters", pp. 126-143, D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1942; y en H. F. OLSON, "Dynamical Analogies", pp. 52-104, 180-182, D. Van Nostrand Company, Inc., Nueva York, 1943.

TABLA 11.2

Tipo	Filtro	Circuito análogo	Característica de atenuación
Pasabajos Nº 1	 S_2 cerrado l_2 l_1 l_1	 M_{AH} M_{A1} M_{A1} M_{AH} C_{A2}	
Pasabajos Nº 2	 S_2 cerrado l_2 S_1 l_1 l_1	 M_{A1} M_{A1} M_{AH} C_{A2}	
Pasabajos Nº 3	 S_2 (cerr.) S_1 l_2 l_1 l_1 l_1	 M_{A1} M_{A1} M_{A1} C_{A2} C_{A2}	
Pasaaltos Nº 1	 Diafragma S_2 abierto l_2 l_1 l_1	 M_{A1} M_{A1} C_A C_A M_{A2}	
Pasaaltos Nº 2	 S_2 abierto l_2 l_1 l_1		

rechace los sonidos de baja frecuencia dejando pasar los de alta frecuencia. En general, debe haber un espacio independiente del cual se puedan eliminar las frecuencias bajas si se busca un filtro pasaaltos, o usarse un diafragma en serie. Evidentemente, si se desea un flujo continuo de aire por el conducto, no pueden usarse diafragmas en serie. La información básica necesaria para elegir los componentes de un filtro acústico se da en el Cap. 5. En la tabla 11.2 se enumeran una serie de construcciones de filtro junto con los circuitos equivalentes aproximados y las características teóricas de atenuación. Las características teóricas de atenuación se basan en la hipótesis de que los filtros están terminados en los dos extremos por sus impedancias imágenes. En la práctica, esta condición no se satisface, y el comportamiento exacto depende de la terminación. Por otra parte se ha despreciado toda disipación de los circuitos.

Para el filtro pasabajos 1, los agujeros de ambos extremos son masas acústicas y la protuberancia lateral es una capacitancia acústica. En la analogía de impedancia se obtiene el circuito equivalente ilustrado. Para el filtro pasabajos 2, los tubos de los extremos sirven como masa acústica. La protuberancia lateral es una masa acústica provista por los agujeros y una compliancia acústica C_{A2}. En el filtro pasabajos 3 se ven dos protuberancias laterales y tres secciones de tubo. Se producen así dos compliancias acústicas en derivación y tres masas acústicas en serie.

En el caso de los filtros pasaaltos, la rama en paralelo es simplemente un tubo abierto al aire. Si l_1 se hace pequeña, los filtros no cortan en el extremo de alta frecuencia sino para frecuencias muy altas.

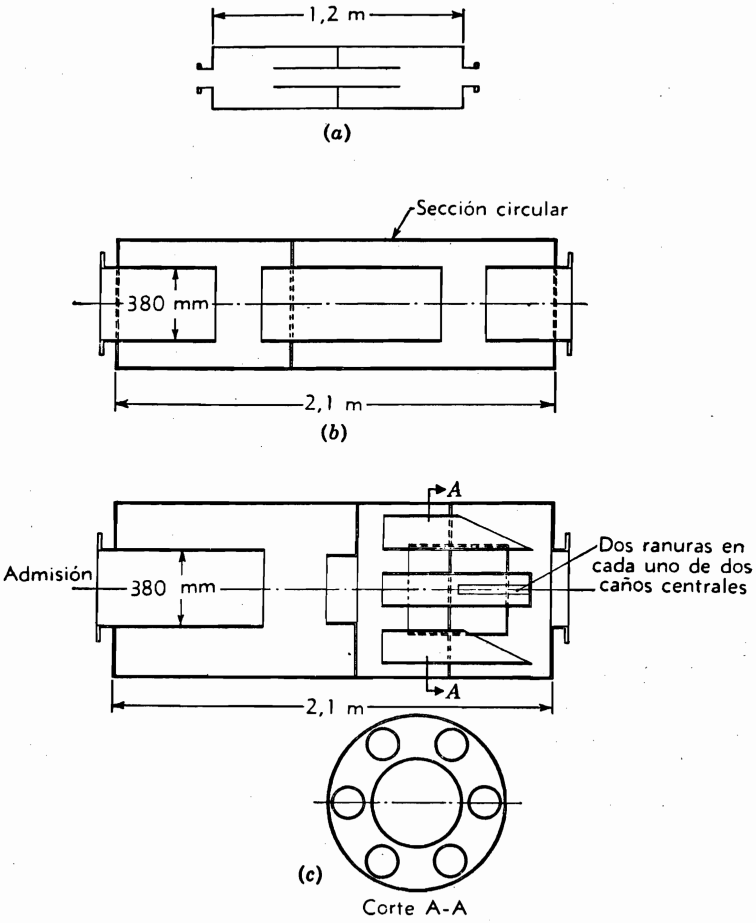

1,2 m
(a)
Sección circular
380 mm
2,1 m
(b)
A
Admisión
380 mm
Dos ranuras en cada uno de dos caños centrales
2,1 m
A
(c)
Corte A-A

FIG. 11.24. Esquemas de tres filtros no disipativos. (*a*) Filtro sencillo de dos cámaras con tubo de conexión. (*b*) y (*c*) Filtros para grandes motores diesel.

En la Fig. 11.24 se dan ejemplos de tres filtros prácticos. Las atenuaciones medias para un filtro de esta clase llegan a los 25 dB en las frecuencias más altas. Aumentando el número de secciones aumenta la atenuación en las frecuencias altas, mientras que aumentando el tamaño se baja la frecuencia mínima de alta atenuación.

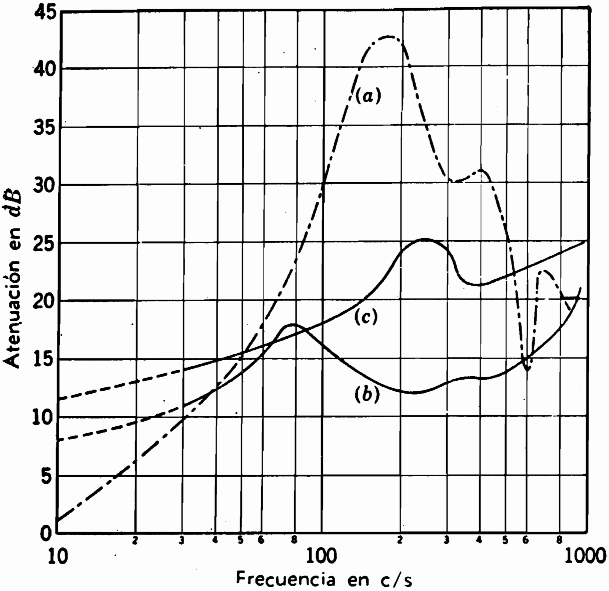


FIG. 11.25. Curvas de atenuación medida para los tres filtros de la Fig. 11.24.

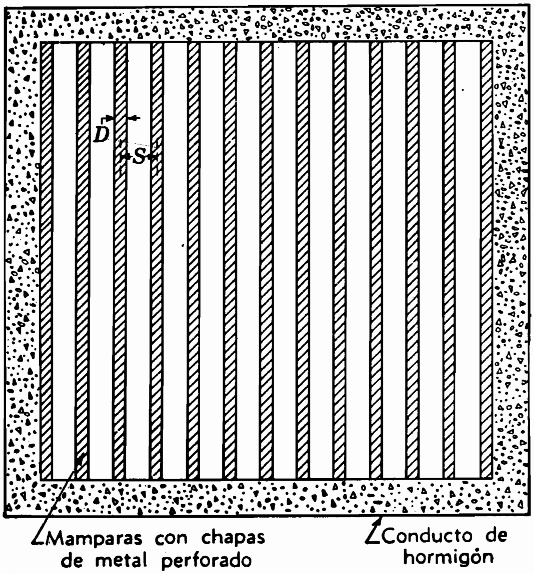

D
S
Mamparas con chapas de metal perforado
Conducto de hormigón

FIG. 11.26. Vista de frente del extremo de un gran conducto con separadores paralelos. El tanto por ciento de área abierta es 100 $(S - D)/S$. Cada separador está formado por lo general por dos hojas paralelas de metal perforado con el espacio intermedio lleno de lana mineral o de vidrio.

Hojas absorbentes paralelas. En muchas aplicaciones, por ejemplo las torres de enfriamiento para aire acondicionado y las celdas para el ensayo de hélices de avión, requieren el movimiento de grandes cantidades de aire a altas velocidades y bajas contrapresiones. Para estas aplicaciones, se usan a menudo una serie de separadores paralelos, como los de la Fig. 11.26, donde el espesor de los separadores es D y su separación entre centros, S.

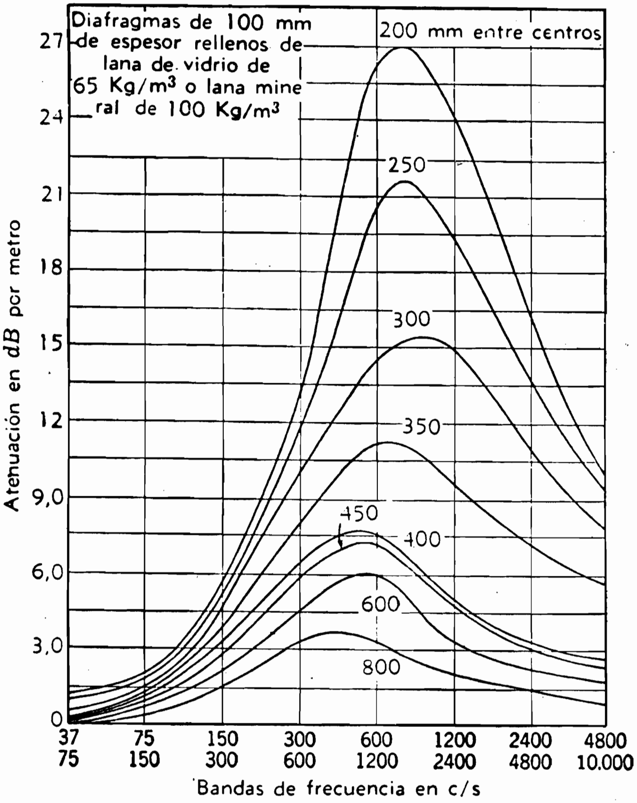


FIG. 11.27. Atenuación en decibel por metro para separadores de 10 cm de espesor y montados con las distancias entre centros indicadas en la figura. Los separadores están rellenos por lo común con lana de vidrio de 65 Kg/m³ o lana mineral de 100 Kg/m³. Se supone un espectro de ruido continuo. Las curvas representan promedios de valores experimentales.

El comportamiento de estos separadores con espesores de 100 y 200 mm y diversas distancias entre centros está ilustrado en las Figs. 11.27 y 11.28. Los datos se dan en términos de dB/m y se han obtenido mediante un micrófono movido a través de la estructura (a través de la página en la Fig. 11.26). Representando el nivel de presión sonora en función de la distancia, la pendiente de las curvas da la atenuación por unidad de longitud.

La atenuación total de una estructura de longitud dada se obtiene

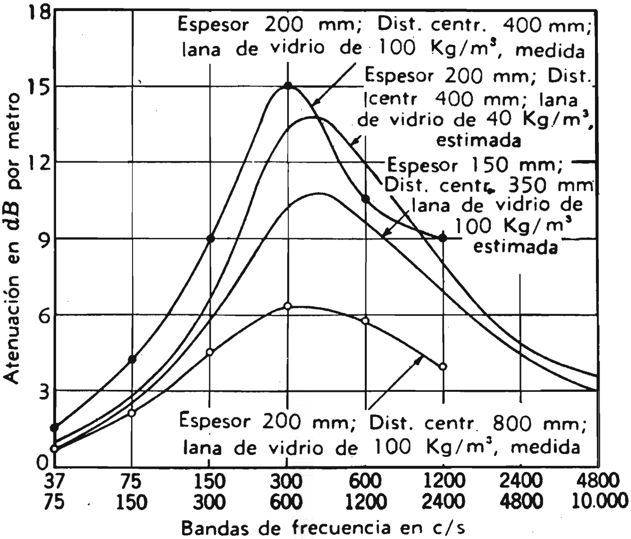


FIG. 11.28. Igual que la Fig. 11.27, pero con separadores de 150 y 200 mm de espesor, rellenados con el material acústico indicado.

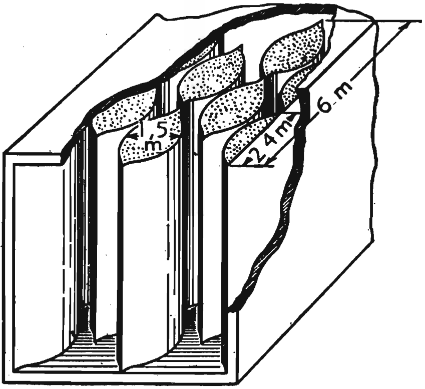


FIG. 11.29. Perspectiva isométrica de un absorsor Soundstream. Cada columna tiene un ancho máximo de 1,5 m y una longitud de 2,4 m medida desde una porción delgada a la siguiente porción delgada. Las columnas están separadas de modo que la distancia lateral libre entre ellas es de 1,45 m.

multiplicando la atenuación por metro por la longitud en metro. No obstante, son muy difíciles de conseguir atenuaciones muy altas (50 dB o más) porque el sonido se propaga también por la estructura metálica de soporte o por las paredes exteriores, a menos que se interpongan frecuentes discontinuidades antivibratorias y se emplean paredes muy pesadas.

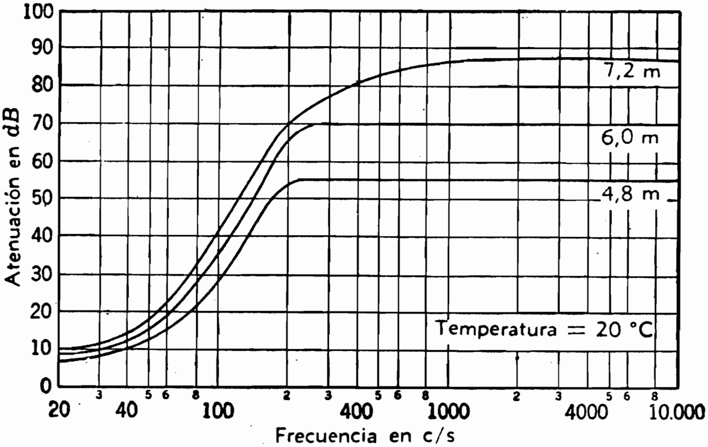


FIG. 11.30. Curvas de comportamiento para tres largos de unidades Soundstream, construídas y montadas según la Fig. 11.20.

Hojas absorbentes sinusoidales. Un material desarrollado recientemente para la atenuación del ruido en los pasajes de aire es el que se ilustra en vista isométrica en la Fig. 11.29 †. Las propiedades de atenuación de una estructura de esta clase con unidades de 2,4 m de "longitud de onda" y un espesor (es decir, doble amplitud) de 1,5 m,

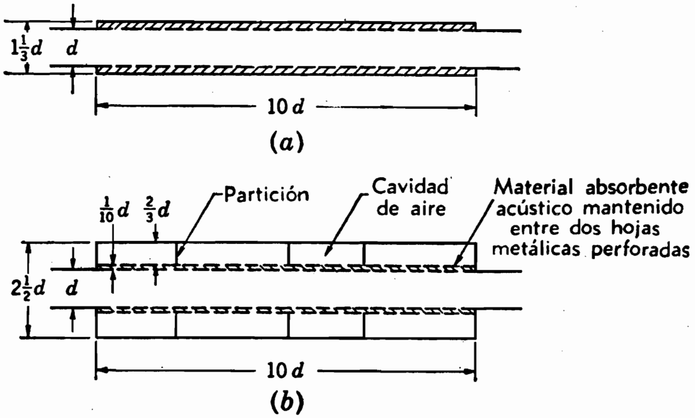

$1\frac{1}{3}d$
d
$10\,d$
(a)
$\frac{1}{10}d$
$\frac{2}{3}d$
Partición
Cavidad de aire
Material absorbente acústico mantenido entre dos hojas metálicas perforadas
$2\frac{1}{2}d$
d
$10\,d$
(b)

FIG. 11.31. Construcción de dos tipos de silenciador disipativo: (*a*) con revestimiento continuo; (*b*) espacios de aire y compartimientos detrás de la capa absorbente.

---

† Este material se vende bajo la marca comercial Soundstream Absorber.

como se ve en la figura, se dan en la Fig. 11.30 para longitudes totales de 4,8, 6, y 9,6 m.

Silenciadores absorbentes. Los silenciadores se hacen también revestidos con material absorbente. La Fig. 11.31 ilustra dos construcciones corrientes. Se los hace por lo general de sección circular o cuadrada. Los datos de funcionamiento aproximados para estos dos tipos de silenciadores se dan en la Fig. 11.32 para el caso especial de $d/\lambda = 1$ a 370 c/s. Estas curvas son válidas aproximadamente para otros tamaños de silenciadores si se reemplazan las abscisas por la escala dada en la parte superior del gráfico.

Transmisión de flanco. En conclusión, debe insistirse en que ninguna estructura atenuadora del sonido es mejor que su parte componente más débil en este aspecto. Si hay que usar una celda de ensayo de hélices de concreto en una situación en que el criterio elegido exige una reducción de ruido de 60 dB en una frecuencia dada, no tiene sentido procurar esta atenuación en la entrada y la salida del aire y luego usar paredes que sólo proveen una atenuación de 45 dB. Debe recordarse también que el sonido se trasmite como vibración a lo largo de las piezas mecánicas, las que pueden volverlo a radiar. Luego, las discontinuidades antivibratorias deben ser frecuentes en la estructura de soporte. Por lo común, estas discontinuidades son necesarias en las estructuras de hormigón y silenciadores metálicos cuando quiera que la atenuación deba exceder los 25 dB a frecuencias inferiores a los 100 c/s o exceder los 50 dB a frecuencias superiores a los 1000 c/s.

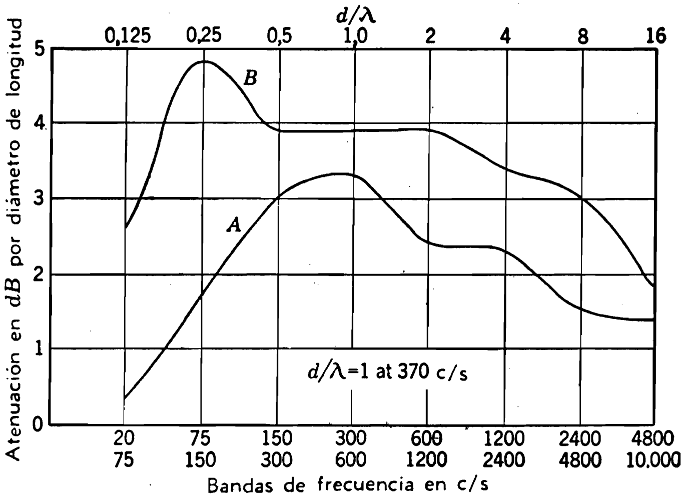


FIG. 11.32. Comportamiento de los silenciadores de la Fig. 11.32 para el caso especial en que $d/\lambda = 1$ en 370 c/s.

CAPÍTULO 12

MEDICIONES ACÚSTICAS

PARTE XXVIII. *Medición de los niveles acústicos.*

El estudiante que se inicia en el campo de la acústica advierte bien pronto que prácticamente en cada tema son necesarias las mediciones de presión sonora y de velocidad de partículas. Presentamos en este capítulo una breve introducción al amplio tema de las mediciones acústicas. Se encontrará un tratamiento más amplio en otras publicaciones. [1-3]

En esta parte discútense las técnicas de medición de los niveles de presión sonora, niveles sonoros, y niveles de potencia, en bandas de diversos anchos. Se presentan en ella las técnicas a que debe recurrirse al medir sonidos fluctuantes y la descripción del efecto del ángulo de incidencia sobre la lectura del medidor de nivel sonoro. Se explica cómo elegir micrófonos, analizadores y registradores para fines particulares. Discútese asimismo el efecto de la presencia del observador sobre las mediciones y el efecto de la caja del medidor en sí. Finalmente, se consideran en esta parte el uso del medidor de nivel sonoro normal americano.

12.1. Niveles de presión sonora y de potencia. En la mayoría de los casos el parámetro del campo sonoro que se mide más comúnmente y con mayor facilidad es la presión sonora, más bien que la velocidad de las partículas u otras cantidades. Es así, en parte, a causa de que es más fácil construir y calibrar micrófonos de presión de gran estabilidad y capaces de funcionar dentro de amplios márgenes de pre-

---

[1] LEO L. BERANEK, "Acoustic Measurements", John Wiley & Sons, Inc. Nueva York, 1949.

[2] A. P. G. PETERSON and L. L. BERANEK, "Handbook of Noise Measurements", General Radio Company, Cambridge, Mass. 1953.

[3] E. G. RICHARDSON, "Technical Aspects of Sound", Elsevier Publishing Company, Inc. Nueva York, 1953.

siones y frecuencias que micrófonos de velocidad o dispositivos para la medición de intensidad. Además, el oído, que es a menudo el receptor último de los sonidos deseados o indeseados que se miden, es un "instrumento" sensible, también, a la presión.

A causa de los amplios márgenes de presión sonora que se encuentran en la práctica, las mediciones se expresan por lo general en términos del nivel de presión sonora en dB, definido como

$$\text{SPL} = 20 \log_{10} p + 74 \text{ dB } re \text{ } 0{,}0002 \text{ microbar} \qquad (12.1)$$

donde p es la presión sonora en microbar (0,1 newton/m^2 o dina/cm^2).

El equipo básico para la medición del nivel de presión sonora comprende un micrófono calibrado, un amplificador calibrado y un indicador calibrado, tal como un instrumento de cuadrante o un registrador oscilográfico o gráfico, como se ve en la Fig. 12.1. Si el sonido que ha de medirse es otra cosa que un tono puro (una única frecuencia), es necesario que el equipo básico tenga una respuesta uniforme dentro de la banda de frecuencias de interés del sonido complejo que se mide. Este equipo se denomina "medidor de nivel de presión sonora".

Medición del nivel de presión sonora en función de la frecuencia. Cuando el sonido que se quiere medir es complejo, formado por cierto número de tonos, o es un ruido de espectro continuo, a menudo es insuficiente la indicación del nivel sonoro global que ofrece el equipo básico de medición. Se puede desear conocer el nivel de presión sonora como función de la frecuencia. En este caso es necesario agregar al equipo básico filtros pasabandas cuyas frecuencias centrales puedan variarse sea de manera continua, sea paso a paso, de modo que la presión sonora pueda medirse dentro de las bandas de frecuencias bien delimitadas.

Utilízanse en general tres tipos de analizadores: (1) de ancho de banda constante; (2) de ancho de banda constante en tanto por ciento, y (3) de octava, media octava o tercio de octava. El primero, el tipo de ancho de banda constante, tiene un filtro de banda cuya banda pasante tiene un ancho igual a un número fijo de c/s. Los anchos de banda comunes están comprendidos entre 5 y 200 c/s. Este instrumento se utiliza principalmente para determinar las componentes armónicas de un sonido cuando sus frecuencias son lo suficientemente estables como para que sus componentes se mantengan dentro de la estrecha banda de medición.

El segundo tipo, el de ancho de banda constante en tanto por ciento, tiene un ancho de banda que es un tanto por ciento determinado de la frecuencia central de cada banda. Así, en las frecuencias altas, el ancho de banda en c/s es mayor que en las frecuencias bajas, de modo que se necesita tomar menos lecturas con este tipo de analizador que con el de ancho absoluto constante. Este instrumento es particularmente útil para medir las componentes armónicas de un sonido cuya fundamental es algo fluctuante. Si el ancho de banda es suficiente como para que la fundamental se mantenga dentro de él, también lo es respecto de las armónicas.

Un tercer instrumento de uso común es el analizador de octava, media octava, o tercio de octava, el que tiene muchas aplicaciones en los casos en que no se necesita un gran detalle en el análisis de los ruidos de espectro continuo. Como el nombre lo indica, en el analizador de octavas la frecuencia de corte superior de cada banda pasante

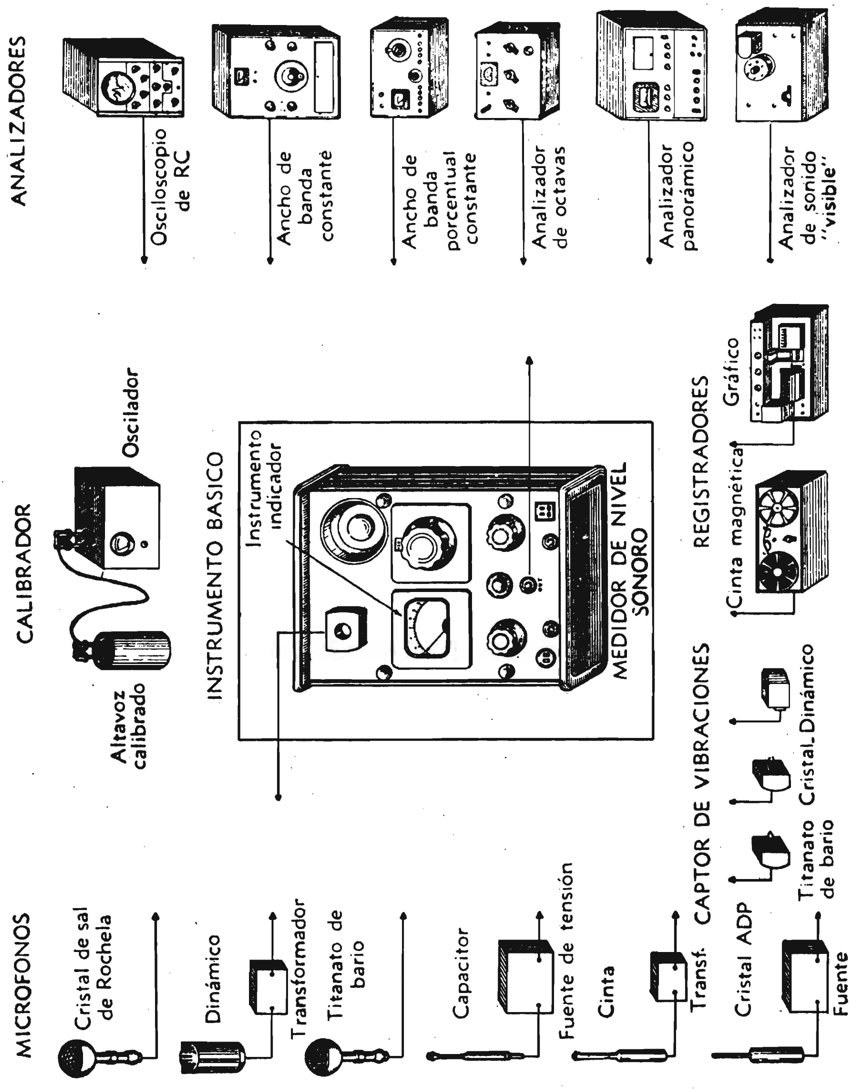

ANALIZADORES
Osciloscopio de RC
Ancho de banda constante
Ancho de banda porcentual constante
Analizador de octavas
Analizador panorámico
Analizador de sonido "visible"
CALIBRADOR
Oscilador
Altavoz calibrado
INSTRUMENTO BASICO
Instrumento indicador
MEDIDOR DE NIVEL SONORO
REGISTRADORES
Gráfico
Cinta magnética
CAPTOR DE VIBRACIONES
Cristal ADP
Titanato de bario
Cristal Dinámico
MICROFONOS
Cristal de sal de Rochela
Dinámico
Transformador
Titanato de bario
Capacitor
Fuente de tensión
Cinta
Transf.
Cristal ADP
Fuente

FIG. 12.1. Instrumento básico para la medición acústica con diversos accesorios.

es dos veces mayor que la frecuencia de corte inferior. En el analizador de media octava y en el de tercio de octava, las relaciones de frecuencia de corte superior a frecuencia de corte inferior son respectivamente iguales a la raíz cuadrada y a la raíz cúbica de 2. Las octavas utilizadas en los instrumentos comerciales son muy comúnmente 37,5-75, 75-150, 150-300, 300-600, 600-1200, 1200-2400, 2400-4800, 4800-9600.

En cualquiera de estos analizadores hay que asegurarse de que es satisfactoria la atenuación del filtro fuera de la banda pasante. Esto es particularmente importante cuando el espectro del ruido depende mucho de la frecuencia o cuando se mide un sonido de bajo nivel en presencia de otro de muy alto nivel.

Una vez conocido el nivel de presión sonora como función de la frecuencia, puede determinarse el *nivel espectral* $S(f)$ de cada banda en función de la frecuencia mediante la relación

$$S(f) = \mathrm{SPL} - 10 \log_{10} \Delta f \quad \mathrm{dB} \tag{12.2}$$

donde SPL = nivel de presión sonora medida con un ancho de banda Δf

Δf = ancho de banda en c/s

f = frecuencia central.

El nivel espectral es lo que se habría medido si el analizador hubiera tenido un ancho de banda de 1 c/s y el nivel espectral fuera uniforme en todo el ancho de banda Δf. Es un parámetro útil para comparar los datos obtenidos con instrumentos de diferentes anchos de banda. Evidentemente, la reducción de los datos de banda ancha a los niveles espectrales sólo tiene sentido cuando el espectro del ruido es continuo y no contiene componentes de tono puro prominentes.

Para convertir las lecturas de octava en dB (en el caso de los ruidos de espectro continuo) a niveles espectrales en dB se utiliza la tabla 12.1.

TABLA 12.1. Conversión de los niveles de octava a niveles espectrales †.

Octava (c/s)	Número de dB que debe restarse de los niveles de octava	Frecuencia a que corresponde el nivel espectral c/s
(20-75)	(17)	(39)
37-75	16	52
75-150	19	105
150-300	22	210
300-600	25	420
600-1200	28	850
1200-2400	31	1700
2400-4800	34	3400
4800-9600	37	6800

† Valores redondeados a 0,5 dB.

Las mediciones de nivel de presión sonora hechas con un analizador que tiene un ancho de banda Δf pueden ser convertidas a niveles de presión sonora en un ancho de banda crítico Δf_c (como se representa en la Fig. 12.2 y se discute en la parte XXX) por medio de la siguiente fórmula:

$$\mathrm{SPL}_c = \mathrm{SPL} - 10 \log_{10} \left(\frac{\Delta f}{\Delta f_c} \right) \quad \mathrm{dB} \qquad (12.3)$$

donde SPL_c es el nivel de presión sonora en el ancho de banda crítico. Esta fórmula sólo es aplicable a los ruidos de espectro continuo. Si el ruido que se mide es una combinación de ruido de espectro continuo y tonos puros, y si el propósito de la medición es el de indicar la manera como el oyente oye el ruido, los datos se representan gráficamente como en la Fig. 12.3. En ésta, los niveles de presión sonora de la porción de espectro continuo del ruido se dan para el ancho de banda crítico. Los tonos puros se representan tal como se miden. Esta gráfica indica entonces directamente el número de dB que debe reducirse cada tono puro para que resulte inaudible en el ruido de fondo. Para pasar de lectura de banda de octava en dB (en el caso de ruidos de espectro continuo) a niveles de banda crítica en dB pueden usarse los valores dados en la tabla 12.2.

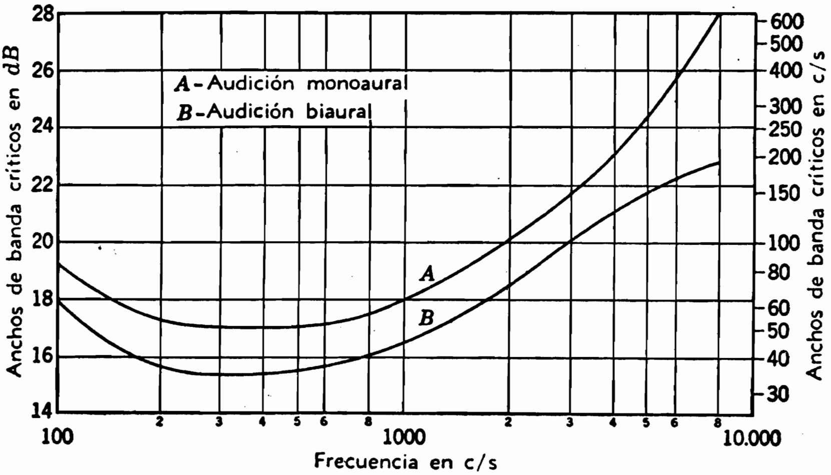


FIG. 12.2. Anchos de banda críticos para la audición. (*A*) Audición con un solo oído. (*B*) Audición con los dos oídos. La ordenada de la derecha da Δf en c/s. La ordenada de la izquierda da $\log_{10} \Delta f$ en dB.

Medición de la potencia total y la direccionalidad de una fuente. En muchas situaciones, es necesario hacer mediciones de niveles de presión sonora en torno de una máquina u otro dispositivo productor de ruido y derivar de estas mediciones las propiedades de la fuente definidas por las siguientes cantidades o funciones:

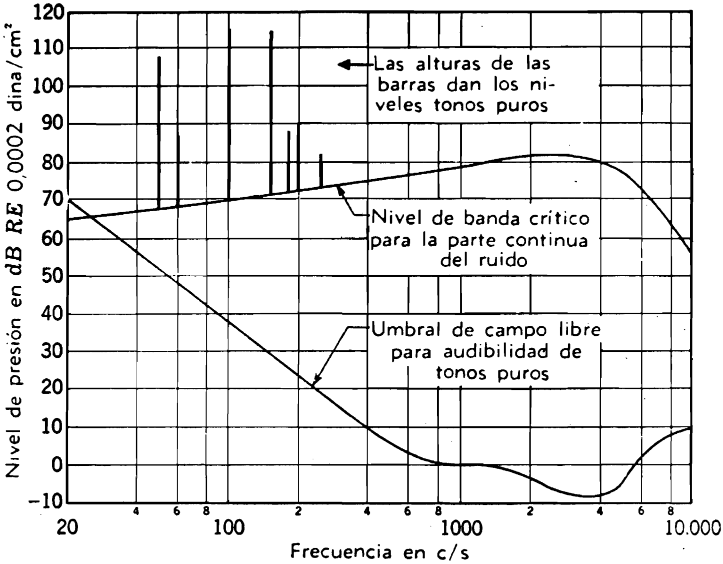


FIG. 12.3. Método típico para representar un ruido combinado de espectro continuo y de espectro de líneas. La parte continua se expresa en dB para el ancho de banda crítico y referida a la intensidad de referencia. Las componentes discretas se representan tal como se miden. La gráfica resultante da el número de dB en que hay que reducir cada componente de línea, sea para que resulte inaudible en presencia del ruido de espectro continuo, sea para que caiga por debajo de la curva de umbral.

TABLA 12.2. Conversión de niveles de octava a niveles de banda crítica †.

Banda de octava (c/s)	Número de dB que debe restarse de los niveles de octava	Frecuencia a que corresponde el nivel de banda crítica c/s
(20-75)	0 (o – 1)	(39)
37-75	0 (o – 1)	52
75-150	1,0	105
150-300	6,0	210
300-600	9,0	420
600-1200	11,5	850
1200-2400	13,0	1700
2400-4800	13,5	3400
4800-9600	14,0	6800

---

† Valores redondeados a 0,5 dB.

1. La potencia acústica total W en watt radiada por la fuente, expresada como nivel de potencia

$$PWL = 10 \log_{10} W + 130 \text{ dB} \tag{12.4}$$

2. Las características direccionales de la fuente, expresadas por los diagramas de direccionalidad o, para ángulos dados, por los factores de directividad Q (o índices de directividad DI).

3. Las características de frecuencia de la fuente expresadas por el nivel de potencia en función de la frecuencia definida en bandas discretas.

Fuentes de sonido adireccionales. Si se sabe que una fuente de sonido es adireccional y está situada en el espacio libre, las mediciones en función de la frecuencia del nivel de presión sonora hechas en una posición a una distancia equivalente a varias veces el diámetro de la fuente son suficientes para determinar el nivel de presión sonora de la fuente como función de la frecuencia. El nivel de potencia está relacionado con el nivel de presión sonora medido por la fórmula

$$PWL = SPL + 20 \log_{10} r + 20{,}5 \text{ dB} \tag{12.5}$$

donde r es la distancia del micrófono a la fuente en metro. Esta relación y la Ec. (12.6) son correctas a 20° y 0,76 m Hg. Para otras temperaturas y presiones hay que *restar* la corrección indicada en la Fig. 10.19 de los valores de nivel de potencia.

Cuando una fuente adireccional está situada dentro de un recinto, es también suficiente una única medición. Es decir, las mediciones se hacen en el campo reverberante a una distancia r de la fuente, y si $16\pi r^2$ es grande en comparación con la constante del local R, se utiliza la ecuación que sigue para determinar el nivel de potencia en una banda dada:

$$PWL = SPL + 10 \log_{10} \frac{R}{4} + 9{,}5 \text{ dB} \tag{12.6}$$

donde R es la constante del local en m². Para evaluar R hay que conocer el coeficiente de absorción medio del local en función de la frecuencia. Si la aproximación establecida más arriba no es satisfecha, hay que usar entonces la Ec. (10.62) para determinar la potencia acústica. De otro modo, la fuente debe llevarse a un espacio anecoico.

Fuentes sonoras direccionales. Para evaluar las características de una fuente direccional se necesitan más mediciones. Cuando la fuente se halla en el aire libre, deben medirse o estimarse las presiones sonoras en muchos puntos de una esfera con centro en la fuente. El radio de la esfera debe ser igual a varias veces el diámetro de la fuente para que las mediciones sean hechas en el campo remoto. En la práctica, las mediciones se hacen sólo en un número limitado de puntos alrededor de la máquina (ver Fig. 4.19), y los niveles sonoros en otras posiciones se estiman por interpolación entre los niveles medidos o aprovechando la simetría geométrica de la fuente.

Las mediciones deben hacerse en un número de puntos suficiente para que la máxima variación entre mediciones en puntos sucesivos no exceda de unos 6 db. Al leer el medidor del nivel sonoro en un punto de medición, debe registrarse la lectura media del instrumento si la fluctuación total es de 6 dB o menos. De lo contrario, la región que rodea la fuente debe ser descompuesta en más áreas.

Para determinar la potencia acústica total a una frecuencia dada, la esfera (o semiesfera) sobre la cual se han hecho las mediciones debe ser dividida en un número de áreas igual al número de posiciones de medición. La potencia en watt, W_S (a presión y temperatura normales), que pasa a través de cada área está dada aproximadamente por

$$W_S = 10^{-12} S \left(\mathrm{antilog}_{10} \frac{\mathrm{SPL}}{10} \right) \quad \text{watt} \qquad (12.7)$$

Donde S = área de la superficie incremental en *metro cuadrado*
SPL = nivel de presión sonora en dB.[*]

La suma de las potencias así determinadas para todas las áreas representa la potencia acústica total W, en watt, radiada por la fuente en la frecuencia o banda dada.

Los cálculos pueden simplificarse mucho computando un nivel de presión sonora medio, $\overline{\mathrm{SPL}}$, en dB, como la media aritmética de los SPL medidos en secciones de igual área. Por supuesto introdúcese cierto error al proceder de esta manera, excepto en el caso en que son iguales todos los SPL. El valor de $\overline{\mathrm{SPL}}$ obtenido como promedio aritmético de decibeles es siempre demasiado bajo. El error máximo para el caso en que hay una dispersión de 10 dB es de —2,6 dB tanto para cuatro como para ocho posiciones de medición. Puede adoptarse por lo tanto la siguiente regla práctica: Si la dispersión de los valores de SPL medidos en cuatro u ocho estaciones de medición es de alrededor de 10 dB y si se promedian los SPL en dB, agréguese un dB al promedio para obtener el $\overline{\mathrm{SPL}}$. El $\overline{\mathrm{SPL}}$ así obtenido estará afectado por un error en general no mayor que ± 1 dB. Si la dispersión de los valores medidos es menor que 5 dB, no haga ninguna corrección. También en este caso el error absoluto es menor que 1 dB.

En la Parte XI se han dado métodos para dividir una superficie esférica en 10 ó 20 secciones de igual área. En la práctica es a menudo imposible obtener lecturas sobre una superficie que rodea completamente a la fuente y a una distancia de varios diámetros de la misma. No obstante, el diagrama de direccionalidad de la fuente exhibe por lo general cierta simetría tal que el nivel de presión sonora puede suponerse constante a lo largo de una línea dada. Por ejemplo, un altavoz

---

[†] Estas ecuaciones dedúcense de las Ecs. (1.18) a (1.21).

dispuesto simétricamente en un sonodeflector grande produce a menudo una direccionalidad que es simétrica con respecto a circunferencias con centro en el eje principal. De modo similar, muchas veces se admite que el diagrama direccional de una fuente de ruido situada sobre una superficie plana es simétrico respecto de cierto eje. Las mediciones hechas en un plano horizontal y a lo largo de una circunferencia con centro en la fuente son entonces suficientes. Si una fuente direccional está situada en el interior de un local, el experimentador debe asegurarse de que las mediciones del sonido directo transportado por el aire están libres de toda contribución apreciable del sonido reflejado. Para asegurarse de que el sonido reflejado no contribuye apreciablemente al resultado de la medición, el nivel medio de presión sonora medido en los puntos de medición elegidos debe ser por lo menos 8 dB mayor que el nivel medio de presión sonora medido en algún punto distante donde predomine el sonido reflejado. No obstante, el punto de medición debe encontrarse de todos modos a una distancia equivalente a varios diámetros de la fuente respecto de ésta, con el objeto de asegurarse de que la medición se hace en el campo remoto.

Cálculo del factor de directividad. El factor de directividad puede también calcularse una vez que ha sido determinado el nivel medio de presión sonora $\overline{\text{SPL}}$. El $\overline{\text{SPL}}$ puede determinarse según el método aproximado dado más arriba o mediante la fórmula

$$\overline{\text{SPL}}_r = \text{PWL} - 20 \log_{10} r - 20{,}5 \text{ dB} \tag{12.8}$$

donde PWL = nivel de potencia de la fuente en la banda de frecuencias dada

r = distancia en metro a la cual se determina el nivel medio de presión sonora.

El índice de directividad $\text{DI}_{(\theta\phi)}$ en una dirección particular dada por los ángulos θ y ϕ está relacionado con el nivel de presión sonora $\text{SPL}_{(r,\theta,\phi)}$ medido a la distancia r por la fórmula

$$\text{DI}_{(\theta,\phi)} = \text{SPL}_{(r,\theta,\phi)} - \overline{\text{SPL}}_r \tag{12.9}$$

El factor de directividad Q se obtiene a partir del índice de directividad convirtiendo el valor de DI en dB en una relación de potencias, es decir

$$Q_{(\theta,\phi)} = \text{antilog}_{10} \frac{\text{DI}_{(\theta,\phi)}}{10} \tag{12.10}$$

Elección del micrófono. El micrófono utilizado para la medición de los niveles de presión sonora debe elegirse teniendo en cuenta su adaptabilidad para el sonido en particular que se mide. Si hay que medir niveles de sonido extremadamente bajos, sólo ciertos tipos de micrófono son adecuados. Si las mediciones deben efectuarse a frecuencias muy bajas o a frecuencias muy altas, otros tipos de micrófonos resultan más convenientes para el objeto. Si la durabilidad es un factor importante a expensas de la respuesta de frecuencias óptima, otro criterio debe seguirse, aún, para la selección.

En los párrafos siguientes hemos de discutir separadamente los problemas de medición de los sonidos de bajo nivel, sonidos de alto nivel, ruidos de baja frecuencia, ruidos de alta frecuencia, y los efectos de la temperatura, el mal trato, y los cables largos.

Sonido de bajo nivel. Un micrófono que se usa para medir sonidos de bajo nivel debe tener un bajo nivel de "ruido propio" y debe producir una tensión de salida suficiente para cubrir el ruido presente en la reja de la primera válvula amplificadora del medidor del nivel sonoro. Los micrófonos de sal de Rochela y de bobina móvil son muy adecuados para la medición de sonidos de bajo nivel. En los dos tipos es la tensión de salida lo suficientemente alta como para permitir la medición de niveles de presión sonora hasta aproximadamente de 20 dB *re* 0,0002 microbar. El nivel de ruido ambiental del micrófono de cristal es extremadamente bajo si la gama de frecuencia se limita por arriba de los 20 c/s. El nivel de ruido ambiental es en el micrófono dinámico equivalente a una presión de nivel sonoro del orden de 15 dB. Por lo tanto, usando el micrófono dinámico es posible medir niveles de presión del orden de los 20 dB con bastante buena precisión.

Sonido de alto nivel. Los micrófonos comunes de sal de Rochela, de bobina móvil y de capacitor pueden usarse para medir niveles de presión sonora que no excedan de aproximadamente 140 dB. Para niveles mayores hay que recurrir a micrófonos de diseño especial de cristal o de capacitor, de diafragma muy rígido, obtenibles comercialmente.

Ruido de baja frecuencia. Los micrófonos de cristal y de capacitor son los más adecuados para la medición de ruidos de baja frecuencia. Con cualquiera de los dos tipos se pueden hacer mediciones hasta frecuencias de fracción de c/s si se usa un amplificador adecuado. La limitación en las frecuencias bajas es cosa exclusiva del amplificador, puesto que ambos micrófonos responden por igual a los estímulos continuos y a los alternos.

Ruido de alta frecuencia. Hasta unos 12.000 c/s da resultados satisfactorios el micrófono de capacitor. Por arriba de los 12.000 c/s son más adecuados los micrófonos de cristal con cristal muy pequeño. Los principales requisitos para la medición de precisión en frecuencia muy alta son el tamaño pequeño y la falta de crestas de resonancia en el micrófono en sí. Estas restricciones significan por lo común una apreciable reducción de la sensibilidad.

Variación de la temperatura. Si el micrófono debe funcionar en un ambiente en el que la temperatura varía radicalmente de un momento a otro, su respuesta y sus otras propiedades de importancia no deben ser afectadas apreciablemente por la temperatura. Un micrófono típico de sal de Rochela tiene las características de temperatura ilustradas en la Fig. 12.4. Cuando se lo usa con un cable requiere correcciones importantes por efecto de la temperatura. La salida de los micrófonos de bobina móvil, de cinta y de capacitor son menos variables con la temperatura y sirven para una variedad de aplicaciones en las que el micrófono de sal de Rochela no es adecuado a causa de la variación de la temperatura ambiente. Muchos de estos tipos pueden funcionar a temperaturas del orden de los 90°C, aunque no se dispone de datos ciertos acerca de su comportamiento en tales condiciones. La sal de Rochela, en particular, queda totalmente destruída con una temperatura de 55°C y no se la debe usar a temperaturas mayores de 45°C.

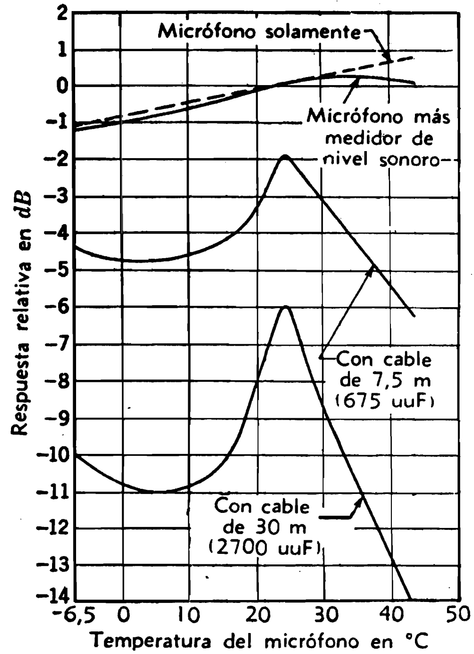


FIG. 12.4. Variación en la respuesta como función de la temperatura del micrófono en una unidad de sal de Rochela con una capacitancia de 1600 pF a 22° C, para el micrófono de cristal solo o combinado con diversas longitudes de cable entre el micrófono y la reja de la etapa de entrada del amplificador. (*Cortesía de General Radio Company, Cambridge, Mass.*)

Humedad. En general, la mayoría de los micrófonos modernos no son muy afectados por las variaciones de humedad relativa. No obstante, los períodos de funcionamiento prolongados con humedad relativa superior al 85 por ciento deben ser evitados, o de lo contrario, es preciso proveer algunos medios para el secado. El secado es particularmente importante en los micrófonos de capacitor.

Cables largos. Si se usan cables largos, la salida del micrófono debe ser de baja impedancia. Esta condición puede satisfacerse sea empleando un transformador adaptador de impedancias, sea usando un circuito valvular conveniente en el micrófono, sea eligiendo un micrófono con trasductor de baja impedancia. Los micrófonos de bobina móvil pueden usarse prácticamente con cables de cualquier longitud, siempre que se conozca la resistencia total y se corrija en correspondencia la salida del micrófono.

Los micrófonos de cristal y de capacitor pueden usarse comúnmente con cables de hasta 60 m de longitud siempre que se apliquen las correcciones pertinentes a los valores medidos.

Medición de sonidos fluctuantes. Cuando el sonido medido es de intensidad fluctuante, los valores de presión sonora medidos dependen de las características dinámicas del indicador utilizado. El tipo de indicador elegido depende de los atributos del nivel de presión sonora que se quiere medir. De ordinario, si lo que se desea medir es la presión de cresta instantánea, es necesario emplear un osciloscopio. Pueden usarse instrumentos indicadores ''rápidos'' o registradores oscilográficos de alta velocidad en la investigación de las variaciones rápidas del nivel de presión sonora. Para obtener valores medios de lapso grande, se utilizan instrumentos o registradores ''lentos'', cuya respuesta se hace intencionalmente lenta mediante el adecuado diseño de sus circuitos eléctricos o mecánicos. Los valores medios de período largo y los márgenes de las crestas y los mínimos instantáneos de la presión sonora son por lo común informaciones estadísticas suficientes para caracterizar el sonido en lo que hace a los fines prácticos.

Sonidos de incidencia rasante o al azar. Para la correcta medición de los niveles de presión sonora hay que tener en cuenta que la respuesta de la mayoría de los micrófonos depende en cierta medida de la dirección del sonido que les llega. En el caso de la mayoría de los micrófonos de diafragma, la característica de respuesta más plana es la que se obtiene con un sonido de incidencia al azar. Esta respuesta es casi la misma que para sonido de incidencia rasante. En cambio, la respuesta al sonido de incidencia al azar o de incidencia rasante difiere mucho de la respuesta para sonido de incidencia normal en las frecuencias para las cuales las dimensiones del micrófono dejan de ser pequeñas en comparación con la longitud de onda del sonido. Por lo tanto, el micrófono debe disponerse de manera tal que cuando el medidor de nivel sonoro se mantiene de la manera usual, el sonido que se mide llegue al micrófono con incidencia rasante sobre el diafragma. En un local reverberante, la incidencia del sonido es aproximadamente del tipo al azar y la orientación del micrófono no es crítica. Si por una causa cualquiera hay un sonido reflejado de alta frecuencia de incidencia normal sobre el diafragma, los errores resultantes pueden ser considerables.

12.2. Nivel sonoro y medidor de nivel sonoro. *Características* En la medición del ruido es a menudo deseable utilizar equipos cuya respuesta esté compensada de acuerdo con la respuesta del oído humano al ruido. No se ha inventado todavía un instrumento semejante, pero se ha normalizado un medidor del que inicialmente se creía que medía algo coherente con el nivel de sonoridad (loudness). Las lecturas proporcionadas por este instrumento se consideran como "niveles sonoros". La American Standards Association ha publicado un conjunto de especificaciones en las que se dan los requisitos que deben satisfacer los medidores de nivel sonoro[4]. Se utilizan tres redes compensadoras para simular la respuesta del mecanismo del oído a los *tonos puros* de bajo, mediano y alto nivel. Las redes *A*, *B* y *C* tienen características de respuesta que son aproximadamente las inversas de los contornos de igual sonoridad de 40, 70 y 100 fones para *tonos puros*, respectivamente, según se indica en la Fig. 12.5. *El nivel sonoro de un ruido es, por definición, la lectura de un medidor de nivel sonoro construído de acuerdo con las especificaciones de la American Standards Association y utilizado del siguiente modo*: Usar la red *A* para lecturas comprendidas entre 24 y 55 dB; red *B* para lecturas entre 55 y 85 dB; y red *C* para lecturas por encima de 85 dB. Las lecturas se toman con cada una de las redes dichas. A partir de estas lecturas puede obtenerse cierta información en lo que hace a la distribución espectral del ruido. Si el nivel sonoro es el mismo para las tres redes, la energía sonora es posiblemente predominante para las frecuencias superiores a los 500 c/s. Si el nivel sonoro es el mismo para las redes *B* y *C*, el sonido predomina posiblemente en las frecuencias comprendidas entre 150 y 1000 c/s. Finalmente, si el nivel sonoro es mayor con la red *C*,

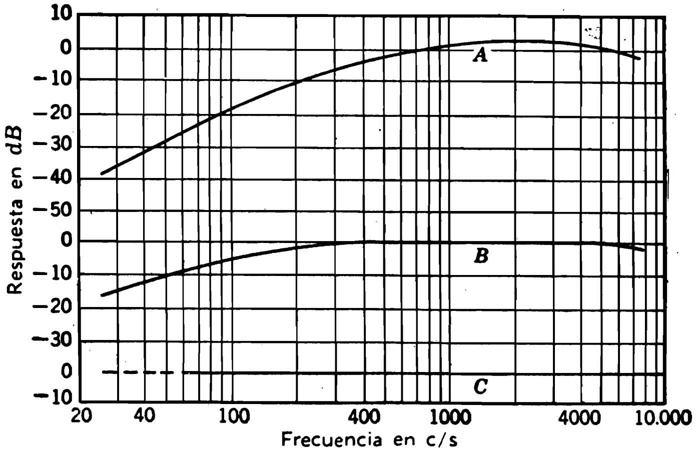


FIG. 12.5. Características de respuesta tomadas de la norma norteamericana para medidores de nivel sonoro, Z24.3—1944.

---

[4] Norma americana Z24.3—1944, "Sound Level Meters for Measurement of Noise and Other Sounds", American Standards Association, Inc., Nueva York.

el sonido predomina en las frecuencias inferiores a los 150 c/s. Se insiste en que si bien estas redes compensadoras son útiles para medir el nivel sonoro de los *tonos puros,* no son en cambio capaces de dar el nivel de sonoridad de los ruidos complejos. Este tema vuelve a discutirse con mayor detalle en el capítulo 13.

Dado que la red *C* corresponde a una respuesta plana respecto de la frecuencia, se la puede usar también para leer niveles de presión sonora.

Efectos del observador y la caja del medidor sobre los datos medidos. Si el medidor de nivel sonoro es mantenido por el observador con sus manos, las lecturas de alta frecuencia serán alteradas por la presencia del observador. La magnitud del error en el caso de cierto tipo de medidor puede apreciarse por comparación de las dos curvas de la Fig. 12.6. Estos datos muestran la diferencia entre las lecturas del instrumento con presencia o no del observador referida a la respuesta del micrófono sólo cuando se lo usa conectado con un cable largo. Se ilustran dos condiciones: (1) el medidor de nivel sonoro está entre el observador y la fuente de ruido, y (2) la fuente de ruido está a un lado del observador y éste mantiene el medidor a su frente. Los gráficos muestran que el error es menor en este último caso.

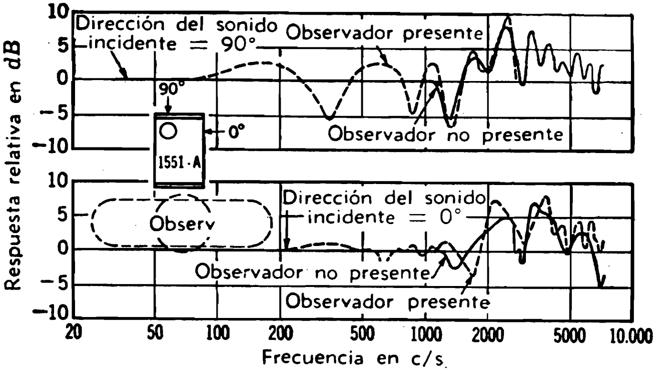


FIG. 12.6. El efecto sobre la respuesta de frecuencia de usar el micrófono directamente montado sobre el medidor de nivel sonoro General Radio tipo 1551-A con y sin la presencia del observador. Las lecturas en dB se obtuvieron usando una onda acústica plana de una sola frecuencia en una cámara anecoica y expresan la diferencia entre la respuesta en la condición ilustrada y la respuesta del micrófono solo. (*Cortesía de General Radio Company, Cambridge, Mass.*)

La caja misma del instrumento puede perturbar el campo sonoro en el micrófono, como lo indican las líneas llenas de la Fig. 12.6. El efecto de la caja del instrumento es mayor en las frecuencias altas que en las bajas, y varían considerablemente con el ángulo de incidencia.

Cuando se desean datos muy exactos, el micrófono debe conectarse al medidor por medio de un cable de extensión. En este caso, el micrófono debe disponerse de modo tal que el sonido directamente radiado por la máquina llegue lateralmente al micrófono, con incidencia rasante, según se ha dicho anteriormente.

12.3. Efecto del ruido de fondo. El nivel de presión sonora producido por una máquina dada debe medirse en ocasiones en un lugar donde es imposible eliminar por completo el ruido producido por otras fuentes. Idealmente, la medición debería determinar solamente el sonido directo de la máquina, sin contribución apreciable del ruido ambiente. Si se desprecia el ruido ambiente en la posición de la medición, el error es admisible si su nivel es por lo menos 8 dB menor que el nivel de presión sonora producido por la máquina de ensayo. El error es entonces de sólo una fracción de dB como consecuencia de la presencia del ruido ambiente.

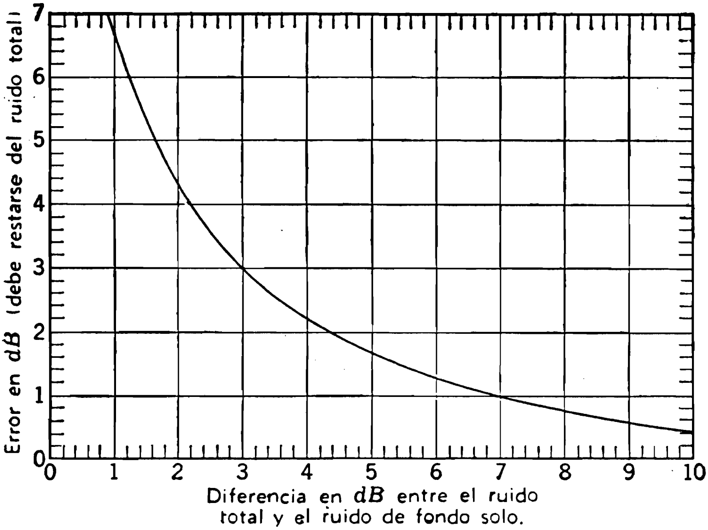


FIG. 12.7. Corrección de ruido de fondo para las mediciones de niveles sonoros.

Si el ruido ambiente es constante, los datos obtenidos pueden corregirse de acuerdo con la información proporcionada por la Fig. 12.7. Por ejemplo, si la combinación del ruido ambiente y el ruido de la máquina es 4 dB mayor que el ruido ambiente solo, entonces, según la Fig. 12.7, hay que restar 2,2 dB de la lectura de ruido total para obtener el nivel sonoro debido a la máquina sola.

12.4. Información que debe registrarse. El observador debe anotar como parte de sus resultados todas las condiciones en que se han tomado las mediciones. Debe registrar:

1. Descripción del espacio en que se hace la medición: naturaleza y dimensiones del piso, paredes y cielorraso. Descripción y posición de los objetos y personas próximos.

2. Descripción del aparato en ensayo (fuente primaria de ruido): Dimensiones, datos de la chapa de características, y otros datos de interés incluso la velocidad, potencia nominal, tamaño de las poleas o engranajes, etc. Clases de operaciones y condiciones de funcionamiento. Posición del aparato y tipo de montaje.
3. Descripción de las fuentes de ruido: Posición y tipo. Clase de operación.
4. Número de serie y números de tipo de todos los micrófonos, medidores de nivel sonoro y analizadores utilizados. Longitud y tipo de los cables de micrófono utilizados.
5. Posición del observador.
6. Posiciones y orientaciones del micrófono durante los ensayos.
7. Escalas de compensación y velocidad del instrumento usados en el medidor de nivel sonoro.
8. Temperatura del micrófono.
9. Espectro del ruido ambiente con la máquina que se ensaya sin funcionar.
10. Magnitud de la fluctuación, en más y en menos, del medidor
11. Resultados de las pruebas de calibración y mantenimiento.
12. Nombre del observador.
13. Fecha y hora del ensayo.

Cuando las mediciones se hacen con el objeto de determinar el carácter de la exposición del personal al ruido, son también de interés los siguientes datos:

1. Personal expuesto, directa o indirectamente.
2. Carácter temporal de la exposición.
3. Intentos de control de ruido y protección del personal.
4. Exámenes audiométricos.

En la página 398 se sugiere una planilla de dos páginas conveniente.

Parte XXIX. *Calibración de trasductores por reciprocidad.*

Los micrófonos patrones de laboratorio se calibran mediante una técnica primaria, es decir, una que depende sólo de mediciones de longitud, tiempo, masa y relaciones de otras cantidades. Hay varias técnicas de este carácter para la calibración de micrófonos, pero, excepto la técnica de reciprocidad, todas se basan en hipótesis difíciles de verificar o están limitadas a una gama de frecuencias en particular.

12.5. El principio de reciprocidad. El principio de reciprocidad se halla expuesto en los textos sobre teoría de los circuitos eléctricos. Expresado de la manera más simple, establece que si se conecta un

PAGINA 1

RELEVAMIENTO SONORO

FECHA ....

ORGANIZACION ....

DIRECCION ....

INSTRUMENTOS UTILIZADOS

MEDIDOR DE NIVEL SONORO - TIPO .... MODELO Nº .... MICROFONO .... TEMPERATURA .... CABLE (Longitud) ....

ANALIZADOR - TIPO .... MODELO Nº ....

OTROS ....

NOTA: Si el sonido es direccional, anotar: Distancia de la fuente, posición del micrófono, tipo de incidencia sobre el micrófono (normal, rasante, al azar)

....

....

INDUSTRIA .... TIPO DE MAQUINA ....

MAQUINA MODELO Nº .... NUMERO DE MAQUINAS .... POSICION DE LA MAQUINA EN EL LOCAL ....

AMBIENTE (Tipo de edificio, paredes, cielo raso, etc.; otras operaciones, intentos de control de ruido)

....

....

....

....

PERSONAL EXPUESTO - DIRECTAMENTE .... INDIRECTAMENTE .... EXPOSICION EN EL TIEMPO .... ¿SE USAN TAPONES PARA LOS OIDOS? .... TIPO ....

¿HAY EXAMENES AUDIOMETRICOS? ....

ANTES DEL INGRESO .... PERIODICOS ....

Anote toda información acerca de quién hace estos exámenes, condiciones en que se hacen, hora del día en que se hacen, dónde se archivan los resultados.

....

....

....

....

FIRMA ....

PAGINA 2

FECHA ....

VALORES DE NIVEL SONORO (DECIBEL)

NOTA. Anotar las lecturas con las redes A, B, y C en el medidor de nivel sonoro

			GAMAS DE FRECUENCIA (Ciclos por segundo)								
POSICION	Hora	Plana 0	37,5 75	75-150	150-300	300-600	600-1200	1200-2400	2400-4800	4800-10.000	Plana 0

generador de corriente constante i a dos terminales accesibles de una red eléctrica pasiva y lineal y se mide una tensión de circuito abierto e en otros dos terminales accesibles de la misma red, entonces, si el mismo generador de corriente constante se conecta al segundo par de terminales, se mide la misma tensión de circuito abierto en el primer par de terminales.

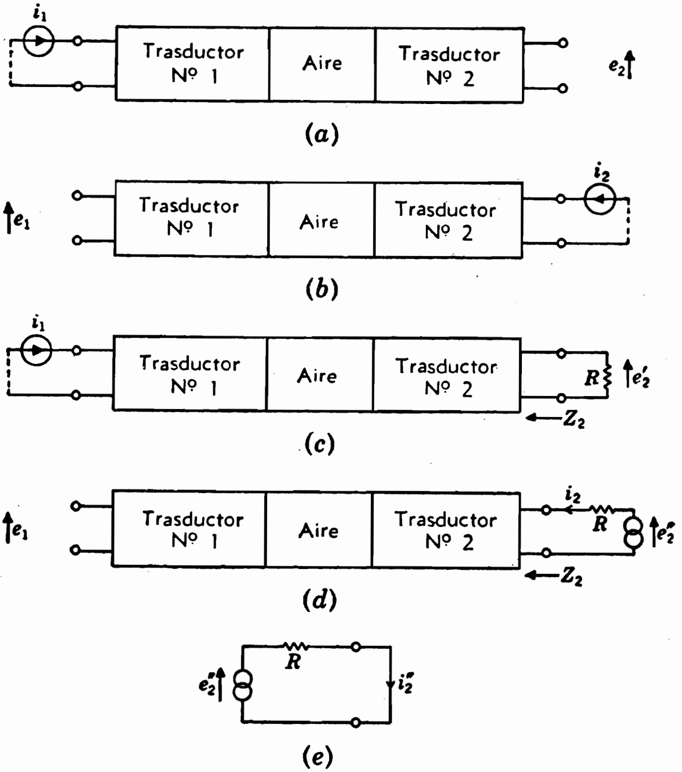

i_1
Trasductor Nº 1
Aire
Trasductor Nº 2
e_2
(a)
e_1
Trasductor Nº 1
Aire
Trasductor Nº 2
i_2
(b)
i_1
Trasductor Nº 1
Aire
Trasductor Nº 2
R
e'_2
Z_2
(c)
e_1
Trasductor Nº 1
Aire
Trasductor Nº 2
i_2
R
e''_2
Z_2
(d)
R
e''_2
i''_2
(e)

Fig. 12.8. Diagramas en bloque para los dos pasos del experimento utilizado para demostrar el teorema de reciprocidad con dos trasductores reversibles lineales y pasivos acoplados por un medio elástico (aire). El teorema de reciprocidad establece que $e_2/i_1 = e_1/i_2$ ó $e'_2/i_1 = e_1/i''_2$.

En un circuito formado por dos trasductores electromecanoacústicos reversibles, lineales y pasivos acoplados por un medio gaseoso, decimos, similarmente (Fig. 12.8): Supongamos que un generador de corriente constante i_1 está conectado a los terminales del trasductor 1 y que, como resultado de esto, aparece una tensión de circuito abierto e_2 en los terminales del trasductor 2. Entonces, si un generador de corriente constante i_2 se conecta a los terminales del trasductor 2, se mide una tensión de circuito abierto e_1 en los terminales del trasductor 1 tal que, por el teorema de reciprocidad,

$$\frac{e_2}{i_1} = \frac{e_1}{i_2} \tag{12.11}$$

Con referencia a la Fig. 12.8*c*, *d* y *e*, podemos, por extensión del teorema de reciprocidad, escribir

$$\frac{e'_2}{i_1} = \frac{e_1}{i''_2} \tag{12.12}$$

donde i''_2 = corriente de cortocircuito de un generador de impedancia interna R y tensión del circuito abierto e''_2. Este generador se usa en la Fig. 12.8*d* para producir e_1.

Para probar la Ec. (12.12), supongamos que la impedancia interna en los terminales del trasductor 2 es Z_2. Entonces e'_2 (ver Fig. 12.8*c*) está relacionada con la tensión de circuito abierto e_2 (ver Fig. 12.8*a*) por

$$e_2 = \frac{R + Z_2}{R} e'_2 \tag{12.13}$$

Además, la corriente i_2 (ver Fig. 12.8*b* y *d*) está relacionada con la tensión e''_2 por

$$i_2 = \frac{e''_2}{R + Z_2} \tag{12.14}$$

Por la Fig. 12.8*e*,

$$i_2 = \frac{R i''_2}{R + Z_2} \tag{12.15}$$

Sustituyendo las Ecs. (12.13) y (12.15) en la Ec. (12.11) obtenemos la Ec. (12.12).

La igualdad expresada por la Ec. (12.12) hace posible calibrar un trasductor por la así llamada técnica de la reciprocidad, como veremos en seguida.

12.6. Directividad de los trasductores reversibles. Como extensión ulterior del teorema de reciprocidad, puede decirse que los diagramas de direccionalidad de un trasductor dado a la misma distancia *r* (Fig. 12.9) son los mismos sea que se lo use como micrófono, sea que se lo use como altavoz. Para valores grandes de *r*, los diagramas de direccionalidad son independientes de la distancia, dado que la presión sonora decrece entonces linealmente con el aumento de r.

En la Fig. 12.9 se ve un par de trasductores, uno de los cuales puede ser girado en el plano a un ángulo cualquiera θ. Si la tensión de circuito abierto del trasductor 2 varía como función de θ, es decir, si $e_2 = E_2 f_2(\theta)$, cuando se aplica una corriente constante a los terminales del trasductor 1, y si la tensión de circuito abierto e_1 en el primer trasductor para una corriente constante i_2 aplicada al otro trasductor es igual a $E_1 f_1(\theta)$, entonces, por la Ec. (12.11),

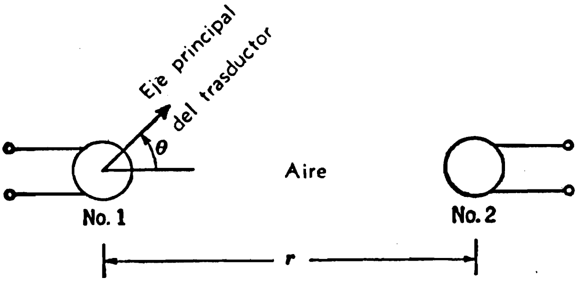


FIG. 12.9. Dos trasductores electromecanoacústicos en el aire.

$$\frac{E_2 f_2(\theta)}{i_1} = \frac{E_1 f_1(\theta)}{i_2} \qquad (12.16)$$

Si $f_1(\theta) = f_2(\theta) = 1$ para $\theta = 0$, tenemos por la Ec. (12.11) que

$$\frac{E_2}{i_1} = \frac{E_1}{i_2} \quad \text{para } \theta = 0 \qquad (12.17)$$

de modo que para todos los ángulos

$$f_2(\theta) = f_1(\theta) \qquad (12.18)$$

12.7. Respuesta de un micrófono a la onda libre plana. Por lo común estamos interesados en la determinación de la respuesta de tensión de circuito abierto de un micrófono e_{oc} cuando el micrófono está colocado en el campo de una onda sonora plana libre que tiene una presión sonora p_{ff} antes de la inserción del micrófono. Expresada en decibel,

$$\mathcal{R} = 20 \log_{10} \frac{e_{oc}}{p_{ff}} + 20 \log_{10} \frac{p_{\text{ref}}}{e_{\text{ref}}} \quad \text{dB} \qquad (12.19)$$

donde p_{ref} y e_{ref} son la presión y la tensión de referencia, respectivamente. Estas referencias se toman a menudo iguales a 1 dina/cm^2 y 1 volt, respectivamente, de modo que el segundo término del segundo miembro de la Ec. (12.19) es cero. Es la cantidad $\mathcal{R}$ la que deseamos determinar por la técnica de reciprocidad.

12.8. El teorema de reciprocidad para los sistemas electromecano-acústicos. Con referencia a la Fig. 12.9,, consideremos que deseamos obtener la respuesta $\mathcal{R}$ en función de la frecuencia del trasductor 1, y que el trasductor 2 es un trasductor auxiliar. Para aplicar el teorema de reciprocidad sin error, el campo sonoro radiado por el trasductor 2 debe satisfacer ciertas condiciones. Veremos que estas condiciones pueden satisfacerse usando cualquier trasductor reversible lineal siempre que su presencia en el experimento no afecte el valor de $\mathcal{R}$ para el otro trasductor y siempre que cada trasductor esté situado en el campo remoto del otro. El campo remoto de un trasductor fué definido en la Parte X como la parte del medio que está más allá de la distancia r_c del trasductor considerado, de modo que la presión sonora a lo largo de un eje que pasa por su centro acústico decrece en proporción inversa con la distancia r.

Cuando el trasductor 1 está excitado por una corriente eléctrica i_T, radia sonido. Elijamos un elemento de área muy pequeño, S, en el campo remoto del trasductor, perpendicular al frente de onda radiado en la posición del trasductor 2, pero en ausencia de éste. Representemos este área S mediante una impedancia acústica y el trasductor 1 mediante una red de cuatro terminales, como se ve en la Fig. 12.10. El aire comprendido entre este trasductor y el área S se representa a su vez por medio de una segunda red de cuatro terminales conectada en cascada y terminada por la impedancia acústica del área S.

El área S se considera lo suficientemente alejada del trasductor como para que su impedancia acústica sea $\rho_0 c/S$. Luego, por extensión teorema de reciprocidad probado en el Ap. 12.5,

$$p_r = \tau i_T \qquad \text{según la Fig. } 12.10a \tag{12.20}$$

$$e_{oc} = \tau U_S \qquad \text{según la Fig. } 12.10b \text{ y } c \tag{12.21}$$

donde i_T = corriente eléctrica en ampere suministrada al trasductor 1 cuando se lo hace funcionar como altavoz

e_{oc} = tensión circuito abierto en volt producida por el trasductor 1 cuando se lo hace funcionar como micrófono en el campo sonoro del trasductor 2. La presión sonora de campo libre a la distancia r, p_{ff}, se mide antes de la inserción del trasductor.

U_r = velocidad de volumen en metro cúbico por segundo de las partículas de aire, normal al área S situada a la distancia r del trasductor 1 en ausencia del trasductor 2. Esta velocidad es producida por la corriente i_T en la bobina del trasductor 1.

p_r = presión sonora en newton por metro cuadrado en el área S a la distancia r del trasductor 1 en ausencia del trasductor 2. Obsérvese que $p_r = \varrho_0 c U_r/S$.

p_S = presión sonora en newton por metro cuadrado que sería producida en la superficie de un generador acústico de área muy pequeña S e impedancia acústica interna $\varrho_0 c/S$ si estuviera terminado en una impedancia acústica infinita.

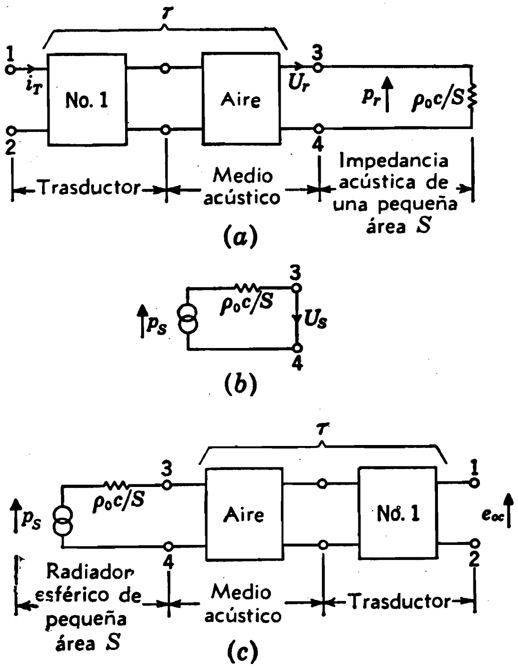

τ
1
i_T
No. 1
2
Aire
U_r
3
4
p_r
$\rho_0 c/S$
Trasductor
Medio acústico
Impedancia acústica de una pequeña área S
(a)
p_S
$\rho_0 c/S$
3
U_S
4
(b)
τ
3
p_S
$\rho_0 c/S$
4
Aire
No. 1
1
e_{oc}
2
Radiador esférico de pequeña área S
Medio acústico
Trasductor
(c)

FIG. 12.10. Diagramas en bloques de un trasductor y el medio acústico en la analogía de impedancia.

U_S = velocidad de volumen en metro cúbico por segundo que sería producida en la superficie de un generador acústico de área S e impedancia acústica interna $\varrho_0 c/S$ si estuviera terminado en una impedancia acústica cero. Obsérvese que $U_S = p_S S/\varrho_0 c$.

τ = constante de reciprocidad del trasductor 1 más el medio acústico con una terminación de impedancia acústica $\varrho_0 c/S$ y una terminación eléctrica de circuito abierto.

12.9. Ecuación general de calibración. A fin de que el teorema de reciprocidad sea válido, el trasductor 2 debe producir el mismo campo sonoro que si tuviera la misma impedancia acústica que la que presenta el área muy pequeña S a una onda plana, es decir, $\varrho_0 c/S$. Determinamos ahora este campo sonoro. En puntos del campo remoto ($r > r_c$) de la pequeña fuente de área S, la fuente puede ser considerada como si fuera un simple radiador esférico de área $S = 4\pi a^2$ con una impedancia interna $\varrho_0 c/S$. Para esta fuente idealizada, la presión sonora de campo libre (no perturbada) p_{ff} a la distancia r es

$$p_{ff} = \frac{p_0 a}{r} e^{-jkr} \tag{12.22}$$

y, por la Ec. (2.64),

$$Z_{AS} = \frac{j\omega\rho_0 a}{S} \tag{12.23}$$

donde Z_{AS} = impedancia acústica de radiación en ohm acústico MKS para una pequeña fuente esférica de radio a en m

p_0 = presión sonora en la supreficie de la esfera en newton por metro cuadrado

El circuito acústico de nuestro pequeno trasductor esférico es el de la Fig. 12.11. Según este circuito, tenemos, aproximadamente,

$$p_S \doteq \frac{p_0 c}{j\omega a} \tag{12.24}$$

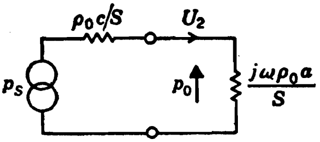


Fig. 12.11. Circuito acústico de una pequeña fuente esférica de impedancia interna $\rho_0 c/S$ y radio a.

donde p_S ha sido definido después de la Ec. (21.21). Esta ecuación es válida si $|\omega a| \ll e$.

Introduciendo la Ec. (12.24) en la (12.22), y recordando que $S = 4\pi a^2$ y $p_S = U_S \varrho_0 c/S$, obtenemos

$$p_{ff} = \frac{j\omega p_S S}{4\pi r c} e^{-jkr} = \frac{U_S \rho_0 c}{2\lambda r} e^{j(\pi/2 - kr)} \tag{12.25}$$

Introduciendo la Ec. (12.25) en la (12.21),

$$e_{oc} = \tau \frac{p_{ff} 2\lambda r}{\rho_0 c} e^{j(kr - \pi/2)} \tag{12.26}$$

Por las Ecs. (12.20) y (12.26),

$$\frac{e_{oc}}{p_{ff}} = \frac{p_r}{i_T} \frac{2\lambda r}{\rho_0 c} e^{j(kr - \pi/2)} \tag{12.27}$$

La relación que aparece en el segundo miembro de esta ecuación es la calibración deseada del micrófono. Debemos idear ahora un medio para determinar la magnitud de la relación p_r/i_T del segundo miembro sin recurrir a la medición de p_r. Hay dos métodos para ello. Uno es el *método de autorreciprocidad*, y el otro, el *método del trasductor auxiliar.*

12.10. Método de autorreciprocidad para la calibración de campo libre.

(Ver Fig. 12.12). Los elementos esenciales de este método son el trasductor en calibración, una pared rígida plana de gran extensión, y un aparato eléctrico para desconectar el trasductor de una fuente de potencia eléctrica y conectarlo a un amplificador de audio en una pequeñísima fracción de segundo.

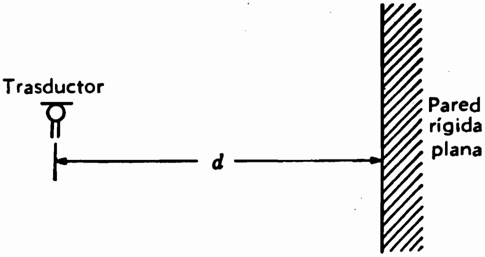


FIG. 12.12. Disposición experimental para calibrar un trasductor por el método de autorreciprocidad.

Al realizar el experimento, el micrófono se conecta a un generador de corriente constante que genera un tren de ondas de la frecuencia a la cual se desea la calibración y de duración suficiente para establecer la condición cuasiestacionaria en la parte central del tren. Se mide la corriente cuasiestacionaria i_T que pasa por el trasductor. El tren de onda producido se refleja en la pared y vuelve hacia el trasductor.

Mientras el tren de ondas está en tránsito, el circuito eléctrico desconecta los terminales del trasductor del generador y los conecta a un amplificador, de modo que el trasductor funcione como micrófono. Cuando el tren de ondas reflejado llega de vuelta al trasductor, mídese una tensión de circuito abierto e_{oc}. La información obtenida se expresa como relación e_{oc}/i_T.

La cantidad r que aparece en la Ec. (12.27) es igual a $2d$, la distancia total recorrida por la onda. La presión sonora p_{ff} que llega al micrófono en la onda reflejada es exactamente la misma que p_r, la emitida por el trasductor cuando funcionaba como altavoz. Luego, podemos escribir

$$\frac{e_{oc}}{p_{ff}} = \frac{e_{oc}}{p_r} \qquad (12.28)$$

La sustitución de la Ec. (12.28) en la (12.27) da ($r=2d$)

$$\frac{e_{oc}}{p_{ff}} = \sqrt{\frac{e_{oc}}{i_T}\,\frac{4\lambda d}{\rho_0 c}}\, e^{-j(\pi/4-kd)} \tag{12.29}$$

donde e_{oc} = tensión de circuito abierto del trasductor, en volt

p_{ff} = presión sonora de campo libre que actúa para producir la tensión circuito abierto e_{oc}, en newton/m^2

$k = 2\pi/\lambda$ en m^{-1}

ρ_{0c} = impedancia característica del aire, en rayl MKS (newton-s/m^3)

En la medición no se necesita conocer los valores absolutos de e_{oc} e i_T; sólo se necesita conocer su relación, determinada, por ejemplo, mediante un potenciómetro calibrado. Por otra parte, se necesita conocer la fase relativa de ambas cantidades si se desea una calibración de fase. También se requiere una medición exacta de d y de la frecuencia, y, dado que ρ_{0c} es una función de la temperatura y la presión barométrica, hay que determinar también T y P_0.

12.11. Método del trasductor auxiliar para la calibración de campo libre. El método de autorreciprocidad ofrece dos importantes desventajas en la práctica. Se necesita un complicado aparato electrónico para realizar la operación de conmutación, y una pared rígida, plana y de gran extensión en un medio por lo demás no reflector. En realidad, un piso de hormigón liso en el centro de un gran espacio abierto satisface este último requisito. No obstante, el dispositivo electrónico es indispensable y debe considerarse también la inestabilidad del tiempo.

Utilizando un trasductor auxiliar y una cámara anecoica se obvia la necesidad del aparato de conmutación y de realizar el ensayo afuera. En este método, la salida del trasductor que se calibra (Nº 1) se mide por medio de un trasductor auxiliar (Nº 2) a una distancia d (Fig. 12.13*a*). Luego se compara la sensibilidad del trasductor Nº 1 con la del Nº 2 colocándolos sucesivamente en el mismo campo sonoro y hallando la relación que existe entre sus tensiones complejas de salida (Fig. 12.13*b* y *c*). En los ensayos *b* y *c*, la distancia d' debe ser lo suficientemente grande como para que no haya interacción entre el altavoz y los dos trasductores, y no necesita ser igual a d.

De acuerdo con estas mediciones, la primera relación subradical de la Ec. (12.29) resulta ser

$$\frac{e_{oc}}{i_T} = \frac{e_2}{i_T}\,\frac{e_{oc}}{e_2'} \tag{12.30}$$

donde i_T = corriente en ampere suministrada al trasductor Nº 1 cuando se lo hace funcionar como fuente

e_2 = tensión de circuito abierto producida por el trasductor Nº 2 en el ensayo *a*

e_{oc} = tensión de circuito abierto en volt producida por el trasductor Nº 1 en el ensayo *b*

e'_2 = tensión de circuito abierto en volt producida por el trasductor Nº 2 en el ensayo *c*

Introduciendo la (12.30) en la (12.29) obtenemos

$$\frac{e_{oc}}{p_{ff}} = \sqrt{\frac{e_2}{i_T}\,\frac{e_{oc}}{e'_2}\,\frac{2\lambda d}{\rho_0 c}}\; e^{-j(\pi/4 - kd/2)} \tag{12.31}$$

Todas las cantidades están en unidades MKS. Obsérvese aquí que la distancia total recorrida por la onda es d en lugar de $2d$, que era del caso en el método de autorreciprocidad.

La respuesta $\mathcal{R}$ deseada en dB se halla introduciendo la Ec. (12.31) en la (12.19).

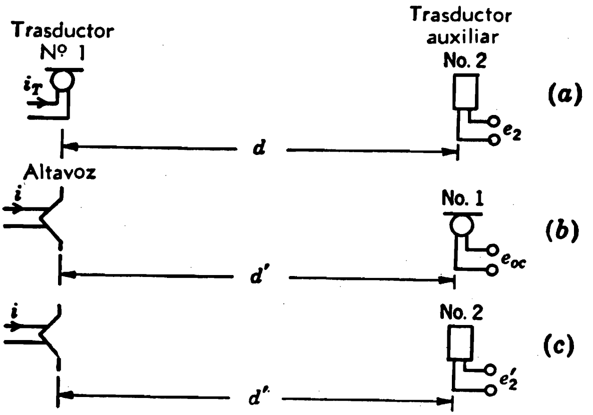


Fig. 12.13. Pasos experimentales para la calibración de campo libre de un trasductor por el método del trasductor auxiliar.

12.12. Respuesta de presión de un micrófono. A veces estamos interesados en la determinación de la respuesta de tensión en circuito abierto de un micrófono, e_{oc}, debida a una presión sonora media p_d sobre el diafragma. Expresada en dB,

$$\mathcal{R}_d = 20 \log_{10} \frac{e_{oc}}{p_d} + 20 \log_{10} \frac{p_{\text{ref}}}{e_{\text{ref}}} \tag{12.32}$$

Las cantidades p_{ref} y e_{ref} han sido discutidas después de la Ec. (12.19).

12.13. Método del trasductor auxiliar para la calibración de presión. Por calibración de presión de un micrófono entendemos la relación que existe entre la tensión de circuito abierto y la presión sonora sobre el diafragma que la produce. Designaremos la presión sobre el diafragma con p_d y la tensión de circuito abierto con e_{oc}.

Este tipo de calibración se realiza generalmente en el caso de los micrófonos de pequeño tamaño cuyo diafragma está expuesto al aire por una sola cara y para los cuales es grande la impedancia del diafragma. Los micrófonos de esta categoría son por lo general del tipo piezoeléctrico o electrostático, aunque también puede calibrarse así los micrófonos electromagnéticos de tipo especial.

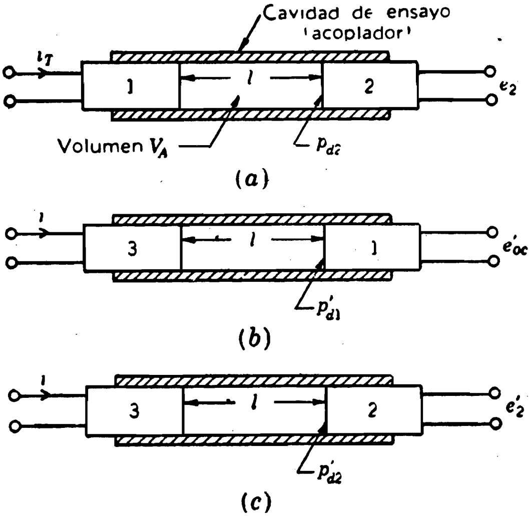


FIG. 12.14. Pasos experimentales en la calibración de presión de un trasductor según el método del trasductor auxiliar.

En este tipo de calibración se usan siempre dos trasductores auxiliares. La disposición de los trasductores en los tres pasos del ensayo está ilustrada por la Fig. 12.14.

Llamaremos N° 1 al trasductor que se quiere calibrar y N° 2 y N° 3 los dos trasductores auxiliares. Durante cada una de las tres partes del ensayo, dos de los trasductores están mutuamente acoplados por medio de una cavidad de paredes rígidas que tiene (después de insertados los micrófonos) un volumen interior V_A. Los diafragmas de los trasductores 1 y 2 tienen impedancias acústicas que llamaremos, respectivamente, Z_{AD1} y Z_{AD2}. La impedancia del diafragma del trasductor 3 no es de importancia particular.

Con el objeto de simplificar el análisis, haremos las siguientes hipótesis:

$$Z_{AD1} = Z_{AD2} \tag{12.33}$$

$$|Z_{AD1}| \gg \frac{1}{\omega C_A} \tag{12.34}$$

donde C_A es la compliancia acústica de la cavidad de acoplamiento,

$$C_A = \frac{V}{\gamma P_0} \quad \text{m}^5/\text{newton} \tag{12.35}$$

siendo $V = Sl$, con $l =$ longitud de la cavidad, $S =$ su área transversal, $P_0 =$ presión atmosférica, y $\gamma =$ relación de los calores específicos. La longitud l debe ser menor que 1/20 a 1/50 de longitud de onda según la precisión deseada (ver Parte XIII, Ap. 5.5).

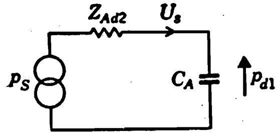


FIG. 12.15. Circuito acústico para el trasductor de impedancia acústica interna Z_{Ad2} funcionando en una cavidad de compliancia acústica C_A.

Como en el caso de calibración de campo libre de un micrófono [ver Ecs. (12.20) y (12.21)], tenemos las relaciones de reciprocidad

$$p_{d2} = \tau i_T \tag{12.36}$$

$$e_{oe} = \tau U_S \tag{12.37}$$

donde p_{d2} = presión sonora en newton/m² en la cara del diafragma del trasductor 2 en el experimento *a* de la Fig. 12.14

p_S = presión sonora en newton/m² que desarrollaría en la cavidad el trasductor Nº 2 actuando como fuente si la impedancia de la cavidad fuera infinita

U_S = velocidad de volumen en m³/s del diafragma del trasductor Nº 2 actuando como fuente y suponiendo que la impedancia de la cavidad es cero.

Cuando el trasductor Nº 2 actúa como fuente, como lo requiere la Ec. (12.37), tenemos el circuito de la Fig. 12.15. Del examen de este circuito,

$$p_{d1} = \frac{p_S}{j\omega C_A Z_{AD2} + 1} \doteq \frac{p_S}{j\omega C_A Z_{AD2}} \tag{12.38}$$

o

$$p_{d1} \doteq \frac{U_S}{j\omega C_A} \tag{12.39}$$

La calibración que buscamos es e_{oc}/p_{d1}, de modo que

$$\frac{e_{oe}}{p_{d1}} = e_{oc} \frac{j\omega C_A}{U_S} \tag{12.40}$$

Por las Ecs. (12.36), (12.37) y (12.40) tenemos

$$\frac{e_{oc}}{p_{d1}} = j\omega C_A \frac{p_{d2}}{i_T} \tag{12.41}$$

Pero, vemos que

$$\frac{p_{d2}}{i_T} = \frac{e_2}{i_T}\,\frac{p_{d2}}{e_2} \qquad (12.42)$$

La relación e_2/i_T se obtiene del experimento *a* de la Fig. 12.14. De los experimentos *b* y *c* de la misma figura obtenemos e'_{oc}/e'_2.

Pero p_{d2}/e_2 debe ser igual a p'_{d2}/e'_2 porque se supone que el trasductor Nº 2 es lineal, y p_{d1}/e_{oc} debe ser igual a p'_{d1}/e'_{oc} por la misma razón. Por lo tanto, podemos volver a escribir la Ec. (12.42) en la forma

$$\frac{p_{d2}}{i_T} = \frac{e_2}{i_T}\,\frac{p'_{d2}}{e'_{oc}}\,\frac{e'_{oc}}{e'_2} \qquad (12.43)$$

Pero, en *b* y *c* de la Fig. 12.14, $p'_{d1} = p'_{d2}$ porque $Z_{AD} = Z_{AD2}$. Tenemos, por lo tanto,

$$\frac{p_{d2}}{i_T} = \frac{e_2}{i_T}\,\frac{p_{d1}}{e_{oc}}\,\frac{e'_{oc}}{e'_2} \qquad (12.44)$$

Introduciendo la (12.44) en la (12.41) obtenemos la relación de calibración deseada

$$\frac{e_{oc}}{p_{d1}} = \sqrt{\frac{e_2}{i_T}\,\frac{e'_{oc}}{e'_2}\,j\omega C_A} \qquad (12.45)$$

Finalmente, la respuesta de presión $\mathfrak{S}_d$ se halla con la Ec. (12.32).

CAPÍTULO 13

AUDICIÓN, INTELIGIBILIDAD Y CRITERIOS SICOACÚSTICOS

PARTE XXX. *Audición.*

El mecanismo de la audición es el recipiente final de los sonidos producidos por los sistemas de audio. Los proyectistas de sistemas de audio deben conocer la gama de frecuencias a que responde este mecanismo y la manera cómo deben presentarse al oyente los sonidos vocales y musicales si se quiere que obtenga una cantidad razonable de información y satisfacción de la señal de audio. En este capítulo nos ocuparemos de algunas de las características básicas de la audición y la palabra hablada. El problema es muy complejo y no podemos asignarle en este volumen el espacio que merece, de modo que recomendamos muy especialmente al estudiante la consulta de textos más especializados sobre el tema.[1-3]

El físico y el ingeniero tienden a encarar el estudio de la audición como si estuvieran considerando un sistema regular cuyo *modus operandi* se conociera bien. En las ciencias físicas mídense cantidades tales como masa, longitud de onda, tensión e intensidad. Nos guiamos en la elección de las cantidades que conviene estudiar por el conocimiento obtenido de la teoría y de las mediciones correspondientes. Por otra parte, es casi siempre posible mantener constantes todas las cantidades excepto unas pocas variables independientes y medir el comportamiento del sistema al manipular sistemáticamente estas variables. En muchos

---

[1] S. S. STEVENS *et al.*, "Handbook of Experimental Psychology", Caps. 25-28, John Wiley and Sons., Inc., Nueva York, 1951.

[2] W. A. ROSENBLITH, K. N. STEVENS, y el cuerpo técnico de BOLT BERANEK and NEWMAN, "Handbook of Acoustic Noise Control", Vol. II, Noise and Man, *WADC Tech. Rept.*, 52-104 (junio de 1953). Pedidos a la Office of Technical Services, Departamento de Comercio, Washington, D.C., PB Nº 111.274.

[3] I. J. HIRSH, "The Measurement of Hearing", McGraw-Hill Book Company, Inc. Nueva York, 1952.

sistemas, es posible también superponer los resultados de las variaciones individuales de algunas cantidades a fin de obtener el comportamiento del sistema en el caso en que ellas varían simultáneamente.

En los estudios sicológicos podemos también medir, o, por lo menos, graduar, cantidades tales como las excitaciones de umbral (apenas perceptibles), diferencias apenas perceptibles, arranque del dolor, actividad nerviosa incrementada, preferencias personales, etc. No obstante, la situación es bien diferente de la que hallamos en la física, porque no hay prácticamente cuerpo alguno de doctrinas teóricas que nos puedan servir de guía para juzgar qué es lo que puede considerarse como una medición válida, o, en este aspecto, qué variables pueden tomarse como importantes y cuáles son simplemente secundarias. En las mediciones sicológicas, es muy difícil mantener constante una parte de las variables independientes y no puede en general aplicarse el principio de superposición. Los experimentadores aprenden pronto que las respuestas obtenidas como resultado de un estímulo presentado al oyente en condiciones determinadas no son las mismas respuestas que se obtienen al presentar el mismo estímulo al mismo oyente pero después de que éste ha adoptado una actitud mental diferente hacia el experimento, el experimentador, o alguna otra cosa. En la teoría de los circuitos hablaríamos de "diferentes condiciones iniciales".

Al leer el material que sigue, el estudiante debe tener presente que las informaciones que se presentan han sido obtenidas por experimentadores determinados usando estímulos particulares, presentados a oyentes con determinados prejuicios, en condiciones ambientes particulares. Como resultado, otros experimentadores repitiendo ostensiblemente los mismos experimentos pueden obtener resultados sustancialmente diferentes a menos que pongan el máximo cuidado para repetir exactamente los factores involucrados en el experimento. Para una discusión detallada en términos no técnicos de las mediciones sicológicas, consúltese la obra de Hirsh.[3]

✱ En este capítulo hemos de estudiar la sensación auditiva que resulta del estímulo del mecanismo de la audición. El mecanismo de la audición comprende las partes mecánicas del oído, el sistema nervioso auditivo incluso el cerebro, y el indicador de respuesta representado por todo el organismo humano.

Ningún aparato físico pequeño posee propiedades tan notables como las del oído. No sólo puede soportar los sonidos más intensos producidos en la naturaleza, con presiones sonoras del orden de 10^3 a 10^4 dina/cm^2, sino que en el otro extremo responde a presiones sonoras tan débiles como de 10^{-4} dina/cm^2. Estas débiles presiones producen desplazamientos del tímpano del orden de 19^{-9} cm en las frecuencias del orden de los 1000 c/s. ¡Esta distancia es menor que la décima parte del diámetro de una molécula de hidrógeno!

El mecanismo de la audición es más que un micrófono extremadamente sensitivo. Funciona también como un analizador de considerable selectividad. Los sonidos de una frecuencia determinada pueden ser reconocidos en presencia de un ruido de fondo interferente; es decir, el mecanismo de la audición funciona como si estuviera constituida por un grupo de filtros de bandas contiguas. Aún más notable es la capacidad del oído para juzgar la sonoridad (loudness), el tono, y la cualidad musical, funciones que desempeña de algún modo asociado con el cerebro.

13.1. Propiedades mecánicas del oído. En su forma simplificada, el sonido entra al oído por el *canal auditivo externo* (*oído externo*). Este canal tiene un diámetro de alrededor de 0,7 cm y una longitud de cerca de 2,7 cm. El *tímpano* es una delgada membrana que sirve como terminación para este canal y tiene un área de alrededor de 0,8 cm²

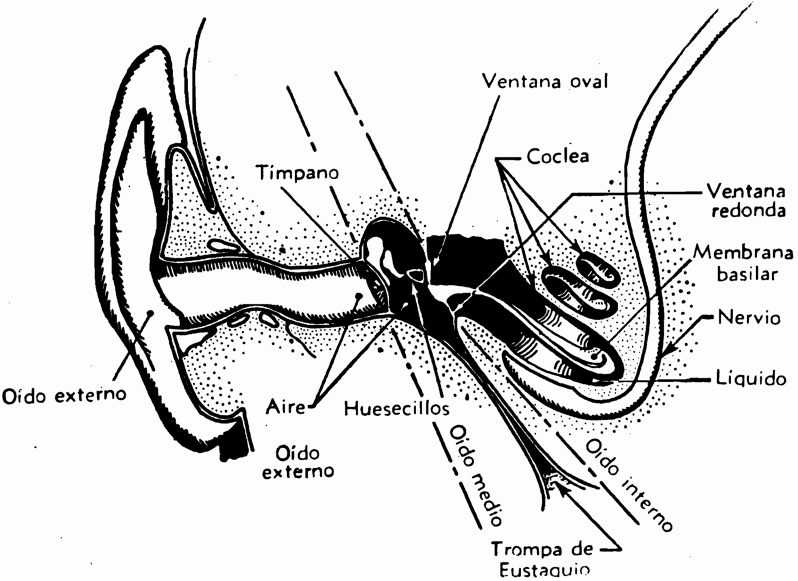
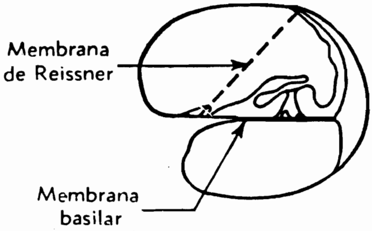


Fig. 13.1. Representación del oído humano. Las ondas sonoras entran por el canal auditivo, mueven el tímpano y ponen en movimiento, por intermedio de éste, a los tres huesecillos. Cuando se mueve la ventana oval, ella produce el movimiento del líquido incoloro que llena la cóclea, con el movimiento resultante de la membrana basilar. (*Según Wiener, Physics Today,* 4: 13, diciembre de 1951.)

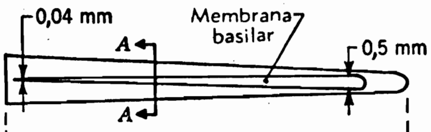
En el *oído medio* se encuentran tres pequeños huesos, o *huesecillos,* interacoplados, llamados martillo, yunque y estribo. El primero de los huesecillos se une al tímpano, y el tercero, a una segunda membrana denominada *ventana oval.* La ventana oval constituye la entrada al *oído interno.*

La ventana oval está situada en un extremo de la cóclea. La *cóclea* es una pieza con forma de caracol formada por el hueso y lleno de un líquido incoloro. Su forma espiral tiene una longitud de unos 35 mm y una sección trasversal de cerca de 4 mm² en el extremo conectado al estribo, decreciendo a la cuarta parte de esta medida en el otro extremo. Está dividida por el medio por la *partición coclear* (ver Fig. 13.2*a* y *c*).

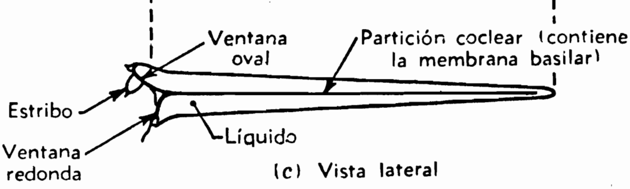
la que se extiende a todo lo largo de la cóclea. Este tabique es en parte óseo y en parte una membrana gelatinosa llamada *membrana basilar* (ver Fig. 13.2*b*). Por sorprendente que parezca, la membrana basilar es más estrecha en el extremo más grueso de la cóclea (ver Fig. 12.2*b*). Sobre la superficie de la membrana basilar terminan alrededor de 25.000 filetes nerviosos que forman el nervio auditivo principal. La


Membrana de Reissner
Membrana basilar

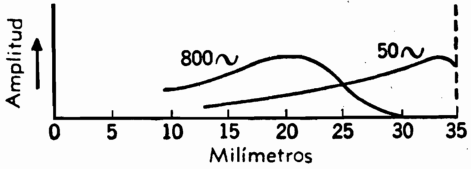
(a) Sección transversal por *A*-*A* de (b)


0,04 mm
Membrana basilar
0,5 mm
A
A

(b) Vista de arriba


Ventana oval
Partición coclear (contiene la membrana basilar)
Estribo
Líquido
Ventana redonda

(c) Vista lateral



(*d*)

FIG. 13.2. Cortes de la cóclea, extendida, para mostrar los espacios llenos de líquido arriba y debajo de la membrana basilar. En (*d*) se representan las amplitudes de vibración de la membrana basilar a 50 y a 800 c/s.

cámara llena de líquido está además dividida en dos partes por una membrana muy fina llamada *membrana de Reissner*. Además de la ventana oval, que comunica la cámara de líquido que está encima de la partición coclear, hay una *ventana redonda* abierta en la mitad inferior de la cámara y que funciona como un ecualizador de presión. El área de la ventana oval es de alrededor de 3 mm², y el de la ventana redonda, de alrededor de 2 mm².

El volumen de aire contenido en el oído medio es de alrededor de 2 cm^3. La ganancia mecánica de los tres huesecillos en la trasmisión de las vibraciones del tímpano a la ventana oval es de alrededor de 1,3:1. Sin embargo, la relación efectiva de las áreas del tímpano y de la ventana oval multiplicada por esta ganancia mecánica provee un aumento de la presión sonora desde el tímpano al líquido de la cóclea del orden de 15 a 1. Esta transformación es ventajosa para la trasferencia de las vibraciones del aire al líquido coclear.

El movimiento de la ventana oval producida por el movimiento del tímpano establece una o más ondas que se propagan a lo largo de la membrana y del líquido, con el resultado de que hay para cada frecuencia un punto de máxima excitación (ver Fig. 13.2*d*). El extremo de la membrana más próximo a la ventana oval "resuena" a las frecuencias más altas, mientras que el extremo remoto lo hace a las frecuencias más bajas. Se ha explorado la naturaleza de esta vibración y los resultados están representados en las Figs. 13.3 y 13.4. En la Fig. 13.3 se muestran, para varias frecuencias, las amplitudes relativas del movimiento de las diversas partes de la membrana. Estas y otras informaciones dan una curva de posición del máximo de la vibración en función de la frecuencia, la que se reproduce en la Fig. 13.4. En otros términos, la membrana basilar es un filtro mecánico que descompone parcialmente los sonidos complejos en sus componentes. Por consecuencia, un grupo particular de nervios es excitado más violentamente que los demás, según la frecuencia.

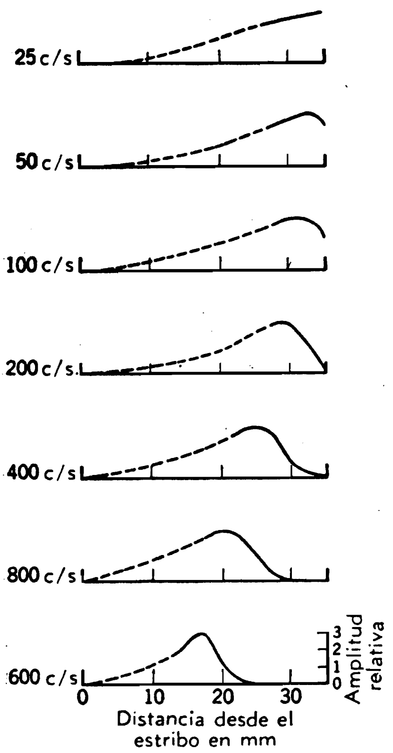


FIG. 13.3. Gráficas de las amplitudes relativas de vibración de la membrana basilar para varias frecuencias. (*Según v. Békésy, Akust. Z.*, **8**: 66-76, 1943.)

De la Fig. 13.3 parecería desprenderse que el mecanismo del oído es un analizador bastante grosero, ya que las curvas de resonancia son muy anchas. Esta conclusión es errónea. Aparentemente el sistema nervioso aguza la "resonancia".

Para explicar la capacidad del oído para reconocer un tono en presencia de tonos de igual o mayor intensidad y de otras frecuencias, elegiremos un modelo matemático conveniente. No hay que suponer que este modelo es también válido para otras situaciones. Este modelo es el mismo que se usaría para describir las propiedades de un filtro eléctrico para separar una componente de onda de un conjunto de componentes. Al describir los filtros eléctricos, se habla corrientemente de "anchos de banda". Haremos lo mismo en esta ocasión.

Los anchos de banda del proceso de la audición, tal como se los mide por la capacidad de una persona para reconocer un tono puro en presencia de un ruido "blanco" o aleatorio †, se llaman comúnmente *anchos de banda críticos.* ‡ Al reconocer un tono en presencia de ruido, el mecanismo auditivo parece rechazar el ruido fuera de la banda crítica centrada en el tono puro, lo que lo hace aparecer como un juego de filtros de onda. Estos anchos de banda críticos están representados en función de la frecuencia en la Fig. 13.5. Los anchos de banda críticos para la audición con un solo oído son algo diferentes de los que se encuentran para la audición con los dos oídos, de modo que se

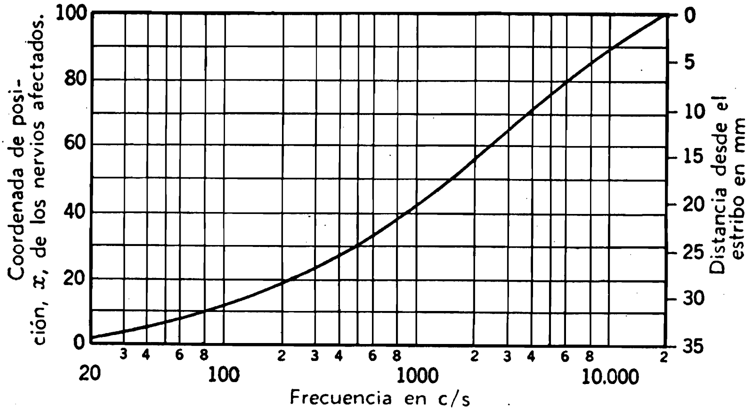


FIG. 13.4. Coordenada de posición x de los grupos de nervios auditivos a lo largo de la membrana basilar en función de la frecuencia. La ordenada 0 de la izquierda coincide con la parte más ancha de la membrana basilar y la ordenada 100, con el estribo. La distancia (medida desde el estribo) de la posición de máxima vibración está dada por la ordenada de la derecha. (*Según v. Békésy, Akust. Z.*, 7: 173-186, 1942.)

---

† El ruido aleatorio (al azar) es una cantidad acústica (por ejemplo, presión sonora) o eléctrica (por ejemplo, tensión) cuyas amplitudes instantáneas ocurren; como función del tiempo, según la curva normal de distribución (de Gauss). Un ruido aleatorio común es el que resulta de la moción aleatoria de las moléculas del aire. Otro es el producido por el movimiento aleatorio de los electrones en los conductores (ruido eléctrico). El ruido aleatorio no tiene necesariamente un espectro de frecuencias plano (uniforme).

El ruido blanco es una onda sonora o eléctrica cuya energía está distribuída de manera continua y uniforme, en función de la frecuencia, dentro del espectro de las frecuencias audibles. El ruido blanco no es necesariamente aleatorio.

‡ El concepto de ancho de banda crítico fue propuesto por H. FLETCHER, Auditory Patterns, *Rev. of Modern Phys.*, **12**: 47-65 (1940). Véase también J. P. EGAN and H. W. HAKE, On the Masking Pattern of a Simple Auditory Stimulus, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **22**: 622 (1950), y T. H. SCHAFER *et al.*, Frequency Selectivity of the Ear as Determined by Masking Experiments, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **22**: 490 (1050).

dan dos curvas independientes, una para cada caso. En el Ap. 13.7 hemos de ver que la Fig. 13.5 es de utilidad para evaluar la eficacia del ruido para enmascarar los tonos puros.

En la Fig. 13.4 vemos que la banda de frecuencias inferiores a los 250 c/s parecen ocupar una porción muy pequeña de la membrana basilar. Esto induciría a creer que los sonidos de baja frecuencia son menos importantes o más fácilmente separados que los de la gama media. No obstante, como oyentes, nos complacemos con los tonos de baja frecuencia de la música y podemos distinguir fácilmente un tono de otro. Hay evidencia de que los estímulos de baja frecuencia excitan todas las partes de la membrana basilar. Es también posible que los tonos de baja frecuencia sean enviados para su análisis directamente al cerebro, en lugar de ser analizados en la membrana basilar.

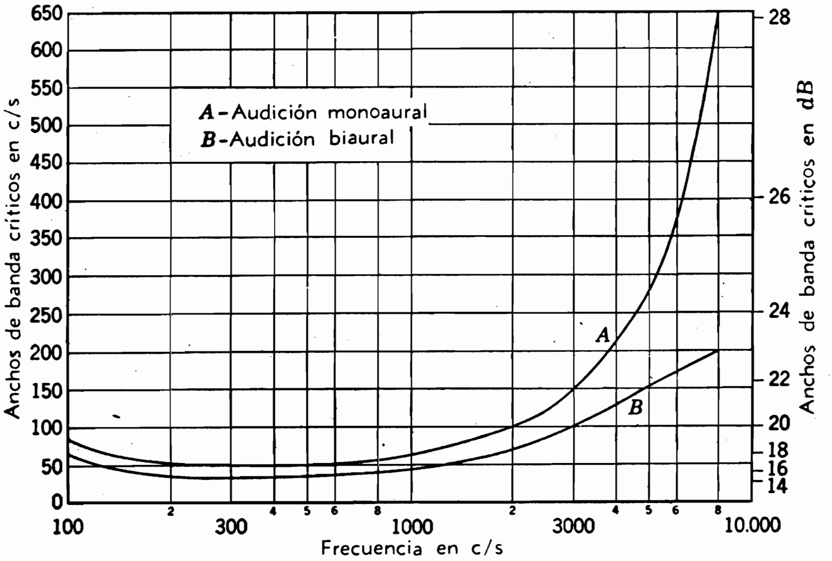


FIG. 13.5. Anchos de banda críticos para la audición determinados por el reconocimiento de tonos puros en presencia de ruido blanco aleatorio. (*A*) Audición con un solo oído; (*B*) audición con los dos oídos. La ordenada de la izquierda es Δf_c en c/s, y la de la derecha, $\log_{10} \Delta f_c$ en dB. [Según French and Steinberg, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **19**: 90-119 (1947).]

13.2. Umbrales auditivos. *Umbrales de audibilidad.* El umbral de audibilidad para una señal dada es la mínima presión sonora eficaz que debe tener esa señal para despertar una sensación auditiva (en ausencia de todo ruido) en una fracción determinada de pruebas. Se lo expresa de ordinario en dB, *re* 0,0002 microbar.

El umbral patrón norteamericano de audibilidad para tonos puros, para un oyente de oído agudo y sentado en una cámara anecoica frente a una fuente de sonido y a una distancia mayor que 1 m, está representado por la curva 2 de la Fig. 13.6. La presión sonora se mide antes de que el oyente entre en el campo sonoro, en el punto en que luego se situará el centro de la cabeza. En la Fig. 13.6, curva 1, se da una curva similar, pero con el sonido suministrado por auriculares y la presión sonora medida a la entrada del canal auditivo.

Hay dos importantes diferencias entre las curvas 1 y 2 de la Fig. 13.6. En primer término, ambas curvas están relativamente desplazadas cerca de 10 dB en promedio, y, segundo, la curva 2 es más irregular. El desplazamiento relativo es el resultado de la combinación de dos factores. El umbral binaural (dos oídos) estaría corrido hacia abajo respecto del umbral monoaural (un oído). La restante diferencia, de 7 a 8 dB, se atribuye en las frecuencias bajas al ruido producido bajo los auriculares por la compresión irregular de los músculos contra los cuales se apoyan aquéllos. Por esta razón, para la misma presión *en el tímpano,* el sonido producido por un altavoz es audible a una presión de 5 a 10 dB *más baja* que el producido por medio de auriculares. Las mayores diferencias entre las curvas 1 y 2, que se producen arriba de los 800 c/s, son el resultado de la difracción del sonido alrededor de la cabeza y de las resonancias acústicas del canal externo.

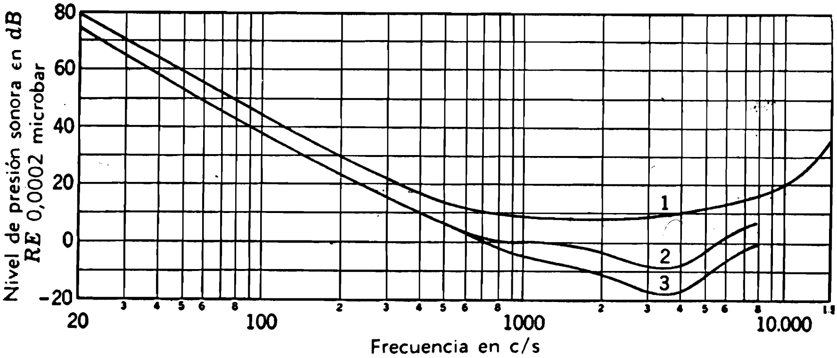


FIG. 13.6. Umbrales de audibilidad determinados de tres maneras. (1) curva monoaural; la señal es presentada por un auricular y la presión sonora se mide a la entrada del canal auditivo. [*Según Dadson and King, J. Laryngol. Otology,* **46**: 366-378 (1952); *v. Békésy, Ann. Physik,* **26**: 554-566 (1936).] (2) Curva binaural; presión presentada por una fuente única a cierta distancia frente al sujeto; presión sonora medida en el campo antes de la entrada del sujeto en él. (*American Standard for Noise Measurement,* Z24.2-1942.) (3) Curva binaural; señal presentada por cierto número de pequeños altavoces distribuidos al azar en un plano horizontal y alrededor de la cabeza del sujeto y presión sonora medida en el campo antes de la entrada del sujeto en él. [*Según Wiener and Ross, J. Acoust. Soc. Amer.,* **18**: 401-408 (1946).]

Plantéase a menudo la cuestión de cuáles son las frecuencias mínima y máxima que un sujeto puede oír. Las pruebas han demostrado que la curva 1 de la Fig. 13.6 puede ser extrapolada hasta 2 c/s y que se pueden escuchar frecuencias hasta en este límite inferior. Obsérvese, sin embargo, que se necesitaría un nivel acústico de alrededor de 135 dB para producir la audibilidad en esta frecuencia.

El límite superior de audibilidad es muy variable de un sujeto a otro. Se encuentra que las personas jóvenes pueden oír hasta los 20.000 c/s si el tono tiene la intensidad necesaria. Las personas de edad media oyen hasta los 12.000 ó los 16.000 c/s. También en este caso es importante el nivel a que se presenta el tono. ×2

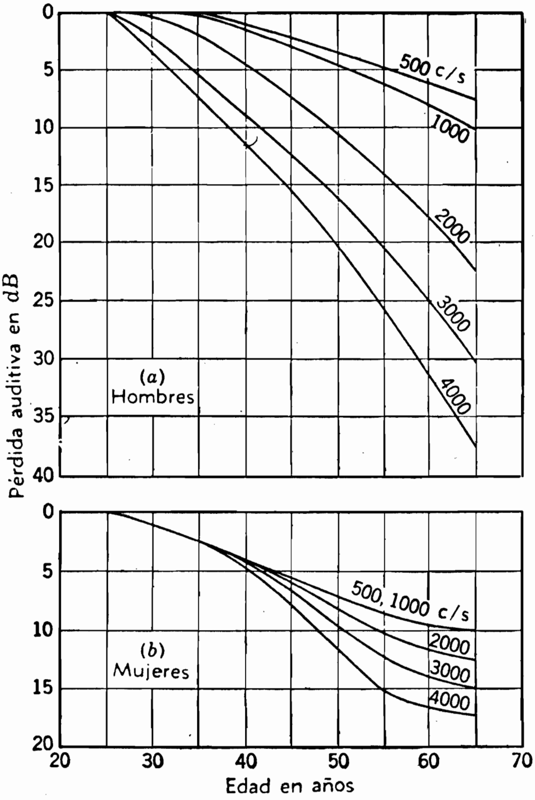


FIG. 13.7. Desplazamiento del umbral medio de audibilidad con la edad, en función de la frecuencia, para hombres y mujeres.

El umbral de audibilidad varía por muchos factores. Varía en primer término de una persona a otra. Aun para el mismo sujeto, varía de un día para otro y de una hora para otra. Después de la exposición a un ruido aun moderado, se produce una ligera sordera, temporaria, que desplaza el umbral hacia arriba.

Uno de los principales factores que afectan el umbral de audibilidad es la edad. En la Fig. 13.7 vemos los resultados de los estudios de la pérdida progresiva de la sensibilidad auditiva con el aumento de la edad. †

† Estos datos son parte de los resultados de un estudio realizado por un grupo

Umbrales de tolerancia. En el otro extremo del rango de intensidades audibles son de interés los niveles sonoros máximos que el oído puede soportar sin incomodidad o dolor. Los sujetos a los que se presenta una señal con auriculares informan que comienzan a experimentar incomodidad cuando los tonos puros (sinuosidalse) alcanzan niveles mayores que 110 dB *re* 0,0002 microbar (ver tabla 13.1). Se produce una sensación de cosquilleo desagradable cuando los niveles llegan a los 130 dB. El dolor se presenta de una manera definida a los 140 dB. Estos valores parecen ser independientes de la frecuencia entre 50 y 8000 c/s. Los sujetos que están habitualmente expuestos a altos niveles de ruido pueden soportar unos 10 dB más en dos de las tres categorías de sensación enumeradas (ver tabla 13.1). Se informan sobre resultados similares en el caso de ruidos de espectro continuo, tales como los ruidos blancos o aleatorios. En el caso de un espectro continuo de banda ancha, empero, se alcanza el umbral cuando la energía en un ancho de banda crítico en un punto determinado a lo largo de la escala de frecuencias alcanza los niveles dados en los párrafos anteriores.

TABLA 13.1. Umbrales de tolerancia †.

Umbral de	Tonos puros	
	Oídos descansados	Oídos expuestos
Incomodidad	110	120
Cosquilleo	132	140
Dolor	140	
Daño inmediato	150 a 160 ‡	

† Sonido suministrado por auriculares. Frecuencias entre 50 y 8000 c/s.
‡ No conocido exactamente.

13.3. Altura ("pitch"). La altura es el aspecto de la sensación auditiva por el cual podemos ordenar los sonidos en una escala que va de los "bajos" a los "altos", como por ejemplo, en la escala musical. La altura es una magnitud subjetiva. Es principalmente función de la frecuencia del sonido, pero depende también de la presión sonora y de la composición del sonido. La unidad es el *mel.*

La frecuencia es una magnitud física que se mide con aparatos físicos; la unidad es el ciclo por segundo. Dos tonos de igual frecuencia y distinto nivel de presión sonora resultan en general de altura diferente. Esto es, un tono de 200 c/s de un nivel determinado suena como si su frecuencia fuera distinta de la de otro tono de 200 c/s de diferente nivel. Encontramos también que el oyente no considera por

---

bajo la dirección de W. A. Rosenblith, por encargo de la American Standards Association Sectional Committee Z-24. Se da cuenta de estos resultados y otros en "The Relations of Hearing Loss to Noise Exposures", American Standards Association, Inc., Nueva York.

lo general una octava de frecuencia como la duplicación de la altura.

Para medir la altura, realizamos un experimento en el que proporcionamos al sujeto dos generadores de tono independientes (osciladores). Estos generadores están dispuestos de modo que pueden ser conectados alternativamente a un altavoz o a un par de auriculares. Se pide al sujeto que ajuste la frecuencia de un oscilador hasta que le parezca que su altura es el doble de la altura del otro. Este proceso se repite para cierto número de frecuencias de ajuste del oscilador de referencia dentro de la gama de audio. Se pide también al sujeto que aumente o disminuya la altura por otros factores. A partir de la información obtenida puede desarrollarse una escala de altura en mel. Se ha elegido como referencia una altura de 1.000 mel como la altura de un tono de 1.000 c/s con un nivel de presión sonora de 60 dB *re* 0,0002 microbar. En la Fig. 13.8 se da una curva completa de altura en función de la frecuencia.

Una particularidad interesante de la curva de la Fig. 13.8 es su parecido con la de la Fig. 13.4. Esta similitud induce a creer que la determinación de la altura es un juicio que se basa en la posición del punto de excitación a lo largo de la membrana basilar.

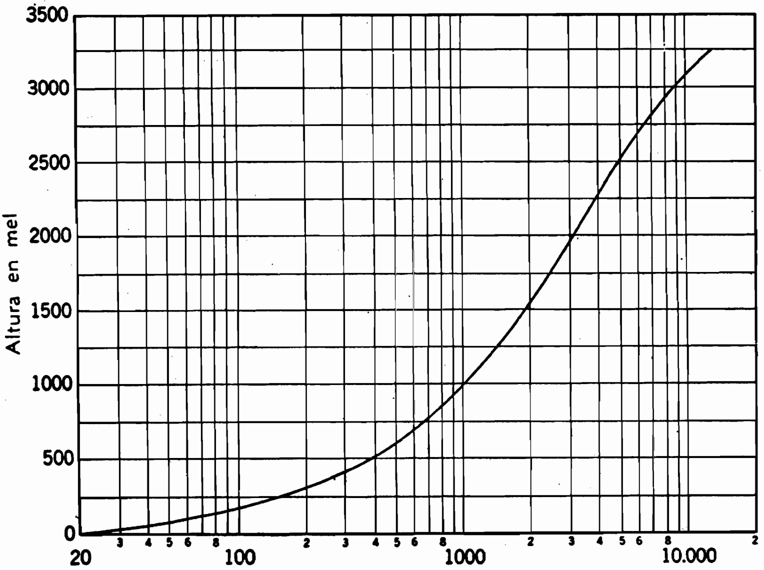


Fig. 13.8. Relación entre la altura subjetiva expresada en mel y la frecuencia. Obsérvese que la altura subjetiva aumenta más y más rápidamente a medida que la frecuencia aumenta logarítmicamente. La escala musical, por comparación, es una escala logarítmica; es decir, una octava es una duplicación de la frecuencia. [*Según Stevens and Volkman, Am. J. Psychol.*, **53**: 329-353 (1940).]

En conclusión, observaremos que sabemos muy poco acerca de la altura de los sonidos complejos y que existen en este aspecto algunas contradicciones muy interesantes, como veremos en el Ap. 13.6.

13.4. Niveles de sonoridad (loudness level) y sonoridad. *Niveles de sonoridad.* Cuando oímos un sonido, juzgamos a menudo su "sonoridad". Por ejemplo, decimos que el romper de un trueno es "extremadamente sonoro", mientras que el canto de una persona es "no muy sonoro". Estas expresiones cualitativas de "muy sonoro", "menos sonoro", o "suave" adquieren un carácter cuantitativo respecto de ciertas clases de sonido. †

La manera más simple de hablar cuantitativamente de la sonoridad de un sonido consiste en compararlo con un sonido patrón. Como sonido patrón se ha elegido un tono de 1.000 c/s. El *nivel de sonoridad* de cualquier otro sonido se define como el nivel de presión sonora de un tono de 1.000 c/s que tiene tanta sonoridad como el sonido en cuestión. Por ejemplo, si un tono de 1.000 c/s con un nivel de presión sonora de 70 dB *re* 0,0002 microbar es tan sonoro como cierta onda cuadrada (independientemente del nivel de presión sonora de ésta), dícese que la onda cuadrada tiene *un nivel de sonoridad de 70 fon.*

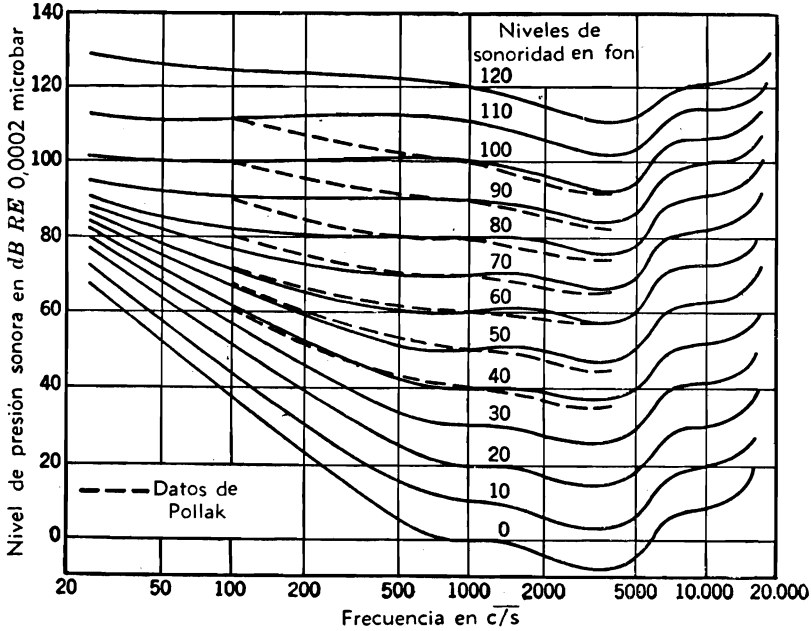


FIG. 13.9. Contornos de igual sonoridad de los tonos puros, según Fletcher y Munson. (*American Standards for Noise Measurement,* Z24.2-1942.) Las líneas cortadas son contornos de igual sonoridad para bandas de ruido, de 250 mel de ancho, determinados por Pollack. [*Pollack, J. Acoust. Soc. Amer.,* **24**: 533-538 (1952). *Ver también Beranek, Peterson, Marshall and Cudworth, J. Acoust. Soc. Amer.,* **23**: 261-269 (1951).]

---

† En el lenguaje vulgar nos referimos más bien a la "fuerza" del sonido y es difícil escuchar la palabra sonoridad en el sentido que aquí adoptamos. Seguimos el criterio adoptado por la Cátedra de Electroacústica de la Facultad de Ingeniería de Buenos Aires al traducir "loudness" por "sonoridad". (*N. del T.*)

Se han hecho muchas mediciones para determinar los niveles de sonoridad de los tonos puros y de los ruidos de banda angosta en función de la frecuencia y los niveles de presión sonora. Estos resultados se agrupan en las curvas de las Figs. 13.9 y 13.10. En ambas gráficas, las ordenadas expresan el nivel de presión sonora del sonido. Los números puestos sobre los contornos son los niveles de sonoridad del sonido y son los niveles de presión sonora de un tono de 1.000 c/s de igual sonoridad que el sonido en cuestión. En las dos figuras aparecen tres juegos de curvas; los de línea cortada están repetidos.

El primero de estos gráficos (líneas llenas de la Fig. 13.9) es el juego de contornos de igual sonoridad para tonos puros del patrón norteamericano y se refiere a observadores situados en una cámara anecoica con la fuente de sonido dispuesta a una distancia mayor que un metro del observador. Estos contornos se conocen habitualmente con el nombre de contornos de Fletcher-Munson. Los niveles de presión sonora de los tonos fueron medidos con el sujeto fuera del campo sonoro, en un punto correspondiente al centro de la cabeza.

El segundo juego de curvas (líneas llenas en la Fig. 13.10) se refiere también a tonos puros, habiéndose tomado los datos en Inglaterra, en condiciones similares a las de la Fig. 13.9. Estos contornos se conocen generalmente como contornos de Churcher-King. No se sabe si son las curvas de la Fig. 13.9 o las de la Fig. 13.10 las más típicas para la población en general. En los EE. UU. de N. A. se usan comúnmente los contornos de la Fig. 13.9 (American Standards Association).

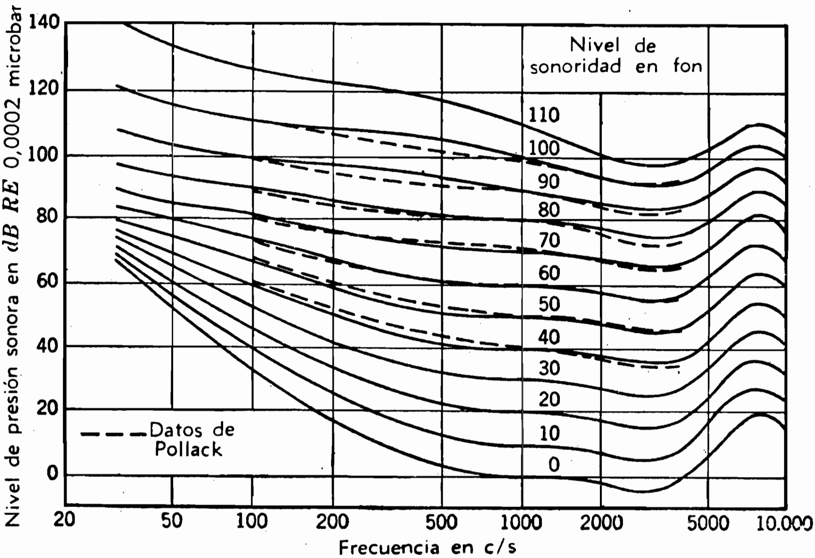


FIG. 13.10. Contornos de igual sonoridad para tonos puros según Churcher y King. [*J. Inst. Elec. Engrs.* (*Londres*), 81: 57-90 (1937).] Las curvas cortadas son las mismas que las de la Fig. 13.9.

El tercer juego de curvas (líneas cortadas en las Figs. 13.9 y 13.10) se refieren a bandas de ruido, de 250 mel de ancho (ver Ap. 13.3), suministradas por auriculares. Los niveles de presión sonora fueron medidos inmediatamente debajo del acolchado del auricular que suministraba el estímulo. Estos contornos se asemejan mucho a los contornos de Churcher-King.

Las curvas de igual sonoridad son de especial importancia en el diseño de radiorreceptores. En las salas de concierto, la música se ejecuta por lo general a niveles bastante altos. En cambio, en el hogar, escuchamos a menudo la radio y las grabaciones a niveles muy bajos. En razón de que el oído discrimina en contra de los tonos de baja frecuencia cuando los niveles son bajos, como lo muestran las curvas de igual sonoridad, la música parece perder sus componentes bajos. A fin de producir la ilusión de que la música se está reproduciendo con el mismo contenido total que en la sala de origen, los proyectistas de los radiorreceptores y fonógrafos incluyen una red compensadora que modifica automáticamente la curva de respuesta del equipo de audio según el ajuste del control de volumen, de una manera opuesta a como el oído modifica su respuesta al variar el nivel sonoro.

Sonoridad. El concepto de nivel de sonoridad, que se acaba de exponer, es muy útil, pero no es suficiente. Los contornos de igual nivel de sonoridad de las Figs. 13.9 y 13.10 no permiten decidir *cuánto más sonoro* es un sonido que otro. Por ejemplo, es un sonido que tiene un nivel de sonoridad de 100 dB dos veces, tres veces, o cuatro veces más sonoro que uno que tiene un nivel de sonoridad de 80 dB? Para responder a esta cuestión se han hecho muchas mediciones con el objeto de determinar una escala de sonoridad. Pero definamos primero la sonoridad.

La sonoridad defínese como el atributo intensivo de una sensación auditiva que permite ordenar los sonidos en una escala que se extiende desde "suave" hasta "sonoro" (fuerte). La sonoridad es principalmente función de la presión sonora, pero depende también de la frecuencia y de la forma de onda. La unidad es el *son*. Por definición, un tono puro de 1.000 c/s, 40 dB por encima del umbral de un oyente normal, produce una sonoridad de 1 son. En las mediciones que han conducido al establecimiento de una escala de sonoridad, los sujetos alteraban a pedido, la sonoridad en factores de 2, 10, 0,5 y 0,1. A partir de la información así recogida, se dibujó una curva de sonoridad en función del nivel de sonoridad, como se ve en la Fig. 13.11.

Vemos en la Fig. 13.11 que, para mayores niveles de presión sonora, 10 dB de variación del nivel de sonoridad corresponden aproximadamente a la duplicación de la sonoridad en sones. A niveles más bajos, 10 dB corresponden a una variación de la sonoridad en el factor 3, aproximadamente. En los niveles extremadamente bajos, una variación del nivel de sonoridad de 10 dB corresponde a una variación de la sonoridad en un factor de casi 20 .

Esta curva ha sido revisada recientemente por varios experimentadores y hay buena evidencia en el sentido de que su pendiente debería ser menor. Está bien establecido, empero, que esta curva resulta útil para la determinación de los niveles de sonoridad de los sonidos complejos dados los niveles de sonoridad de sus componentes o el nivel espectral. Llamaremos, por lo tanto, la curva de la Fig. 13.11, *función de transferencia.*

Cálculo del nivel de sonoridad de una combinación de tonos puros. Las Figs. 13.9 a 13.11 nos proveen una información por medio de la cual es posible estimar el nivel de sonoridad de una combinación de tonos puros si se conoce el nivel de presión sonora de cada uno de ellos. El método es simple si los tonos están espaciados por lo menos 450 mel (ver la Fig. 13.8 para la relación entre frecuencia y altura en mel). Si las frecuencias difieren menos de 450 mel, deben sumarse sus intensidades compensadas y tratarse la suma como un tono puro único, como veremos a continuación[4].

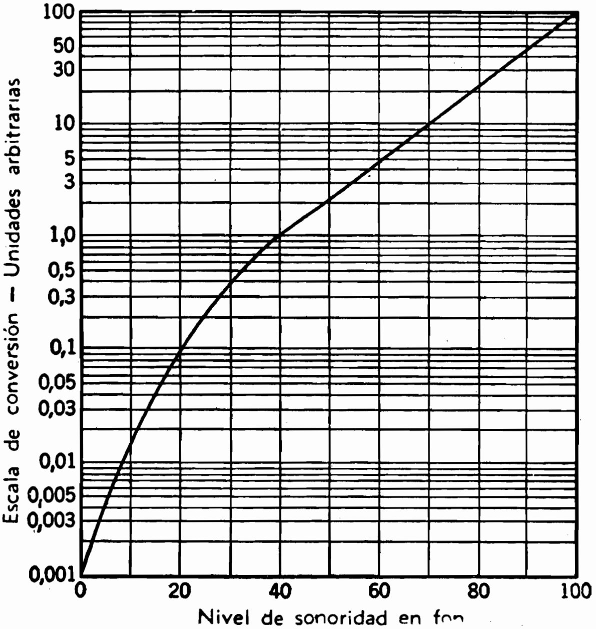


FIG. 13.11. Gráfica de la función de trasferencia (sonoridad en sones) en función de la sonoridad de fones. El nivel de sonoridad de un sonido en particular es igual al nivel de presión sonora de un tono de 1000 c/s que tiene la misma sonoridad que el sonido en cuestión. Se supone que los sonidos se presentan a un oído no cubierto. [*Según Fletcher and Munson, J. Acoust. Soc. Amer.*, 9: 1-10 (1937).]

Para una combinación de N tonos, se necesitan cinco pasos para el cálculo del nivel de sonoridad combinado.

1. Dividir los N tonos de acuerdo con la frecuencia de modo de

---

[4] L. L. Beranek, A. P. G. Peterson, J. L. Marshall, and A. L. Cudworth, Calculation and Measurement of the Loudness of Sounds, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 23: 261-269 (1951). Como puede verse en esta referencia, el cálculo de la sonoridad tiene sólo un significado limitado.

† Pueden usarse 8 bandas de octava en lugar de las 10 de la tabla 13.2.

formar de 7 a 10 grupos, cada uno de ellos preferiblemente con los límites de frecuencia indicados en la tabla 13.2, † y determinar el nivel de presión eficaz compensado de cada grupo. Por nivel de presión "compensado" entendemos que los tonos son todos convertidos a la frecuencia media de la banda con ayuda de los contornos de igual sonoridad. Supongamos que tenemos dos tonos de 100 y 200 c/s con niveles de presión sonora de 60 y 50 dB, respectivamente. Entonces, según la Fig. 13.9, vemos que el tono de 100 c/s y 60 dB es equivalente en sonoridad a un tono de 150 c/s y 55 dB, y que el tono de 200 c/s y 50 dB, a uno de 150 c/s y 55 dB. La combinación de los dos niveles de 55 dB sobre la base de la energía da un nivel de tono equivalente de 58 dB.

2. El nivel de sonoridad en fon de cada uno de los 10 grupos se determina según la Fig. 13.9.

3. Convertir cada uno de los niveles de sonoridad en fon en números de transferencia, con ayuda de la Fig. 13.11.

4. Sumar los 10 diferentes números de transferencia para obtener el número de transferencia total.

5. Convertir el número de transferencia total en el nivel de sonoridad deseado en fon con ayuda de la Fig. 13.11.

TABLA 13.2 Bandas de frecuencia de igual ancho (300 mel).

Banda N°	Límites de altura, mel	Altura media mel	Límites de frecuencia c/s	Frecuencia de altura media c/s
1	0- 300	150	20- 200	94
2	300- 600	450	200- 500	340
3	600- 900	750	500- 860	670
4	900-1200	1050	860-1330	1080
5	1200-1500	1350	1330-1900	1600
6	1500-1800	1650	1900-2570	2230
7	1800-2100	1950	2570-3450	2960
8	2100-2400	2250	3450-4660	4000
9	2400-2700	2550	4660-6300	5400
10	2700-3000	2850	6300-9000	7500

Supongamos, por ejemplo, que tenemos cuatro tonos en un campo libre, como sigue: un tono de 100 c/s y nivel de presión sonora de 47 dB; un tono de 180 c/s, y 35 dB; un tono de 600 c/s y 40 dB; y un tono de 3000 c/s y 30 dB. Estos tonos caen en tres bandas, teniendo la banda inferior un nivel de presión sonora compensado de 44 dB. En la Fig. 13.9 vemos que los niveles de sonoridad son, respectivamente, 20 fon, 38 fon y 33 fon. Los números de transferencia se obtienen de la Fig. 13.11 y son, respectivamente, 0,09, 0,95 y 0,55. Sumándolos, obtiénese el número de transferencia total de 1,59. Por la Fig. 13.11 vemos que este número corresponde a un nivel de sonoridad de 46 fon.

Cálculo del nivel de sonoridad de los ruidos de espectro continuo. El nivel de sonoridad de un espectro continuo puede calcularse de una manera similar a como se ha hecho en el apartado anterior. En este caso, se comienza por analizar el ruido en niveles de presión sonora por medio de una serie de filtros de bandas contiguas, tales como las 10 de la tabla 13.2. El nivel de cada banda se trata luego como si fuera un tono puro cuya frecuencia coincide con la de altura media de la banda. Se sigue luego el mismo procedimiento que para calcular el nivel de sonoridad de un grupo de tonos puros (pasos de 2 a 5 anteriores).

13.5. Sensibilidad diferencial a la presión sonora y la frecuencia. *Cambios mínimos perceptibles en el nivel de presión sonora.* Una persona es capaz de reconocer una variación de nivel de presión sonora de aproximadamente 1 dB para cualquier tono comprendido entre 50 y 10.000 c/s si el nivel original del tono es mayor que 50 dB, por encima del umbral correspondiente a ese tono. En condiciones ideales de laboratorio, con señales suministradas mediante auriculares, pueden reconocerse variaciones de hasta un mínimo de 0,3 dB en el centro de la gama. Para niveles de presión inferiores a 40 dB se requieren cambios de nivel de 1 a 3 dB para notar el cambio.

Variación perceptible mínima de la frecuencia. Para frecuencias superiores a 1.000 c/s y niveles de presión superiores a los 40 dB, la variación mínima perceptible de frecuencia es del orden de 0,3 por ciento.† A frecuencias inferiores a los 1.000 c/s, y para el mismo rango de niveles de presión, el oído puede notar una variación mínima de frecuencia de 3 c/s, aproximadamente. Con bajos niveles de presión y particularmente en las frecuencias bajas, el mínimo perceptible puede ser de varias veces los valores anteriores.

13.6. El caso de la fundamental perdida. La distorsión armónica producida en las frecuencias más bajas en un pequeño radiorreceptor puede tener efectos benéficos. A causa de que es imposible radiar un tanto por ciento razonable de la potencia disponible con un altavoz pequeño, en las frecuencias bajas, resulta a veces difícil comprender por qué algunos pequeños receptores y altavoces suenan tan bien. Una razón es que las notas más bajas son producidas fisiológica o psicológicamente a causa de la presencia de armónicas en la señal. La altura de una secuencia de frecuencia tales como 400, 600, y 800 c/s es aparentemente la de un tono de 200 c/s. Pero, si se agregan las frecuencias de 500 y 700 c/s, la altura cae a la de un tono de 100 c/s. La altura percibida de una combinación de tonos de igual espaciado en frecuencia, no es la de la frecuencia media de la combinación sino más bien la del tono de frecuencia igual a la diferencia constante.

Aun cuando se supriman todas las frecuencias de una composición musical por debajo de los, digamos, 300 c/s, la calidad de la música se conserva hasta un grado sorprendente. Esto ocurre aun sin distorsión introducida por el sistema, porque la música es en general rica en contenido armónico, pero es especialmente cierto si se introduce la cantidad conveniente de distorsión en las frecuencias bajas.

---

† Ver referencia 2, pp. 30-37.

13.7. Enmascaramiento. Plantéase al ingeniero acústico, a menudo, la cuestión: ¿Hasta qué punto debo reducir un tono para que resulte inaudible en presencia de ruido de fondo? En los automóviles, por ejemplo, el altavoz del receptor puede emitir un tono a la frecuencia del vibrador de la fuente de alimentación. Puede no ser económico eliminar por completo este tono, pero sí reducirlo hasta que se pierda en el ruido general que existe dentro del automóvil. Para establecer el nivel tolerable de semejantes tonos, debemos saber en qué medida un sonido puede ocultar, o *enmascarar*, otro.

Cuantitativamente, definimos un término, *enmascaramiento*, como el número de decibeles en que se eleva el umbral de audibilidad para un sonido en presencia de otro. Por ejemplo, supongamos que tenemos un tono cuya frecuencia es de 1.500 c/s. Supongamos que se lo pueda oír hasta que su nivel descienda hasta un mínimo de $+1$ db *re* 0,0002 microbar. Esto es, el umbral de audibilidad de este tono es de $+1$ dB. A continuación, produzcamos un segundo tono con una frecuencia de 1.200 c/s y un nivel, por ejemplo, de 80 dB. Encontramos que el primer tono no es audible a menos que su nivel se eleve aproximadamente 54 dB. Decimos entonces que el enmascaramiento del primer tono por el segundo es de 54 menos 1 dB, es decir, 53 dB.

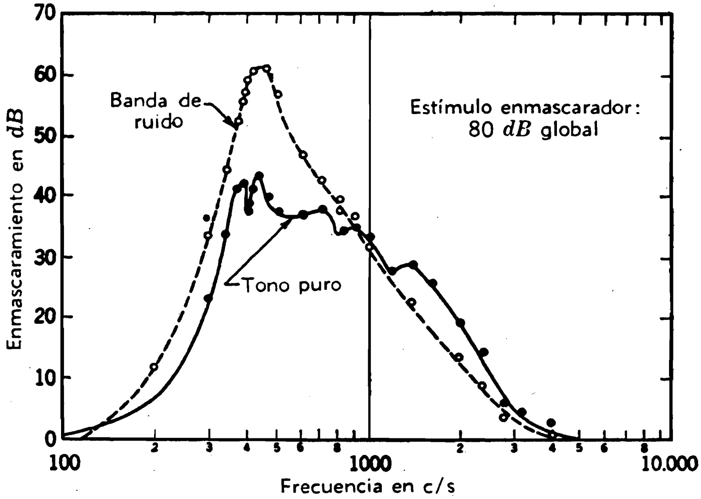


FIG. 13.12. Enmascaramiento producido por dos estímulos, un tono puro de 400 c/s y un ruido de banda angosta centrado en 410 c/s, en función de la frecuencia del tono enmascarado. [*Según Egan and Hake, J. Acoust. Soc. Amer.*, **22**: 622-630 (1950).]

El efecto de enmascaramiento es siempre mayor por arriba de la frecuencia del tono que por debajo. Por ejemplo, el enmascaramiento de un tono puro de frecuencia *f* producido por una banda estrecha de ruido o por un tono puro de 400 c/s con un nivel de presión sonora eficaz de 80 dB tiene los valores indicados en la Fig. 13.12. Hay batimientos perceptibles en el sonido escuchado cuando las frecuencias de los dos tonos se acercan la una a la otra.

Cuando el ruido tiene un espectro continuo sin crestas ni mínimos notables, el efecto de enmascaramiento sobre un tono puro puede ser determinado con ayuda de la Fig. 13.5. Para este caso sólo interesa el ruido comprendido dentro de una angosta banda de frecuencias a ambos lados del tono puro. En otros términos, entran en juego las propiedades de filtro del oído. Exploremos más detenidamente este hecho. Si el nivel del ruido se expresa en términos del *nivel espectral,* esto es, en términos de los niveles de presión sonora eficaces para bandas de 1 c/s de ancho, para que un tono puro sea audible debe tener un nivel que sea mayor que el nivel espectral del ruido en el número de dB indicado en la Fig. 13.5. Otra manera de expresar lo mismo es que el nivel del tono puro debe exceder ligeramente el nivel eficaz total del ruido dentro de un *ancho de banda crítico.* Los anchos de banda críticos están dados en la Fig. 13.5 en c/s y en dB $(10 \log_{10}\Delta f_c)$.

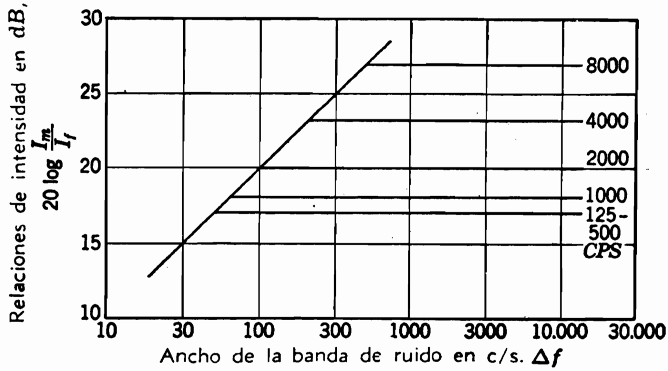


FIG. 13.13. Relación de intensidad del tono enmascarado I_m a la intensidad por c/s del ruido I_f en función del ancho de la banda de ruido Δf en c/s [*Según Fletcher, Revs. Modern Phys.,* 12: 47-65 (1940).]

El significado de los anchos de banda críticos puede ser aclarado por referencia a la Fig. 13.13. Supongamos un tono de cierta frecuencia y un ruido de espectro continuo plano que se extiende desde f_a a f_b c/s. Supongamos también que el ancho de banda de este ruido $f_b - f_a = \Delta f$ c/s puede ser variado dentro de un amplio rango centrado en la frecuencia del tono puro. Cuando el ancho de banda es cero, el enmascaramiento es, por supuesto, cero. A medida que aumenta el ancho de banda, el enmascaramiento *M,* en dB, va aumentando en proporción directa con el logaritmo del ancho de banda hasta alcanzar el valor crítico Δf_c. Por encima de este valor, el enmascaramiento no aumenta. Por lo tanto, si una persona está escuchando un tono puro en presencia de ruido de fondo, no se gana nada con el uso de filtros para eliminar el ruido de fondo, a menos que el ancho de banda sea *menor* que el ancho crítico.

PARTE XXXI. *Inteligibilidad de la palabra.*

El tema de la comunicación hablada es demasiado extenso para ser tratado en este volumen, pero expondremos algunos de los atributos más simples de las señales vocales y un método para la estimación de la inteligibilidad silábica. En las notas al pie se presentan algunas referencias útiles.[1, 3, 5-10]

13.8. Espectro de la palabra. La palabra es una sucesión de emisiones vocales que produce una onda cuya frecuencia y amplitud varían rápidamente en el tiempo. Hemos visto ya en la Parte XXVI (página 358) que la voz humana tiene en promedio, un espectro de potencia con una cresta (en los hombres) situada alrededor de los 500 c/s y un espectro (en bandas de octavas) que decae a partir de los 1.000 c/s a razón de unos 8 dB/octava. También hemos visto que la voz es direccional en las frecuencias altas.

Cada sílaba de la palabra dura alrededor de 1/8 de segundo y el intervalo entre sílabas es, en promedio, de alrededor de 0,1 segundo. Algunos sonidos, por ejemplo, las vocales, son producidos por las cuerdas vocales. Otros sonidos se originan en los ruidos del movimiento del aire a través de la boca y sobre la lengua y los labios. El espectro de frecuencias de cualquiera de estos dos tipos de sonido es conformado por las cavidades formadas por la garganta, la boca, los dientes y los labios.

Los sonidos correspondientes a las vocales no son tan críticos en lo que respecta a la inteligibilidad de la palabra como los de las consonantes. Es desafortunado que las consonantes sean tan débiles como para ser enmascaradas fácilmente por el ruido.

En algunos lenguajes, tal como el hebreo, no se escriben las vocales, sino sólo las consonantes.

Cuando el espectro vocal medio de período largo se representa en términos de su nivel espectral (presión sonora en bandas de 1 c/s) medido a 1 m de distancia frente al que habla, aparece como lo muestra la Fig. 13.14 en la curva "nivel medio de la palabra". Según los informes de French y Steinberg[7] y de Beranek[8] el rango dinámico útil de

---

[5] L. L. BERANEK, W. H. RADFORD, J. A. KESSLER, and J. B. WIESNER, Speech-reinforcement System Evaluation, *Proc. IRE,* **39**: 1401-1408 (1951).

[6] R. H. BOLT and A. D. MACDONALD, Theory of Speech Masking by Reverberation, *J. Acoust. Soc. Amer.,* **21**: 577-580 (1949).

[7] N. R. FRENCH and J. C. STEINBERG, Factors Governing the Intelligibility of Speech Sounds, *J. Acoust. Soc. Amer.,* **19**: 90-119 (1947).

[8] L. L. BERANEK, Design of Speech Communication Systems, *Proc. IRE,* **35**: 880-890 (1947).

[9] G. A. MILLER, "Language and Communication", McGraw-Hill Book Company, Inc., Nueva York, 1951.

[10] R. K. POTTER, G. A. KOPP and H. C. GREEN, "Visible Speech". D. Van Nostrand Company, Inc. Nueva York, 1947.

la palabra en cada banda de frecuencias parece ser del orden de los 30 dB. De esta cifra, las crestas eficaces están a alrededor de 12 dB por encima del nivel medio, mientras que las sílabas más débiles están unos 18 dB por debajo del nivel medio.

13.9. Estimación de la inteligibilidad de la palabra. En un intento de estimar la inteligibilidad de la palabra debemos considerar también las propiedades del mecanismo de la audición. Los ensayos de French y Steinberg[7] han demostrado que la escala de frecuencia adecuada como base para los cálculos es una casi proporcional a la escala de alturas discutida en la parte anterior. Debemos introducir también en los cálculos el umbral de audibilidad y el punto de "sobrecarga" del mecanismo auditivo medio. Por punto de sobrecarga entendemos el nivel para cada frecuencia por encima del cual el mecanismo de la audición parece no responder ya a los estímulos.

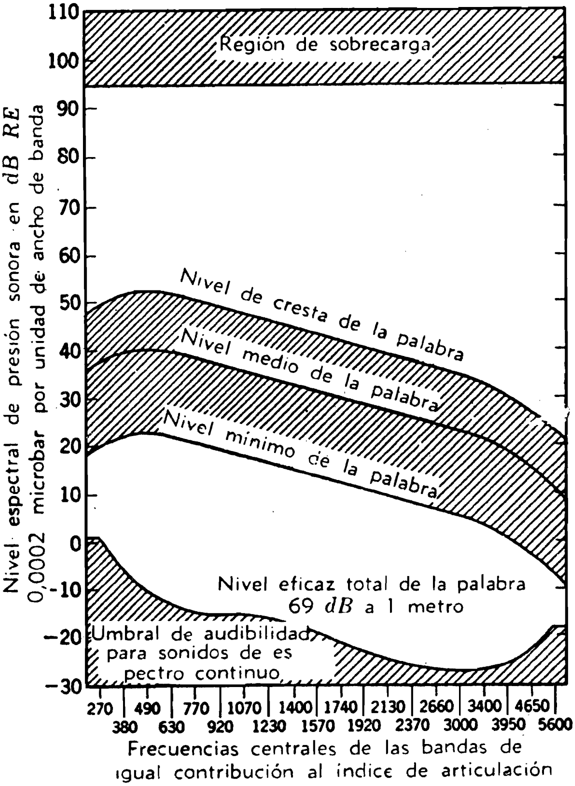


FIG. 13.14. Representación, a base de los niveles espectrales, de (1) el área vocal para un hombre hablando en *alta* voz; (2) la región de "sobrecarga" del oído en el escucha masculino medio; y (3) el umbral de audibilidad para oídos jóvenes. Todas las curvas se representan en función de la frecuencia referidas a una escala de frecuencias deformada [*Según Beranek, Proc. IRE,* **35**: 880-890 (1947).]

Índice de Articulación. Todos estos factores combínanse en el gráfico de la Fig. 13.14. La abscisa de este gráfico es la frecuencia en c/s, representada en la escala de índice de articulación determinada experimentalmente por French y Steinberg[7]. Sobre este gráfico se representan como *niveles espectrales* (ver Parte II) (1) el umbral de audibilidad para sonidos de espectro continuo; (2) los niveles de cresta, medio y mínimo de la palabra masculina "levantada" medida a una distancia de 1 m directamente enfrente del sujeto; y (3) el "nivel espectral de sobrecarga" del oído.

De acuerdo con los trabajos de French y Steinberg y de Beranek, si los niveles espectrales de la palabra en el oído del oyente son tales que están comprendidos en la región sombreada central de la Fig. 13.14 y por encima del ruido ambiente, pero por debajo de la línea de saturación, todas las sílabas de la palabra hablada serán audibles para el oyente y la inteligibilidad será casi perfecta. Esto corresponde a un índice de *articulación* del 100 por ciento.

En cambio, si el ruido cubre una parte de la región sombreada central, o si parte de esta región cae debajo del umbral de audibilidad o por encima del nivel de sobrecarga del mecanismo auditivo, el índice de articulación es menor que el 100 por ciento.

El índice de articulación en tanto por ciento defínese como la relación (multiplicada por 100) del área de la voz no cubierta por el área de inaudibilidad o la de sobrecarga al área central total de la voz, en la Fig. 13.14.

Procedimiento para el cálculo del índice de articulación. Para calcular la inteligibilidad de la palabra en una situación dada deben seguirse los siguientes pasos:

1. Determinar la *ganancia ortotelefónica* del sistema en función de la frecuencia. Defínese la ganancia ortotelefónica como

$$\text{Ganancia ortotelefónica} = 20 \log_{10} \frac{p_2}{p_1} \qquad (13.1)$$

donde p_1 = presión sonora media de período largo producida en el oído del oyente por un locutor varón medio a 1 m de distancia en una cámara anecoica, cuando el locutor habla en voz "alta" (6 dB por encima de la voz normal). Es ésta una condición de referencia.

p_2 = presión sonora media de período largo debida a la voz directa producida en el oído del oyente por el mismo sujeto hablando en voz alta pero en las condiciones reales de la comunicación. Esto es, p_2 incluye los efectos de la amplificación, la direccionalidad o enfoque, y las barreras que existan entre el locutor y el oyente, pero no los efectos del ruido, la reverberación o la distorsión. Para medir p_2 y p_1 debe usarse un filtro de banda angosta continuamente variable.

Las características de direccionalidad de los sistemas de refuerzo acústico o de una superficie reflectora que esté cerca del locutor se consideran como parte de la ganancia ortotelefónica. Por ejemplo, si una superficie reflectora refuerza el nivel de la palabra *directa* en 3 dB, ello equivale a agregar 3 dB al índice de directividad de la voz en sí. Hay, pues, un aumento de 3 dB de la ganancia ortotelefónica.

En el espacio libre (anecoico), la ganancia ortotelefónica se calcula con ayuda de la Fig. 13.15. Es decir, el nivel de la voz decrece uniformemente con la distancia a razón de 6 dB cada vez que se duplica esta última, de modo que la magnitud en que el área sombreada central de la Fig. 13.14 se desplaza hacia abajo o hacia arriba cuando el locutor y el oyente están en el espacio libre, está dada por la Fig. 13.15. También se incluye el efecto de la "fuerza" de la voz. Este ábaco es también válido para la *porción directa* de la palabra en un local reverberante, siempre que las reflexiones, provenientes de las superficies reflectoras, que se combinan dentro de 0,05 segundo con el sonido directo se traten como adicionales de la porción directa.

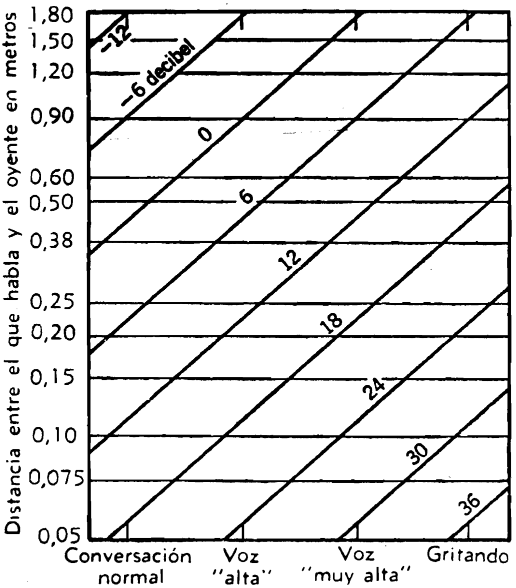


FIG. 13.15. Contornos para la correcta ubicación del área sombreada de índice de articulación de la Fig. 13.14. Este ábaco da la ganancia ortotelefónica para dos personas enfrentadas la una a la otra en el espacio libre. Toma también en cuenta el nivel de la voz. 0 dB corresponde al hablar en voz "alta" a una distancia de 1 m. En el espacio libre, la ganancia ortotelefónica es función de sólo la distancia y no de la frecuencia.

2. Desplazar la región sombreada central de la Fig. 13.14 hacia arriba o hacia abajo y cambiar su forma en función de la frecuencia por adición de la ganancia ortotelefónica (en dB). Si la persona está hablando en un nivel de voz distinto del indicado, la región sombreada debe desplazarse hacia arriba o hacia abajo en una magnitud adicional indicada en la tabla 13.3.

TABLA 13.3. Variaciones del nivel de presión sonora de la voz según las condiciones de la voz.

	Voz normal	Voz alta	Lo más fuerte posible sin forzar las cuerdas vocales	Gritando
Desplazamiento en dB	—6	0	+6	+12

3. Determinar el nivel espectral medio de período largo del ruido ambiente que llega al oído del oyente, en función de la frecuencia. Representar en la misma gráfica.

4. Considerar el sonido reverberante como ruido ambiental. Bolt y MacDonald [6] han obtenido datos que, modificados de modo de incluir el aumento del índice de directividad de la voz directa causada por la adición de un sistema sonoro o de una superficie reflectora, permiten superponer un espectro de "voz" reverberante al gráfico de la Fig. 13.14. La forma del espectro de voz reverberante en función de la frecuencia se determina de la manera siguiente:

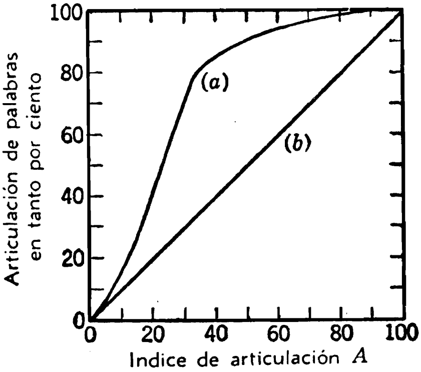


FIG. 13.16. Relación entre el índice de articulación y la articulación de palabra en tanto por ciento con listas de palabras fonéticamente equilibradas leídas por locutores experimentados (*a*) oyentes adiestrados familiarizados con el contenido de la lista de palabras, y (*b*) a oyentes no advertidos tomados de la población en general sin familiarización con la lista de palabras. Estas relaciones son sólo aproximadas y dependen de los oyentes, la lista de palabras y el locutor. (*Información no publicada del autor.*)

a. Determinar el tiempo de reverberación en segundos y la constante R del local, en metro cuadrado, para cada frecuencia.

b. Determinar el índice de directividad diferencial en cada frecuencia, definido como la diferencia entre el índice de directividad para la situación real y el índice de directividad para la voz sola †. Convertir a un factor de directividad (ver Ec. 4.19).

c. Usando el tiempo de reverberación, el factor de directividad diferencial Q, la constante del local R, y la distancia entre la fuente y el oyente r, determinar $10 \log_{10} (QR/r^2)$. Entrar luego en la tabla 13.4 para determinar para cada frecuencia el número de decibeles indicado.

d. Para obtener el espectro de voz reverberante, restar, en cada frecuencia, el número de decibeles N del borde superior de la región sombreada central de la Fig. 13.14. Con esto obtiénese una curva que se mueve hacia arriba o hacia abajo con la región sombreada central siempre que el índice de directividad y la distancia *r* se mantengan constantes.

---

† El índice de directividad de la voz sola se determina con ayuda de los diagramas de direccionalidad dados en la página 363.

Tabla 13.4. Tabla para calcular aproximadamente el efecto de la reverberación sobre la inteligibilidad de la palabra ‡.

Tiempo de reverberación en segundo	N Nivel de cresta de la voz directa menos nivel de voz reverberante, dB						
	10 log (QR/r^2)						
	0	5	10	15	20	25	30
0.5	15	20	25	30	35	40	45
1	10	15	20	25	30	35	40
2	5	10	15	20	25	30	35
3	3	8	13	18	23	28	33
4	1	6	11	16	21	26	31

‡ R' es la constante del local definida en la Parte XXIV, r es la distancia entre el oyente y la fuente y Q es el factor de directividad diferencial de la fuente.

5. El *índice de articulación* se determina hallando el tanto por ciento de la región central finalmente obtenida en la Fig. 13.14 que no está

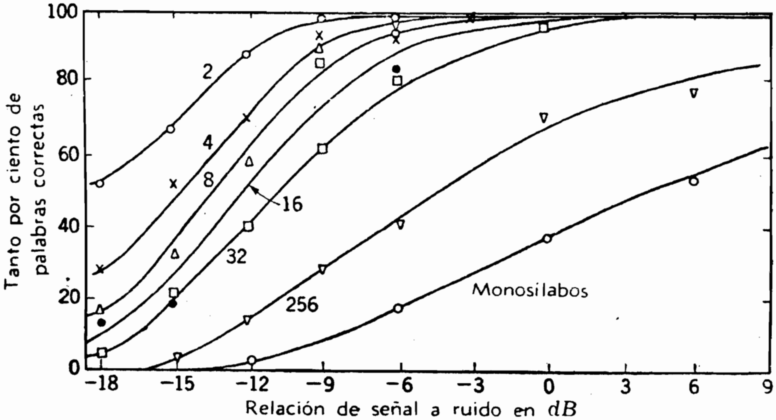


Fig. 13.17. Relación entre los resultados del ensayo de articulación y la diferencia de nivel entre la señal vocal y el ruido para listas de ensayo de diferentes extensiones. Los oyentes conocían el vocabulario de cada ensayo. [*Según Miller, Heise, and Lichten, J. Exptl. Psychol.*, **41**: 329-335 (1951).]

por debajo del nivel de ruido (o del umbral de audibilidad), ni por encima del umbral de sobrecarga (95 dB).

6. Estimar, por último, la articulación de la palabra con el gráfico de la Fig. 13.16.

13.10. Factores sicológicos y lingüísticos que afectan la inteligibilidad de las palabras sueltas y de las frases. La predicción de la inteligibilidad de las frases o las palabras sueltas es muy difícil porque depende de otros muchos factores aparte del nivel de ruido, el tiempo de reverberación y el nivel de la señal. En la Fig. 13.17 mostramos la relación que existe entre el tanto por ciento de palabras interpretadas correctamente y la relación de señal a ruido para listas de palabras que varían en extensión desde 2 palabras a 256 palabras, y para monosílabos. El oyente conocía el vocabulario y sólo tenía que elegir entre las palabras para dar la respuesta. En la Fig. 13.18 se muestra la mejora de la articulación a medida que aumenta el número de sonidos por palabra. Diferentes locutores y diferentes oyentes arrojan diferentes resultados, como puede apreciarse en las Figs. 13.19 y 13.20. El adiestramiento es también un factor importante en los resultados de los ensayos de articulación. Por ejemplo, en la Fig. 13.21 se muestra una curva de adiestramiento típica para un equipo de oyentes, con todos los demás factores, excepto el adiestramiento, mantenidos constantes.

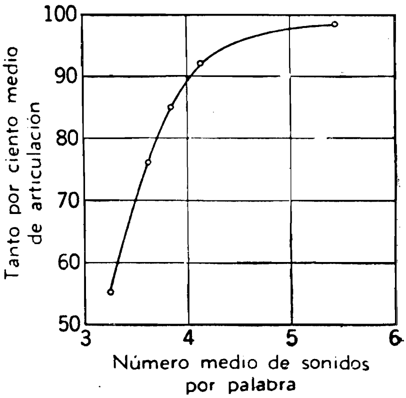


FIG. 13.18. Mejora de la articulación a medida que aumenta el número de sonidos por palabra. Cinco grupos de 20 palabras, con diferente número de sonidos por palabra, fueron leídos 20 veces a un grupo de oyentes. [*Según Egan, OSRD Rept.* 3802 (*nov.* 1 de 1944).]

Estos diversos factores revelan que los ensayos de inteligibilidad de la palabra deben ser emprendidos sólo después de un planeamiento cuidadoso y que debe considerarse en todo su valor el carácter estadístico de los resultados[11]. Los factores que se acaban de discutir indican que no es posible hacer una predicción absoluta de los resultados de los ensayos de articulación. No obstante, puede decirse que si el índice de articulación calculado excede del 60 por ciento, el sistema de comunicación hablada del caso es probablemente satisfactorio. Si el índice de articulación es menor que el 30 por ciento, el sistema es probablemente no satisfactorio. Entre el 30 y el 60 por ciento, el sistema debe ser considerado con prevención y deberían realizarse con él cuidadosos ensayos de articulación.

---

[11] L. L. BERANEK, "Acoustic Measurements", pp. 625-635, 761-792, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1949.

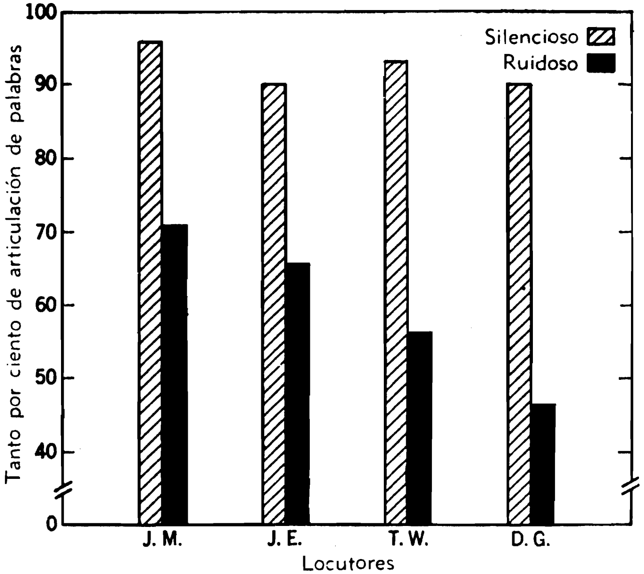


FIG. 13.19. Gráfica que muestra las diferencias en los resultados de los ensayos de articulación de palabras obtenidos con cuatro diferentes locutores. [*Según Egan, OSRD Rept.* 3802 (*nov.* 1 *de* 1944).]

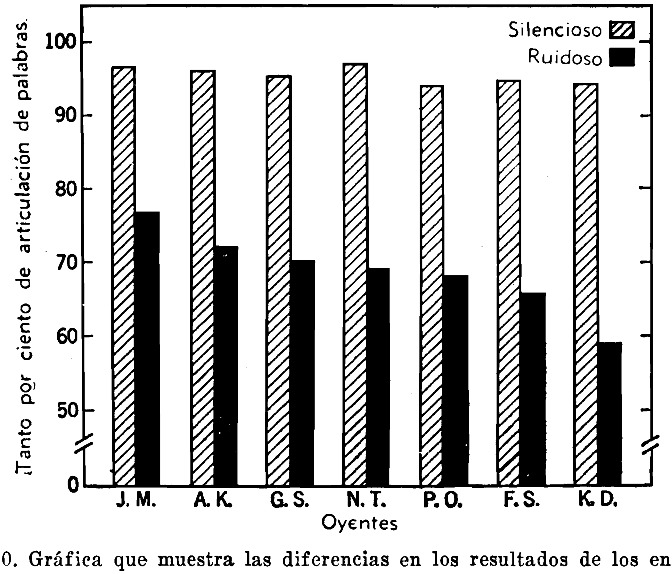


FIG. 13.20. Gráfica que muestra las diferencias en los resultados de los ensayos de articulación de palabra con un grupo típico de oyentes. [*Según Egan, OSRD Rept.* 3802 (*nov.* 1 *de* 1944).]

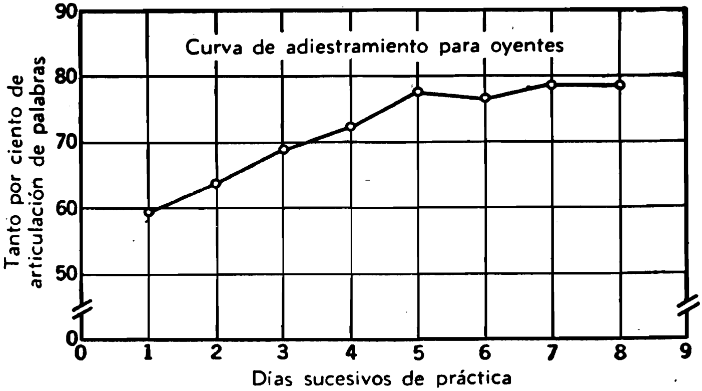


FIG. 13.21. Curva típica de adiestramiento obtenida con un grupo de oyentes con el mismo sistema de comunicación. Cada punto de la curva representa el resultado promedio de 12 ensayos con un grupo de 12 oyentes. Las palabras fueron leídas por el sistema intercomunicador por locutores bien adiestrados. [*Según Egan, OSRD Rept.* 3802 (*nov.* 1 *de* 1944).]

TABLA 13.5. Características de los auditoriums, voces y sistemas de refuerzo.

Frecuencia, c/s (1)	Tiempo de reverberación T, en segundo, con toda la audiencia (2)	Constante del local R, m² (3)	Crestas de la voz, voz "alta", a 1 m, dB (4)	Ganancia ortotelefónica a 18 m, dB (5)	Factor de directividad diferencial del sistema, Q (6)	Ruido ambiente en bandas de ¼ octava, dB, *re* 0,0002 microbar (7)
270	2,0	$2,5 \times 10^3$	50	—10	10	42
380	1,8	2,8	51	— 2	16	36
490	1,6	3,1	52	0	20	36
630	1,5	3,3	52	2	20	33
770	1,4	3,6	51	3	20	33
920	1,3	3,8	50	3	20	32
1070	1,2	4,2	48	2	20	30
1230	1,2	4,2	47	3	20	29
1400	1,2	4,2	45	4	20	26
1570	1,1	4,6	44	5	20	25
1740	1,1	4,6	42	7	20	24
1920	1,1	4,6	41	6	20	24
2130	1,1	4,6	40	6	20	24
2370	1,1	4,6	38	5	20	24
2660	1,0	5,0	37	3	20	24
3000	1,0	5,0	36	2	20	24
3400	1,0	5,0	34	0	20	24
3950	1,0	5,0	31	— 2	20	24
4650	1,0	5,0	27	— 5	20	25
5600	1,0	5,0	22	—10	20	26

TABLA 13.6. Cálculo del índice de articulación.

Frecuencia, c/s (1)	Crestas de la voz más la ganancia ortotelefónica dB (2)	Nivel espectral del ruido ambiente, dB (3)	$\frac{QR}{r^2}$ (4)	10 log $\frac{QR}{r^2}$, dB (5)	N, dB (6)	Espectro de la voz reverberante, dB (7)	Suma de energía de las Cols. (3) y (7) (8)	Indice de articulación, Col. (2) menos Col. (8) dividido por 600 (9)
270	40	24	70	18	23	17	24	0,027
380	49	17	125	21	26	23	26	0,038
490	52	16	172	22	30	22	23	0,048
630	54	12	183	23	31	23	23	0,05
770	54	11	200	23	31	23	23	0,05
920	53	9	210	23	32	21	21	0,05
1070	50	6	232	24	33	17	17	0,05
1230	50	5	232	24	33	17	17	0,05
1400	49	1	232	24	33	16	16	0,05
1570	49	0	255	24	34	15	15	0,05
1740	48	—2	255	24	34	14	14	0,05
1920	47	—2	255	24	34	13	13	0,05
2130	46	—3	255	24	34	12	12	0,05
2370	43	—3	255	24	34	9	9	0,05
2660	40	—4	280	24	34	6	6	0,05
3000	38	—4	280	24	34	4	5	0,05
3400	34	—5	280	24	34	0	1	0,05
3950	29	—5	280	24	34	—5	—2	0,05
4650	22	—4	280	24	34	—12	—3	0,042
5600	12	—4	280	24	34	—22	—4	0,027
								0,932

Ejemplo. Se quiere usar un sistema de refuerzo acústico en un auditorium. Las características del auditorium, la voz y el sistema de refuerzo acústico, están tabulados en la tabla 13.5. Calcular el índice de articulación en un asiento a 18 m del locutor suponiendo que se habla en voz alta. Considere la conveniencia del sistema. El volumen del auditorium es de 28.000 m³ y tiene 4.000 asientos.

Solución. Siguiendo el procedimiento expuesto en el Ap. 13.9, sumamos primero la ganancia ortotelefónica a los niveles de cresta de la palabra. Los resultados se dan en la Col. (2) de la tabla 13.6 y equivalen a desplazar hacia arriba y deformar la forma de la región sombreada central de la Fig. 13.14. A continuación, el espectro de ruido ambiente, dado en bandas de 1/3 de octava, se convierte en niveles espectrales restando 10 veces el logaritmo del ancho de banda de cada número (ver Col. 3). Se determina luego $10 \log_{10} (QR/r^2)$ (Cols. 4 y 5). Se entra en la tabla 13.4 para obtener N, y se resta este número de decibeles de los valores de la columna 2. Se obtiene así la columna 7.

Debemos sumar, en energía, las cifras que aparecen en las columnas 3 y 7, por cuanto estas dos columnas nos dan la energía del ruido total interferente. El resultado se anota en la Col. 8. Para obtener el índice de articulación para cada banda, restamos la columna 8 de la columna 2 (tomando todas las diferencias mayores que 30 dB como 30 dB), y dividimos por 20 × 30, dado que hay 20 bandas y que cada banda tiene una contribución máxima de 30 dB. Los resultados se dan en la columna 9. El índice total de articulación es la suma de las cifras de la columna 9, esto es, 0,93. La inteligibilidad de la palabra en tanto por ciento, según la Fig. 13.16, es casi 100 por ciento para oyentes adiestrados y de 90 por ciento para oyentes desprevenidos. Estos resultados son válidos para las personas sentadas a 18 m del locutor. Más cerca, el índice de articulación es mayor, y, más lejos, menor.

Este sistema debe resultar perfectamente satisfactorio con la sala llena. Cuando la sala está vacía, empero, el tiempo de reverberación de este auditorio es unos 2 segundos mayor, de modo que N en la columna 6 de la tabla 13.6 es de cerca de 13 dB menos (a causa de la variación simultánea de T y R) con lo que las cifras de la columna 7 aumentan en 13 dB. Esto hará que los niveles de voz reverberante sean casi iguales a los niveles espectrales del ruido ambiente, de modo que el índice de articulación caerá aproximadamente a 0,65. Aunque la inteligibilidad estimada de palabras a 18 m será todavía pasable, el índice de articulación para los asientos que están a más de 18 m se reducirá, porque el número N disminuye en 6 dB cada vez que se duplica la distancia. Por ejemplo, a 54 m (al fondo de la sala), sin público, N vale alrededor de 23 dB menos que en la columna 6, lo que da un índice de articulación de alrededor de 0,44. Esto corresponde a una inteligibilidad de palabras estimada de 86 por ciento para oyentes adiestrados y de 45 por ciento para los no adiestrados, lo que difícilmente puede ser satisfactorio.

PARTE XXXII. *Criterios sicoacústicos.*

La mayoría de los diseños acústicos tienen por finalidad la de satisfacer alguna necesidad humana. El altavoz y el micrófono se diseñan para hacer la música agradable o la voz inteligible para los seres humanos. El control de ruido tiene por objeto el bienestar del individuo. Diseñamos acústicamente nuestros auditoriums, aulas y edificios públicos y privados con el objeto de satisfacer las necesidades auditivas de la gente.

En esta parte presentamos los criterios acústicos de diseño de más amplia utilización en la actualidad [12]. Al aplicar estos criterios, el estudiante debe tener presente que hasta el año 1945 los únicos criterios públicamente conocidos eran los referentes a los tiempos óptimos de reverberación y a las curvas de respuesta de los sistemas de reproducción de la música. Las curvas de criterio que aquí damos referentes a los posibles daños al sentido del oído, la interferencia vocal, y los niveles de ruido residencial, son de desarrollo reciente. Por lo tanto, es de esperar que esta rama del conocimiento se halle todavía en un estado de fluidez y que el lector deba consultar la literatura corriente si se desea mantener al día.

13.11. Niveles capaces de dañar el oído [2, 13, 14]. Una consideración importante en la mayoría de las industrias es la que los niveles de ruido en los espacios de fábrica deben mantenerse lo suficientemente bajos como para no dañar el oído de los empleados que están expuestos al ruido durante períodos de tiempo largos. Se han establecido algunos criterios de tentativa al respecto, basados en el análisis de la información disponible sobre el tema. En pocas palabras, este criterio dice que, en la banda de las frecuencias superiores a los 300 c/s, los niveles sonoros en una banda crítica cualquiera no deben exceder de aproximadamente 85 dB *re* 0,0002 microbar[13]. Por debajo de los 300 c/s se dispone de muy pocos datos, de modo que sólo pueden hacerse algunas estimaciones de tentativa[12]. Estos niveles estimados de tonos puros o de bandas críticas de ruidos continuos para seguridad contra el daño del sentido del oído están representados en función de la frecuencia en la segunda columna de la tabla 13.7.

---

[12] L. L. BERANEK, ''Noise Control in Office and Factory Spaces'', *Trans. Bull. 18, 15th Ann. Meeting Chem. Engs. Conf.*, pp. 26-33 (1950).

TABLA 13.7. Criterio para el riesgo de daños †.

Frecuencia, c/s	Niveles de tono puro o niveles de banda crítica para los ruidos continuos, dB	Bandas de octava, c/s	Niveles de bandas de octava de ruido continuo, dB	Bandas de media octava, c/s ‡	Niveles de bandas de media octava de ruido continuo, dB	Bandas de tercio de octava, c/s ‡	Niveles de banda de tercio de octava de ruido continuo, dB
50	110	37,5– 75	110	37,5– 53	108	45– 57	107
100	95	75– 150	102	75– 106	100	90– 114	99
200	88	150– 300	97	150– 212	94	180– 228	93
400	85	300– 600	95	300– 425	91	360– 456	90
800	84	600–1200	95	600– 850	91	720– 912	90
1600	83	1200–2400	95	1200–1700	91	1440–1824	90
3200	82	2400–4800	95	2400–3400	91	2880–3648	90
6400	81	4800–9600	95	4800–6800	91	5760–7296	90

† Criterios de tentativas para riesgo despreciable de daño al oído. No deben excederse los niveles indicados en dB para tener una seguridad razonable contra el daño permanente. Unidad: dB *re* 0,0002 microbar.

‡ Se enumeran aquí sólo parte de las bandas por economía de espacio.

Esta tabla es válida para largos períodos (años) de exposición. Las cifras no deben tomarse demasiado al pie de la letra. Cifras menores en 10 dB son completamente seguras; cifras 10 dB mayores que las indicadas, producirán pérdidas auditivas importantes. Estos niveles son aplicables a ruidos de carácter razonablemente continuos en el tiempo, sin crestas sustanciales de energía.

Una manera muy común de medir el ruido se basa en el empleo de un juego de filtros de onda que dividen la escala de frecuencias en 8, 16 ó 24 regiones, cada una de ellas de aproximadamente una octava, media octava o un tercio de octava, respectivamente, de ancho. Al medir niveles de ruido de espectro continuo con estos filtros, los niveles en cada banda de octava superarán a los valores de la columna 2 de la tabla 13.7 en el número de dB aproximado que da la fórmula

---

[13] K. D. KRYTER, The Effects of Noise on Man, *J. Speech Hearing Disorders, Mon. Suppl.* 1 (setiembre de 1950).

[14] *Proc. 2d and 3rd Ann. Natl. Noise Abatement Symposia,* 2 (1951), 3 (1952), National Noise Abatement Council, Nueva York.

Número de dB adicionales usando un filtro de banda ancha en comparación con los obtenidos con un filtro de banda crítica $= 10 \log_{10} N$ (13.2)

donde N es el número de bandas críticas contenidas en la banda ancha considerada.

La aplicación de la Ec. (13.2) a las bandas de frecuencias de la tabla 13.7 da aproximadamente los niveles indicados. Por ejemplo, en la banda de 1200 a 2400 c/s, con audición a dos oídos, hay comprendidas aproximadamente 16 bandas críticas. Según la Ec. (13.2) tenemos $10 \log_{10} 16 \doteq 12$ dB. Este número, sumado a los 83 dB de la columna 2, da 95 dB.

Las cifras de la tabla 13.7 tienen por significado el de que si todos los niveles de ruido están por debajo de los indicados en *todas* las bandas de frecuencia, digamos, en 5 dB, hay muy poca probabilidad de que el personal afectado por el ruido sufra pérdidas auditivas permanentes *debidas al ruido* aun cuando se halle expuesto al ruido durante 8 horas diarias, 50 semanas al año, y por períodos de hasta 5 años. Los datos disponibles para establecer este criterio no incluían casos de exposición mayor que 5 años. Si, en cambio, el nivel de ruido en *cualquiera* de las bandas excede la cifra dada en la tabla para esa banda, digamos en 5 dB, hay mucha probabilidad de que *algunas* de las personas expuestas sufra una pérdida auditiva permanente debida al ruido si trabaja en esas condiciones más de un año.

Se sabe que el hombre recupera a menudo una parte sustancial de su pérdida auditiva después de un largo descanso. La magnitud del daño auditivo debería probablemente ser juzgado sólo después que el individuo afectado haya tenido un período de descanso de alrededor de una semana y estabilizado así su umbral de audibilidad.

Por otra parte, hay muchas variaciones entre personas, y algunas personas se vuelven sordas aun haciendo trabajos normales al aire libre (tal como jardinería) debido a la edad, enfermedades, u otras causas. Más aún, la sordera, como la muerte, es una cuestión estadística, y cualquier criterio puede fallar si se lo aplica a un número limitado de individuos. Las cifras de la tabla 13.7 deben pues ser contempladas como cifras razonables para su aplicación al diseño acústico.

Los empleadores harían bien en establecer un programa conveniente para verificar la capacidad auditiva de sus empleados en el momento de tomarlos y para comprobar su estado auditivo a intervalos frecuentes si hay ruido sustancial en la fábrica, aunque este ruido esté por debajo de las cifras indicadas en la tabla 13.7 en todas las bandas de frecuencia.

13.12. Niveles de interferencia a la palabra. En la parte anterior hemos discutido los factores que afectan la inteligibilidad de la palabra. Hemos dicho que la energía vocal contenida en el espectro por debajo de los 200 c/s no contribuye prácticamente para nada a la inteligibilidad de la palabra. También hemos visto que si la escala de frecuencias se divide adecuadamente en bandas de igual contribución al índice de articulación, se puede determinar el efecto del ruido sobre la inteligibilidad de la palabra hallando la diferencia media entre los niveles de cresta (en dB) de la palabra y los niveles medios eficaces de ruido en las mismas bandas y dividiendo este promedio por 30. Para ilustrar esta diferencia media, supongamos que los niveles de cresta de la palabra son de 80, 75, 70, y 65 en cuatro bandas y que los niveles de ruido son de 60, 55, 50, y 45 dB, respectivamente, en las mismas cuatro bandas. La diferencia media es entonces de 20 dB, y el índice de articulación para estas bandas es de $20/30 = 0{,}67$. Pero toda diferencia mayor que 30 dB se toma como de 30 dB.

La Fig. 13.14 muestra que si deseamos dividir la escala de frecuencias en *tres* bandas de igual contribución a la inteligibilidad, usando un equipo analizador disponible, las bandas serían las de 300 a 1200 c/s, de 1200 a 2400 c/s, y de 2400 a 4800 c/s. No obstante, dado que la escala de frecuencias de índice de articulación es más aproximadamente lineal que logarítmica por debajo de los 1000 c/s (ver Fig. 13.14), no es correcto un promedio de intensidad en la banda de 300 a 1200 c/s. Por otra parte, los analizadores corrientes incluyen las bandas de 300 a 600, 600 a 1200, 1200 a 2400 y 2400 a 4800 c/s.

Con una aproximación suficiente, podemos, si el nivel en la banda de 300 a 600 c/s no está a más de 10 dB por encima del de la banda de 600 a 1200 c/s, usar la banda de 600 a 1200 c/s como primera banda y definir entonces el *nivel de interferencia a la palabra como el promedio aritmético de los niveles de presión sonora en las tres bandas de* 600-1200, 1200-2400 y 2400-4800 c/s[15, 16]. Empero, si los niveles en la banda de 300-600 c/s exceden en más de 10 dB los de la banda de 600-1200 c/s, debe usarse el promedio de las *cuatro bandas* de octava entre 300 y 4800 c/s.

Debe insistirse en que el nivel de interferencia a la palabra debido a un ruido en una condición peculiar no dice nada acerca de la inteligibilidad de la palabra para el oyente por cuanto no describe el nivel de la palabra en sí. Si se conocen también las crestas de la palabra en esa situación, puede hacerse una estimación del índice de articulación mediante el siguiente procedimiento:

1. Usando la escala "lenta" (circuito muy amortiguado) del analizador de octavas, determinar los niveles de presión sonora medios de período largo (eficaces) del ruido en las bandas de 600-1200, 1200-2400, y 2400-4800 c/s. Tomar el promedio aritmético de los niveles de ruido en estas tres bandas. Este promedio es el nivel de interferencia a la palabra.

2. Usando la escala "rápida" del analizador de octavas, determinar las crestas de los niveles de presión sonora de la palabra en las bandas de 600-1200, 1200-2400, y 2400-4800 c/s. Los niveles de ruido deben ser

---

[15] L. L. **Beranek**, Airplane Quieting II — Specification of Acceptable Noise Levels, *Trans. ASME*, 67: 97-100 (1947).

[16] L. L. **Beranek** and H. W. **Rudmose**, Sound Control in Airplanes, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **19**: 357-364 (1947).

lo suficientemente bajos como para no contribuir a las lecturas de cresta, o bien debe recurrirse a algún medio para separar las dos señales — por ejemplo parar el sistema de aire acondicionado (en su caso), o hacer la segunda medición cuando el nivel de ruido de fondo se ha reducido. Hallar el promedio aritmético de estos niveles de cresta.

El medidor de nivel sonoro no responde lo suficiente rápidamente como para indicar los verdaderos niveles de cresta (dentro de 1 dB), de modo que hay que agregar unos 4 dB a la cifra recién determinada. Con esto se obtiene el nivel promedio de cresta corregido.

3. La diferencia entre el nivel de cresta promedio corregido de la palabra y el nivel de interferencia a la palabra da un número que dividido por 30 corresponde aproximadamente al índice de articulación. Para un cálculo más preciso debe recurrirse al procedimiento detallado expuesto en la parte anterior.

Si dos personas están la una frente a la otra en un campo de ruido, los niveles máximos de interferencia que permiten una comunicación justamente confiable a varios niveles de voz y a diversas distancias son los indicados en la tabla 13.8. Al preparar esta tabla, se han supuesto voces masculinas medias y buena audición, y, además, material hablado imprevisto. Si el vocabulario es limitado o sólo se pronuncian sentencias simples, los niveles de interferencia pueden aumentarse en unos 5 dB. Si es una mujer la que habla, los niveles admisibles deben disminuirse en unos 5 dB. Se supone que no hay superficies reflectoras.

TABLA 13.8. Niveles de interferencia a la palabra (en dB *re* 0,0002 microbar) que permiten apenas una inteligibilidad confiable a las distancias y niveles de voz indicados. Se supone que no hay superficies reflectoras que ayuden a la palabra directa †.

Distancia, m	Nivel de voz (masculina media)			
	Normal	Alta	Muy alta	Gritando
0,15	71	77	83	89
0,30	65	71	77	83
0,60	59	65	71	77
0,90	55	61	67	73
1,20	53	59	65	71
1,50	51	57	63	69
1,80	49	55	61	67
3,60	43	49	55	61

† Según L. L. BERANEK, referencia 15.

13.13. Criterios para áreas residenciales. La administración de las fábricas situadas cerca de las áreas residenciales necesita a menudo considerar los ruidos producidos por sus instalaciones. Aunque este problema ha existido siempre, el advenimiento de los aviones a chorro ha traído a un primer plano la cuestión del ruido en la vecindad. Varios grupos de investigadores acústicos han desempeñado recientemente un papel muy importante en el establecimiento de estos criterios, pero, según ya se ha dicho, es probable que las cifras tengan que ser revisadas a medida que se va acumulando mayor experiencia sobre este problema †.

Para establecer un criterio para una vecindad dada, se utilizan las curvas de las Figs. 13.22 y 13.23, y la tabla 13.9. [2] Hay que decidir en primer término qué respuesta de la vecindad desea obtenerse, es decir, ninguna incomodidad, pequeña incomodidad, quejas moderadas, quejas serias, amenaza de acción legal, o acción legal vigorosa. Se entra así en la Fig. 13.22 y se elige la letra de clasificación que corresponde a la respuesta deseada (A a I). Por ejemplo, supongamos que no se desea queja alguna. La clasificación de ruido correspondiente es entonces A.

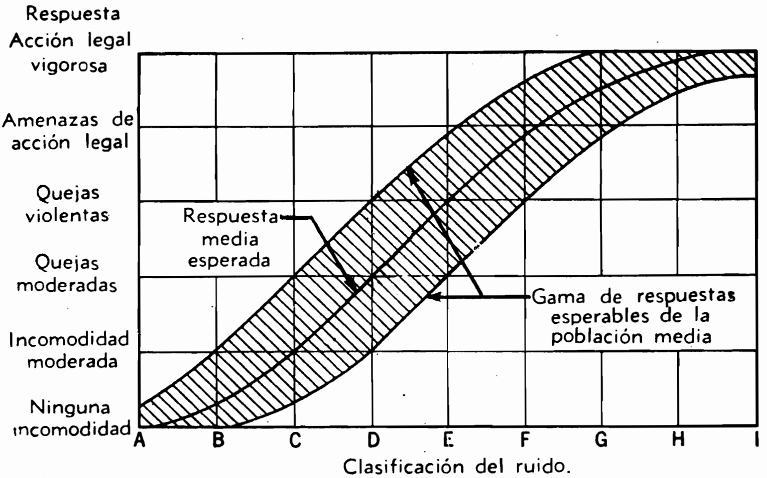


FIG. 13.22. Relación entre la respuesta de los vecinos y la calificación del ruido que causa la respuesta. (*Según Rosenblith and Stevens, Handbook of Acoustic Noise Control, Vol. II, Noise and Man.*)

Usamos luego la tabla 13.9 para corregir la clasificación de la manera indicada en ella. Por ejemplo, supongamos que se trata de un ruido de espectro continuo (0); un ruido impulsivo tal como el correspondiente a una forjadora (+1); 10 a 60 exposiciones por hora (—1); una vecindad urbana cerca de alguna fábrica (—2); horas diurnas solamente (—1); considerable exposición previa (—1). Esta combinación da en total —4. La clasificación correcta para esta vecindad y este tipo de ruido es 4 letras menos severa que A, esto es, E.

El criterio de ruido de vecindad se halla, con ayuda de la Fig. 13.23, a partir de la clasificación de ruido recién determinada. Por ejemplo, para la clasificación *E*, el nivel de ruido de vecindad en cada banda de octava no debe hallarse por encima de la curva trazada por arriba de *E* en la Fig. 13.23. Si se desea un factor adicional de seguridad, esos niveles no deben quedar por encima de la curva trazada debajo de *E* en la misma figura.

---

† Los grupos de investigadores que han trabajado para el desarrollo de este criterio incluyen la Armour Research Foundation, Technology Center, Chicago, Ill.; Bolt Beranek and Newman, Consultants in Acoustics, Cambridge, Mass.; y Acoustical Research Group, General Engineering Labs., General Electric Co., Schenectady, N. Y.

En los casos en que se conoce el espectro de ruido y se desea conocer

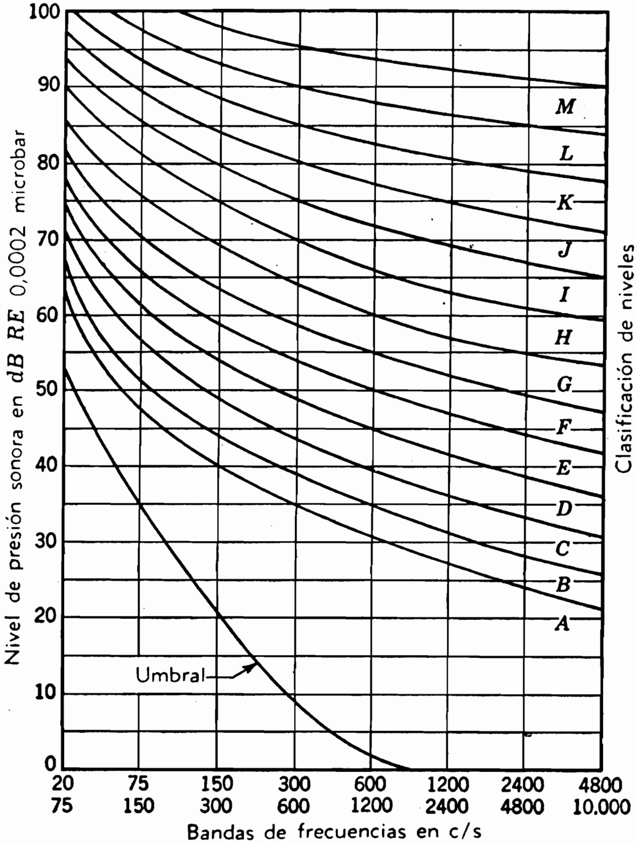


FIG. 13.23. Relación entre el espectro de bandas de octava y la clasificación de ruido de vecindad. La clasificación de nivel para el ruido total es igual a la clasificación más alta obtenida en cualquiera de las bandas. (*Según Rosenblith and Stevens, "Handbook of Acoustic Noise Control", Vol.* II, *Noise and Man, WADC Tech. Rept.*, 52-204.)

la clasificación, debe invertirse el procedimiento anterior. El espectro de ruido de bandas de octava se superpone a la Fig. 13.23. La clasificación del ruido está dada por el área más alta en la que penetra el espectro en una banda cualquiera. Este procedimiento implica que el nivel de ruido en una banda única puede determinar unívocamente la clasificación del ruido.

Se utiliza luego la tabla 13.9 para obtener el número de corrección que debe aplicarse a la clasificación de nivel para obtener así la clasificación de ruido. Finalmente, por medio de la Fig. 13.22, determínase la probable reacción del vecindario.

TABLA 13.9. Lista de números de corrección que deben aplicarse a la clasificación de nivel para obtener la clasificación del ruido.

Factor	Condiciones posibles	Nº de corrección
Carácter del espectro	Continuo	0
	Componentes de tonos puros	+1
Factor de cresta	Continuo	0
	Impulsivo	+1
Carácter repetitivo (exposiciones supuestas de 20 a 30 segundo)	Una exposición por minuto (o continuo)	0
	10-60 exp. por hora	—1
	1-10 exp. por hora	—2
	4-20 exp. por día	—3
	1-4 exp. por día	—4
	1 exp. por día	—5
Ruido de fondo	Suburbio muy silencioso	+1
	Suburbio	0
	Urbano residencial	—1
	Urbano cerca de una fábrica	—2
	Area de industria pesada	—3
Hora del día	Horas diurnas solamente	—1
	Horas nocturnas	0
Ajuste a la exposición	Sin exposición previa	0
	Exposición previa considerable	—1
	Condiciones extremas de exposición previa	—2

Los ruidos producidos en los dormitorios de las casas o departamentos debidos a fuentes situadas en el mismo edificio deben estar en todas las bandas de frecuencia unos 5 dB por debajo de la curva inferior de la correspondiente región de la Fig. 13.23.

13.14. Criterios para espacios de oficina. En los espacios de oficina, la razón principal del control de ruido es la comunicación hablada satisfactoria. En un relevamiento de condiciones de ruido realizado en una compañía metalúrgica, una compañía de industria radioeléctrica, y en una institución educacional, se halló que cuando se pidió a los empleados de oficina que clasificaran los ruidos en una escala que iba desde "muy silencioso" hasta "intolerablemente fuerte", lo hicieron en proporción muy aproximada a los niveles de interferencia a la palabra. También se encontró que la clasificación dependía de la función del espacio de oficina, por ejemplo, oficina privada, oficina de secretariado, etc. Estos resultados están ilustrados en la Fig. 13.24[17]. Las clasificaciones de ruido aparecen en la escala vertical, los niveles de interferencia a la palabra en la escala horizontal, y la satisfactoriedad del uso del teléfono en la escala horizontal superior.

---

[17] L. L. BERANEK and R. B. NEWMAN, Rating of Noises in Rooms, presentado en una reunión de la Acoustical Society of America, Pennsylvania State College, junio de 1959.

Según los empleados, el punto *A* corresponde a voz normal a unos 3 m de distancia y el punto *B*, a voz apenas levantada a 1 m de distancia. La comparación de estas declaraciones con las cifras dadas en la tabla 13.8 muestra que los empleados desean niveles de interferencia a la palabra unos 6 dB más bajos que los que indica la tabla. La tabla 13.8 es aplicable a la voz masculina media. Las voces femeninas son varios dB más bajas, y, además, la dispersión de las voces masculinas respecto del promedio es de unos ± 8 dB, lo que puede explicar la diferencia anotada.

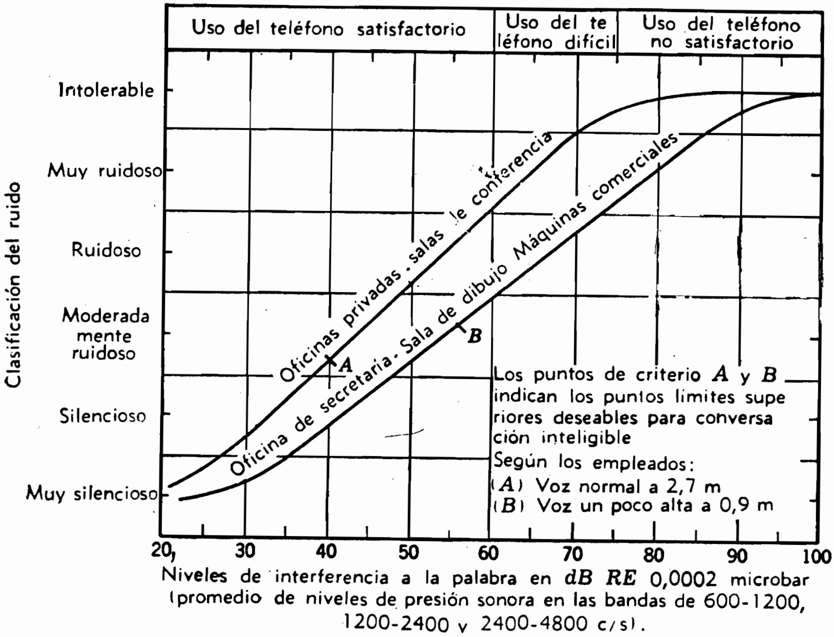


FIG. 13.24. Escala de clasificación de ruidos en espacios de oficina en función de los niveles de interferencia a la palabra. (*Según Beranek and Newman, Rating of Noises in Rooms, presentado en una reunión de la Acoustical Society of América, Pennsylvania State College, junio de 1950.*)

La escala de clasificación para la conversación telefónica que aparece en la parte superior de la Fig. 13.24 se basa en llamadas interurbanas con un aparato telefónico corriente (no de último modelo). Para llamadas que involucran una sola central telefónica moderna, los niveles de interferencia admisibles son unos 5 dB más altos que los indicados. Con los aparatos más modernos, las condiciones interurbanas son similares a las de una sola central.

13.15. Criterios para auditoriums. *Tiempo de reverberación en función del volumen y la frecuencia.* Tradicionalmente, el criterio para el diseño de salas y auditoriums ha sido el tiempo de reverberación T, definido en la página 324. Se basa en los juicios de la audiencia sobre la calidad acústica de las salas y auditoriums existentes.

En la Fig. 13.25 se presenta un resumen razonable de los tiempos de reverberación corrientemente aceptados como óptimos. Estos valores se usan por lo general para frecuencias de 500 c/s. El tiempo óptimo de reverberación para otras frecuencias referido al correspondiente a 500 c/s está indicado en la Fig. 13.26. Se dan dos curvas, una para palabra y otra para música.

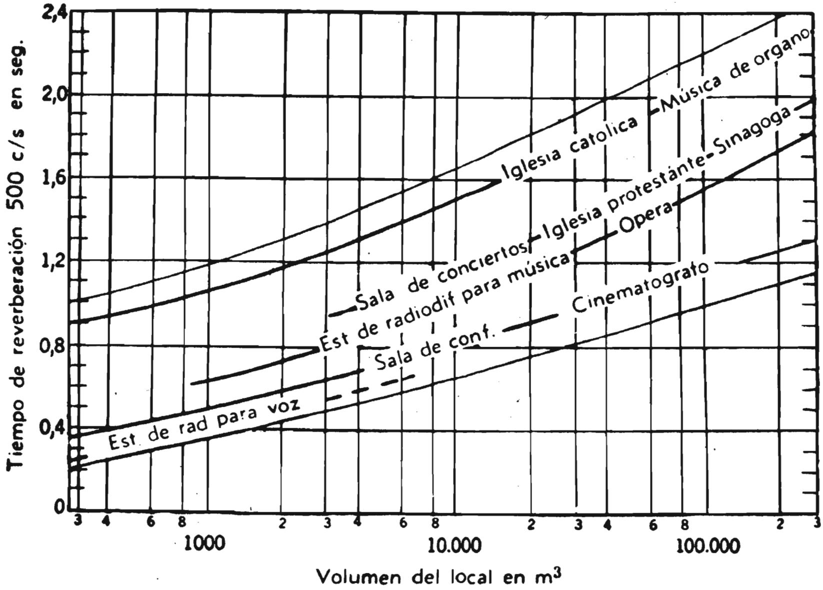


FIG. 13.25. Tiempos óptimos de reverberación para salas de diversos volúmenes y usos. (*Según la literatura corriente y la experiencia de Bolt Beranek y Newman, Consultores en Acústica.*)

Constante del local R. Una manera más reciente de especificar las características de reverberación de una sala es en términos de la constante del local R definida en la página 331. Los valores óptimos de R para tres categorías de salas están indicados en la Fig. 13.27 en función del volumen de la sala. Algunas salas de concierto modernas, tal como el Royal Festival Hall de Londres, han sido diseñadas para alta defi-

---

[18] V. O. KNUDSEN, "Architectural Acoustics", pp. 408-414, John Wiley & Sons, Inc. Nueva York, 1932.

[19] V. O. KNUDSEN and C. M. HARRIS, "Acoustical Designing in Architecture", pp. 192-195, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1950.

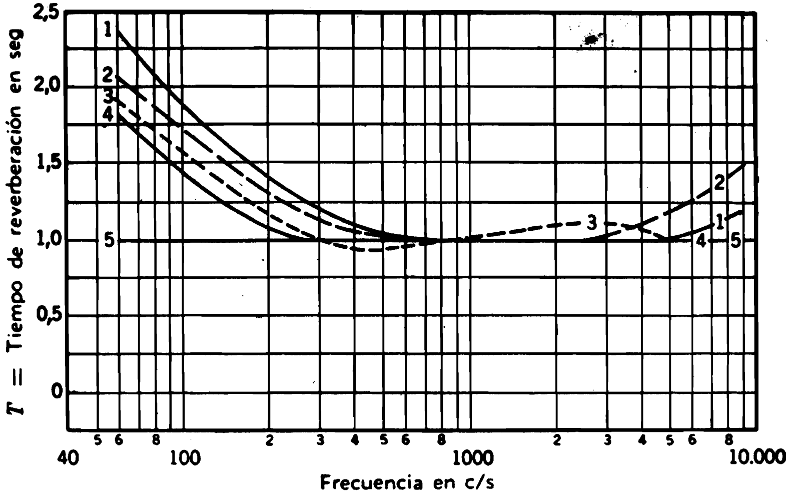


FIG. 13.26. Varias curvas recomendadas del tiempo de reverberación en función de la frecuencia de estudios y auditoriums referidos al tiempo de reverberación para 1000 c/s. (1) Mac Nair, 1930; (2) Morris and Nixon, 1936; (3) Estudios daneses de radiodifusión para música; (4) Richmond and Heyda, 1940; (5) v. Békésy y otros para palabra. La curva 3 por debajo de 1.000 c/s y la curva 5 por arriba de 1.000 c/s (plana) son recomendadas por el autor para salas de música. La curva 5 es la recomendada por el autor, en toda la escala, para la palabra.

TABLA 13.10. Criterios para el control del ruido †

Tipo de sala	*Curva de criterio CV*
Estudios de radiodifusión	**15-20**
Salas de concierto	**20-25**
Teatros (500 asientos, sin amplificación)	**25**
Salas de música	**25**
Aulas (sin amplificación)	**25**
Residencias (dormitorios)	**25**
Salas de conferencia para 50 personas	**25**
Salas de asambleas (con amplificación)	**25-30**
Salas de conferencia para 20 personas	**30**
Cinematógrafos	**30**
Hospitales	**30**
Iglesias	**30**
Juzgados	**30**
Bibliotecas	**30**
Oficinas privadas pequeñas	**40**
Restaurantes	**45**
Estadios para deportes solamente (amplificación)	**50**
Oficinas de secretaría (máquina de escribir)	**55**
Fábricas	**40-65**

---

† L. L. BERANEK, J. L. REYNOLDS and K. E. WILSON, Apparatus and Procedures for Predicting Ventilation System Noise, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **25**: 313-321 (1953).

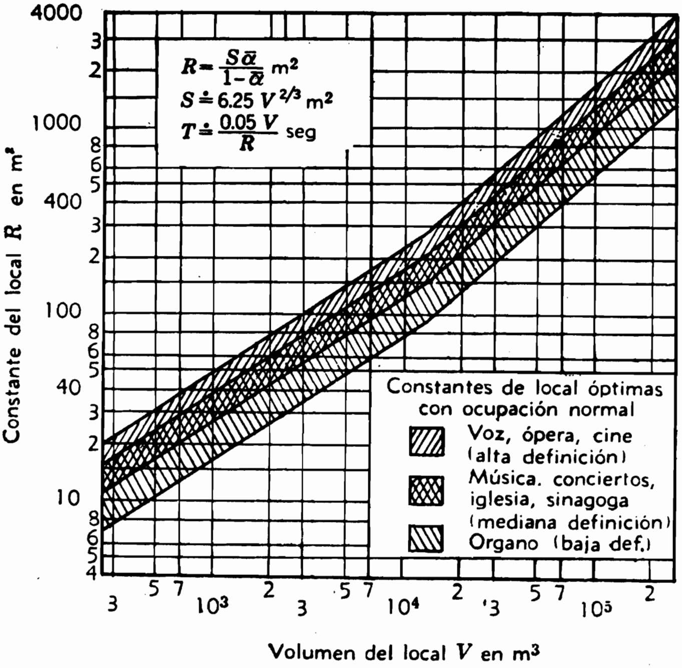


FIG. 13.27. Valores óptimos de la constante de local R a 1.000 c/s en función del volumen, para tres categorías de salas.

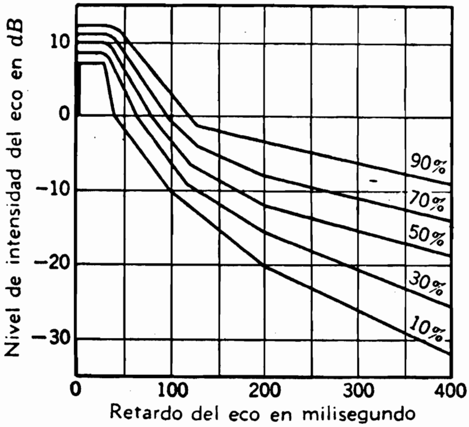


FIG. 13.28. Un criterio de tentativa (sin bases muy firmes) para el desagrado debido al eco. Los contornos son de disturbio constante en tanto por ciento, y las coordenadas dan el nivel de intensidad del eco en función del retardo del eco. [*Según Bolt and Doak, A Tentative Criterion for the Short Term Transient Response of Auditoriums, J. Acoust. Soc. Amer.*, 22: 507-509 (1950).]

nición en gran parte porque la música de los últimos cien años se ha hecho más intrincada y detallada, exigiendo así una sala relativamente "sorda" para su fiel presentación.

Ecos. Se sabe que hay eco cuando una onda reflejada individual llega al oído del oyente con un retardo de más de 1/15 segundo (67 milisegundo) respecto de la llegada del sonido original. En los auditoriums, hay muchas ondas reflejadas que llegan al oído con un retardo mayor que 70 milisegundo, dado que el tiempo de reverberación puede ser de varios segundos.

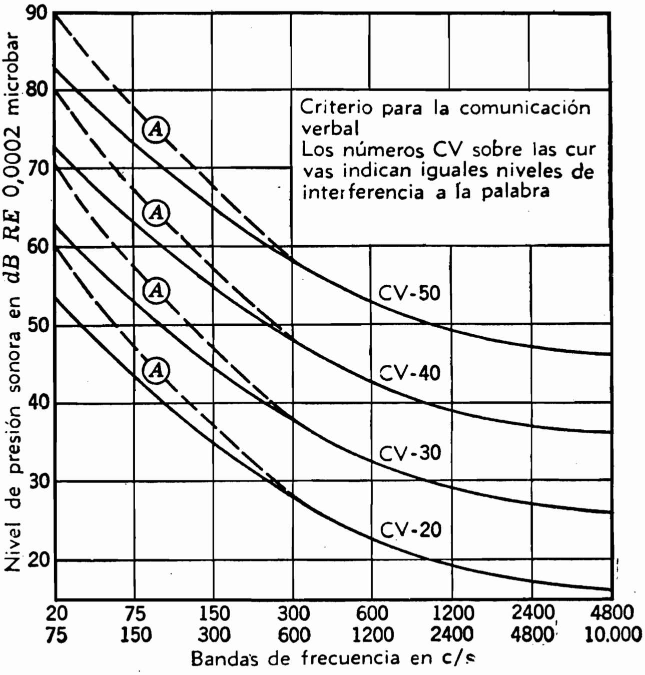


FIG. 13.29. Criterio de comunicación hablada y molestia para salas. *CH* significa comunicación hablada y el número que le sigue es el nivel de interferencia correspondiente a la curva. Las curvas *A cortadas* dan los niveles admisibles en baja frecuencia si los niveles en las bandas de 600 a 4.800 c/s son realmente iguales a los niveles *CH* escritos sobre las curvas. En caso contrario, los niveles de baja frecuencia deben ser inferiores. Este gráfico debe usarse en combinación con la tabla 13.10. [*Según Beranek, Reynolds and Wilson, Apparatus and Procedures for Predicting Ventilation System Noise, J. Acoust. Soc. Amer.,* 25: pp. 313-321 (1953).]

Las investigaciones recientes han demostrado que las reflexiones de gran retardo no son molestas si su intensidad está suficientemente por debajo de la del sonido inicial[20]. En la Fig. 13.28 damos un juego de curvas que relacionan el tanto por ciento aproximado de oyentes que notan algo malo en la acústica del local con el nivel de presión sonora del eco en función del tiempo de retardo respecto de la llegada del sonido directo. Por ejemplo, si una reflexión tiene un retardo de 400 milisegundo y si su nivel es de 20 dB por debajo del del sonido directo, alrededor de la mitad de los oyentes se darán cuenta de que hay algo raro.

---

[20] R. H. BOLT and P. E. DOAK, A Tentative Criterion for the Short-term Transient Response of Auditorums, *J. Acoust. Soc. Amer.,* 22: 507-509 (1950).

13.16. Ruidos de fondo en los edificios. La protección contra el ruido es una de las consideraciones más importantes en el diseño de salas y auditoriums. Con la tabla 13.10 y la Fig. 13.29 podemos llegar a curvas de criterio que dan los niveles de ruido máximos admisibles en cualquier banda de frecuencias en salas de diversos tipos[21].

Por ejemplo, en una sala grande para asambleas con un buen sistema de refuerzo acústico, vemos en la tabla 13.10 que debe elegirse la curva de criterio CV de 25 dB. Si el ruido está concentrado en una porción de la gama de frecuencias audibles, se usa la curva llena correspondiente de la Fig. 13.29. Si los ruidos están concentrados principalmente cerca de la curva correspondiente en las bandas comprendidas entre 300 y 400 c/s, entonces, debido a los efectos de enmascaramiento, el ruido en las tres bandas inferiores puede ser más alto. Para este caso, se usan las curvas cortadas *A*. En otros términos, es admisible un mayor ruido en las frecuencias bajas cuando hay ruido de alta frecuencia que cuando no lo hay.

---

[21] L. L. Beranek, J. L. Reynolds, and K. E. Wilson, Apparatus and Procedures for Predicting Ventilation System Noise, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **25**: 313-321 (1953).

PROBLEMAS

Capítulo 1

1.1. (*a*) Calcular la longitud de onda en metro para el sonido en el aire a 20° C para $f = 100$ y $f = 500$ c/s.

(*b*) Calcular la frecuencia de un sonido cuya longitud de onda en el aire a 20° C es de 1 m.

1.2. ¿Cuál es la impedancia característica del aire en unidades MKS para una presión barométrica de 0,75 m de Hg y $T = -18°$ C, 0° C, 15° C y 30° C?

1.3. Convertir las siguientes relaciones en dB sin usar tabla ni regla de cálculo. Hallar primero el número de dB como si estas relaciones fueran de presión, y luego como si fueran de intensidad. Recordar que aproximadamente $\log_{10} 2 = 0{,}3$ y que $\log_{10} 3 = 0{,}5$.

(*a*) 2/1
(*b*) $\sqrt{10}/200$
(*c*) 30/1,33
(*d*) 0,002/1
(*e*) 8/0,05
(*f*) 17,32/1,6

¿Cuáles son los logaritmos exactos de 2 y de 3?

1.4. Un micrófono está conectado a un amplificador con una resistencia de entrada de 500 ohm. La salida del amplificador está conectada a un altavoz adireccional con una resistencia eléctrica de 32 ohm. Si el amplificador produce 11 volt (eficaces) a través de los terminales del altavoz cuando el micrófono produce 0,013 volt (eficaces) a través de la entrada del amplificador, ¿cuál es la ganancia de potencia en dB del amplificador? ¿Cuál la amplificación de tensión?

1.5. El nivel de intensidad sonora medido a una distancia de 30 m de un altavoz adireccional es de 70 dB *re* 10^{-16} watt cm^2. ¿Cuál es la potencia total radiada por el altavoz? Hallar intensidad sonora y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 60 m.

1.6. Dados n diferentes sonidos de nivel de intensidad IL_n, hallar el nivel de intensidad sonora IL_t (suponer que las intensidades sonoras se suman aritméticamente).

1.7. El nivel de intensidad sonora (*re* 10^{-16} watt/cm^2) de varios sonidos al aire libre son:

Sonido	*dB*
A	68
B	73
C	60
D	70

¿Cuál es el nivel de intensidad sonora total de todos ellos?

1.8. Dado los niveles de ruido medidos en las bandas de frecuencias indicadas más abajo debajo de un avión que tiene un espectro de ruido aleatorio (al azar), calcular el nivel espectral (nivel de presión sonora en dB para bandas de 1 c/s de ancho) del ruido de cada banda, suponiendo que éste es uniforme en cada banda. Representar los datos para cada banda en un papel semilogarítmico de dos décadas a la frecuencia media geométrica f_g de cada banda, esto es, $f_g \sqrt{f_1 f_2} = 1{,}4\, f_1$, y unir todos los puntos con una curva.

Bandas de frecuencias, frecuencias de corte, c/s		Nivel de presión sonora, dB *re* 0,0002 microbar
f_1	f_2	
75	150	95
150	300	101
300	600	97
600	1200	91
1200	2400	86
2400	4800	79
4800	9600	70

1.9. Los niveles espectrales de un ruido de espectro continuo están tabulados más abajo dentro de la gama de 100 a 2500 c/s. Se usa, para medir este ruido, un analizador que tiene filtros de banda de media octava, tomándose el punto de referencia para cada banda como la frecuencia media geométrica. Determinar las lecturas de nivel de ruido obtenidas en las bandas de media octava sucesivas, empezando con las bandas 100-141 c/s, 141-200 c/s, 200-282 c/s, etc. Observar que cada banda tiene un ancho que se extiende de f a $1{,}41\, f$ y que la frecuencia media geométrica es igual a $f\sqrt[4]{2}$.

Frecuencia, c/s	*Nivel espectral, dB re 0,0002 microbar*
100	84
200	85
300	82
500	80
700	77
1000	71
1500	66
2000	62
2500	57

1.10. Se mide un espectro de ruido con un analizador General Radio. Este analizador tiene un filtro cuya frecuencia media puede variarse continuamente y cuyo ancho de banda es igual $0{,}02\, f$. Convertir los niveles de presión sonora medidos (*re* 0,0002 microbar) a niveles espectrales. Representar los niveles espectrales en función de la frecuencia en papel semilogarítmico de dos décadas.

Frecuencia, c/s	*Niveles de presión sonora medidos, dB*
75	72
150	75
300	78
700	74
1100	69
2200	63
4800	59
7500	53

1.11. Representar el *nivel espectral* (representar dB para anchos de banda de 1 c/s en función de la frecuencia en papel semilogarítmico de dos décadas) del ruido eléctrico que produce una salida de 0,1 volt independientemente de la frecuencia, para los siguientes filtros perfectos. Como tensión de referencia se usará 1 volt.

(*a*) Un analizador de sonido del tipo de ancho de banda constante en tanto por ciento. Este instrumento tiene un ancho de banda igual a 0,02 f, siendo f la frecuencia a que se sintoniza el analizador.

(*b*) Un analizador del tipo de ancho de banda absoluto constante. Este instrumento tiene un ancho de banda de 3 c/s.

(*c*) Un juego de filtros de octava con las siguientes bandas continuas:

Frecuencias límites de las bandas, c/s
75–150
150–300
300–600
600–1200
1200–2400
2400–4800
4800–9600

Para el caso (*c*) representar los datos referidos a la frecuencia media geométrica de cada banda, esto es,

$$f_g = \sqrt{f_1 f_2}.$$

1.12. Se le pide medir un ruido de espectro continuo que se extiende sobre la gama de frecuencias de 20 a 15.000 c/s. Resulta que se necesitan dos analizadores, uno para la banda de 20 a 5.000 c/s y otro para la banda de 5.000 a 15.000 c/s. El ancho de banda del analizador de baja frecuencia es constante e igual a 100 c/s. El ancho de banda del otro analizador varía en función de la frecuencia y es igual a $0{,}01f$ siendo f la frecuencia del centro de banda. Si se obtienen los siguientes datos, ¿qué valores deben representarse en una gráfica de nivel espectral en función de la frecuencia?

Analizador de baja frecuencia

f	*SPL*
100	60
200	63
2000	64
4000	68

Analizador de alta frecuencia

f	*SPL*
5000	65
6000	66
7000	67
10.000	69

1.13. Una onda sonora se propaga dentro de una habitación. En un punto determinado la presión sonora es de 1,4/30° y la velocidad de las partículas 0,02/—30°. Hallar la impedancia acústica específica.

1.14. Una fuente de sonido está situada en el espacio libre. Se hace una serie de 12 mediciones de nivel de intensidad en 12 puntos situados sobre una superficie esférica hipotética de 10 m de radio, con centro en la fuente. Los puntos de medición están localizados de tal manera que se hallan en los centros de áreas iguales que dividen las superficies de la esfera en 12 partes. Los niveles de intensidad son: 90, 89, 88, 87, 86, 85, 84, 83, 82, 81, 80, y 70 dB *re* 10^{-16}

watt/cm². Suponiendo que la intensidad del sonido es uniforme en cada parte, calcular (*a*) la potencia total radiada por la fuente; (*b*) el nivel de potencia; (*c*) la intensidad media; (*d*) la presión sonora media; y (*e*) el nivel de presión sonora medio.

Capítulo 2

2.1. Sobre el diagrama convencional de presión en función del volumen (PV), representar el comportamiento de un volumen de gas perfecto contenido en un cilindro cuando el pistón que cierra uno de los extremos es movido de modo tal que su desplazamiento en función del tiempo es una onda cuadrada. ¿Qué potencia, en watt, es disipada por el pistón móvil para una frecuencia de repetición f? (Es aceptable una solución gráfica para este caso.) Si se disipa potencia, ¿adónde va?

2.2. Un tubo cilíndrico que tiene un radio de 3 cm está cerrado por un extremo. El diámetro de este tubo es pequeño en comparación con la longitud de onda del sonido que en él existe, lo que significa que sólo se encontrarán ondas planas. Si el tubo tiene 38 cm de largo, calcular las impedancias acústica, acústica específica y mecánica en el extremo abierto para las frecuencias de 60, 110 y 490 c/s. ¿Cuál es el error en tanto por ciento si los cálculos a 60 c/s se hacen usando la fórmula aproximada (un sólo término en el desarrollo en serie de la cotangente) para tubos cortos?

2.3. Dado un tubo cilíndrico de longitud L con un extremo abierto y el otro extremo cerrado con un pistón de velocidad $U_0e^{j\omega t}$. El diámetro del tubo es pequeño en comparación con la longitud de onda del sonido, lo que significa que sólo habrá en él ondas planas. Se supone que es despreciable la potencia acústica radiada por el extremo abierto y que, por lo tanto, es prácticamente cero la presión sonora en este extremo. Obtener la solución para la ecuación de onda en estas condiciones y derivar una expresión para la impedancia acústica específica mirando hacia el tubo desde el extremo ocupado por el pistón.

2.4. Para el tubo de la Fig. 2.3, la reactancia acústica específica en el plano x_0 es de —500 rayl MKS a 1000 c/s. ¿Cuál es la reactancia acústica específica para valores de x mayores que x_0 en 0,05, 0,10 y 0,20 m?

2.5. ¿Cómo varía el nivel de presión sonora en una onda libre progresiva cuando la temperatura varía de 0° a 1000°C si el nivel de intensidad se mantiene constante en 100 dB?

2.6. Una fuente puntual de 1000 c/s radia 1 watt acústico. Determinar, a una distancia de 10 m, (*a*) la intensidad; (*b*) la presión sonora; (*c*) el nivel de intensidad; (*d*) el nivel de presión sonora; (*e*) la velocidad eficaz de las partículas; (*f*) el desplazamiento eficaz de las partículas; (*g*) la densidad incremental eficaz; y (*h*) la temperatura incremental eficaz.

2.7. Un nivel de intensidad sonora de 80 dB ha sido medido a 10 m frente de una fuente esférica de 100 c/s que radia al espacio libre. ¿Cuál es la potencia total radiada en todas direcciones? ¿Cuál es el nivel de potencia? Para este caso representar gráficamente el nivel de intensidad en dB en función de r en un papel semilogarítmico con r como eje logarítmico.

¿En cuántos dB disminuye el nivel de intensidad cada vez que se duplica la la distancia? ¿Decrece el nivel de presión sonora con el mismo régimen?

2.8. Discutir la variación de la intensidad sonora y de la densidad de energía con la distancia r en una onda esférica progresiva libre. Si estas magnitudes varían diferentemente, explicar el significado físico de las diferencias en la variación.

2.9. La ecuación de onda unidimensional en coordenadas cilíndricas es

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Aquí se ha supuesto que la presión es independiente de las coordenadas θ y z y que depende sólo de r y t. Demostrar que

$$p = \frac{P_0 e^{jk(ct \pm r)}}{\sqrt{r}}$$

satisface esta ecuación para $4r^2k^2 \gg 1$. ¿Cuál es el significado del signo ± en el exponente?

2.10. Hallar la impedancia acústica específica a una distancia r del eje de una fuente cilíndrica larga. Suponer que la fuente produce un campo sonoro que puede ser expresado aproximadamente en la forma

$$p = \frac{P_0 e^{jk(ct - r)}}{\sqrt{r}}$$

¿A qué valor redúcese esta impedancia para $4k^2r^2 \quad 1$? Ver la tabla 2.1 para obtener u en el estado estacionario. Reemplazar x con r en la ecuación del movimiento.

Capítulo 3

3.1. Convertir el sistema mecánico de la Fig. P3.1 en un circuito de tipo de movilidad y en un circuito del tipo de impedancia. El movimiento es posible sólo a lo largo del eje x. Los resortes de suspensión se desplazan a la derecha para darles "polarización" y tienen una compliancia total en respuesta a desplazamientos de pequeña amplitud de $2C_{M2}$ en cada una de las cuatro posiciones en que ocurren.

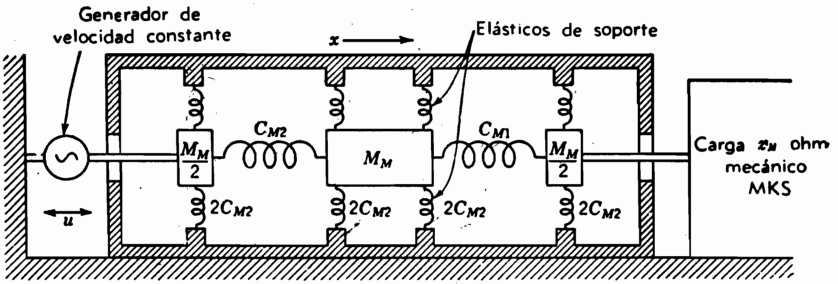


Fig. P3.1

3.2. (*a*) Para el sistema mecánico de la Fig. P3.2, dibujar los circuitos del tipo de movilidad y del tipo de impedancia. El movimiento es posible sólo a lo largo del eje y.

(*b*) Si la fuente de velocidad constante u está representada por $u = \sqrt{2}\,|u_{ef}| \cos \omega t$, hallar la magnitud eficaz y la fase (referida a u) de la velocidad en M_{M1}.

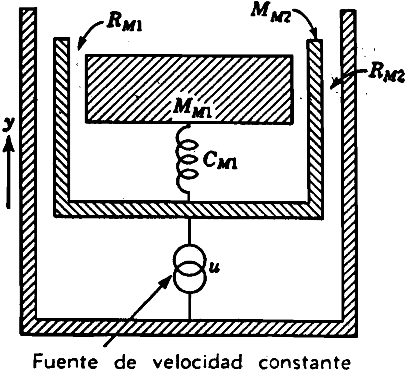

R_{M1}
M_{M2}
R_{M2}
M_{M1}
C_{M1}
y
u
Fuente de velocidad constante

Fig. P3.2

3.3. En el sistema mecánico esbozado en la Fig. P3.3, la masa M_{M1} está soportada por cuatro resortes, cada uno de ellos de compliancia C_{M1}. La resistencia mecánica R_{M2} representa la fricción total entre M_{M1} y M_{M2}. El movimiento sólo es posible a lo largo del eje y.

(*a*) Dibujar el esquema mecánico.

(*b*) Dibujar el circuito tipo movilidad.

(*c*) Dibujar el circuito tipo impedancia.

(*d*) Si el generador de velocidad constante está representado por $u = \sqrt{2}\,A \cos \omega t$, determinar la frecuencia a la cual la velocidad de M_{M1} será máxima, suponiendo que R_{M1} es muy pequeña.

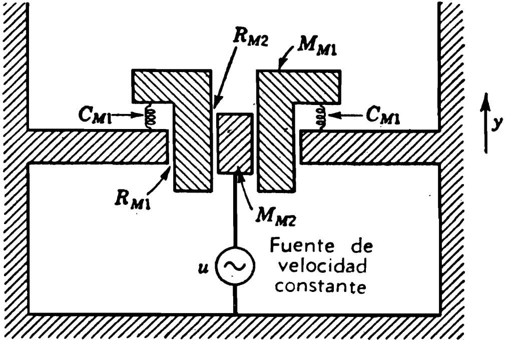

R_{M2}
M_{M1}
C_{M1}
C_{M1}
y
R_{M1}
M_{M2}
u
Fuente de velocidad constante

Fig. P3.3

3.4. En la Fig. P3.4 se muestra un dibujo idealizado de un automóvil. Supongamos que una rueda pasa por encima de una serie de baches del camino, dando a los neumáticos una velocidad vertical

$$u = \sqrt{2}\,u_0 \operatorname{sen} \omega t$$

Suponer que sólo es posible el movimiento vertical. Dibujar los circuitos del tipo de movilidad y del tipo de impedancia.

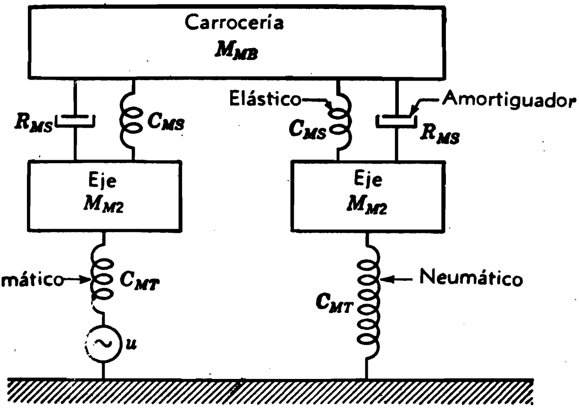

Carrocería
M_{MB}
R_{MS}
C_{MS}
Elástico
C_{MS}
Amortiguador
R_{MS}
Eje
M_{M2}
Eje
M_{M2}
Neumático
C_{MT}
u
Neumático
C_{MT}

Fig. P3.4

3.5. Dibujar el circuito del tipo de movilidad para el agitador ilustrado por la Fig. P3.5. Indicar en el circuito la velocidad u_p de la pequeña partícula M_{M4} que está *cayendo* a través del líquido viscoso que llena el tubo de ensayo T. La masa de la pared del tubo de ensayo es M_{M3}. La resistencia mecánica entre la partícula y la pared del tubo es R_{M3}. Despreciar la pequeña componente "continua" de velocidad hacia abajo de la partícula. Dibujar los circuitos de movilidad y de impedancia, suponiendo $C_{M1} = C_{M2}$.

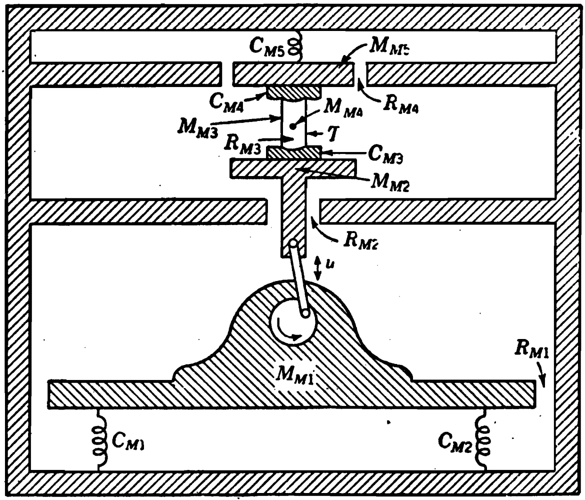

C_{M5}
M_{M5}
C_{M4}
M_{M4}
R_{M4}
M_{M3}
T
R_{M3}
C_{M3}
M_{M2}
R_{M2}
u
R_{M1}
M_{M1}
C_{M1}
C_{M2}

Fig. P3.5

3.6. (*a*) Dibujar el circuito del tipo de movilidad y esbozar un sistema mecánico que tenga por análogo el circuito eléctrico de la Fig. P3.6, donde i es análoga a una fuerza f.

(*b*) ¿Dónde debe estar situada la conexión de tierra de este circuito si el sistema mecánico ha de ser físicamente realizable?

(*c*) Dar la magnitud de cada uno de los elementos mecánicos en términos de las constantes del circuito eléctrico y mostrar *dónde* y en *qué sentido* actúa la fuerza *f*.

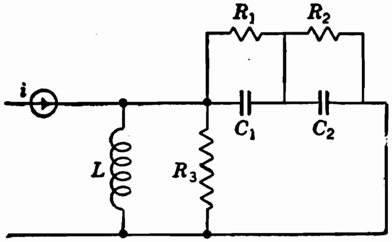


Fig. P3.6

(*d*) Obtener el dual del circuito eléctrico. Designar los elementos del circuito dual en términos del circuito dado

3.7. (*a*) Usando la analogía del tipo de impedancia, dibujar un circuito para el sistema acústico ilustrado en la Fig. P3.7, donde M_{M1} está en Kg; M_{A1}, M_{A2},

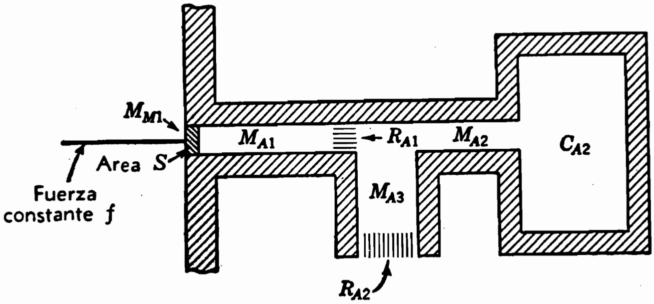


Fig. P3.7

M_{A3} están en Kg/m^4; C_{A2} está en m^5/newton; y R_{A1}, R_{A2}, en ohm acústico MKS.

(*b*) Convertir este circuito en uno del tipo de movilidad.

3.8. Dibujar una posible realización acústica del filtro eléctrico de la Fig. P3.8.

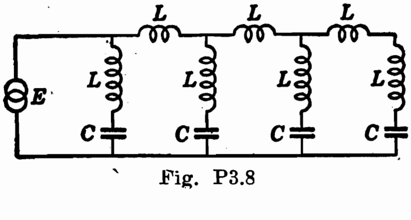


Fig. P3.8

Mostrar el equivalente acústico de colocar una carga resistiva a través de la última rama *LC*.

3.9. En el dispositivo del Prob. 3.2, los valores de los elementos son:

$$\begin{aligned} M_{M1} &= 0{,}01 \text{ Kg} \\ M_{M2} &= 0{,}02 \text{ Kg} \\ C_{M1} &= 10^{-3} \text{ m/newton} \\ R_{M1} &= 1 \text{ ohm mecánico MKS} \\ R_{M2} &= 2 \text{ ohm mecánico MKS} \end{aligned}$$

Si el generador de velocidad tiene una frecuencia angular de 100 radián/s y una velocidad de 1 m/s, hallar las potencias activa y reactiva para cada elemento y las potencias activa y reactiva totales.

3.10. El dispositivo del Prob. 3.7 tiene las siguientes constantes:

$$\begin{aligned} M_{M1} &= 0{,}001 \text{ Kg} \\ S &= 3 \text{ cm}^2 \\ M_{A1} &= 0{,}001 \text{ Kg/m}^4 \\ R_{A1} &= 10 \text{ ohm acústico MKS} \\ M_{A3} &= 0{,}002 \text{ Kg/m}^4 \\ M_{A2} &= 0{,}003 \text{ Kg/m}^4 \\ R_{A2} &= 20 \text{ ohm acústico MKS} \\ C_{A2} &= 10^{-7} \text{ m}^5\text{/newton} \end{aligned}$$

Si el generador tiene una frecuencia de 1000 c/s y una fuerza eficaz de 1 newton, determinar las potencias activa y reactiva en cada elemento y las potencias activa y reactiva totales.

Capítulo 4

4.1. Un altavoz muy pequeño en un sonodeflector de caja cerrada también pequeño se comporta como una fuente esférica simple de igual área, para las frecuencias bajas. Su amplitud eficaz de movimiento (es decir, desplazamiento eficaz) es de 0,1 cm a 100 c/s, y su diámetro es de 10 cm. Determinar (*a*) la presión sonora a 1 m; (*b*) la intensidad a 1 m; (*c*) la potencia total radiada; (*d*) el nivel de presión sonora; (*e*) el nivel de potencia sonora.

4.2. El nivel de potencia sonora de una fuente adireccional de sonido es de 130 dB. Hallar, a una distancia de 21 m, (*a*) la intensidad; (*b*) la presión sonora; (*c*) el nivel de presión sonora.

Hallar también el desplazamiento de cresta a cresta a 100 c/s de la fuente esférica si su radio es de 15 cm.

4.3. Verificar los índices de directividad dados en la Fig. 4.5 para los casos $\lambda/2$, λ, y $3\lambda/2$. Suponer que el eje 0° es un eje de simetría en el espacio tridimensional.

4.4. Para la fuente de la Fig. 4.11, determinar el nivel de presión sonora a 3 m sobre el eje $\theta = 0°$ para $ka = 0{,}5$, 1,0, 2,0 y 3,0, con PWL = 130 dB *re* 10–13 watt.

4.5. Computar el factor y el índice de directividad para un micrófono del cual se conocen los siguientes datos:

θ, *grado*	*Nivel de tensión de salida menos nivel de tensión de salida a* $\theta = 0°$, *dB*
0– 30	0
30– 60	—10
60– 90	—20
90–120	—30
120–150	—40
150–180	—30

4.6. Dado un altavoz con la siguiente característica de direccionalidad a 2000 c/s:

θ, grado	*Respuesta acústica en dB referida a la respuesta acústica para $\theta = 0°$*
0– 10	0
10– 20	— 1,5
20– 30	— 6,0
30– 40	—10,0
40– 50	—17,0
50– 60	—19
60– 70	—21
70– 80	—22
80– 90	—23
90–100	—25
100–110	—27
110–120	—29
120–130	—32
130–140	—47
140–150	—35
150–160	—30
160–170	—29
170–180	—27

Calcular el factor de directividad Q y el índice de directividad QI. Suponer que a 2000 c/s el nivel de presión sonora a una distancia de 4,5 m del altavoz, medido en una cámara anecoica, es de 111 dB *re* 0,0002 dina/cm^2 para una potencia eléctrica disponible de 50 watt. ¿Cuál es el nivel de rendimiento de potencia disponible (PAE) en dB a 4,5 m? Variaría esta respuesta si se tomara una distancia de 12 m como base para el cálculo, suponiendo, como antes que 111 es el nivel medido a 4,5 m?

Capítulo 5

5.1. Un altavoz simétrico está montado en una pared entre dos cámaras anecoicas. Su radio es de 0,1 m y la velocidad eficaz de su diafragma, 1 cm/s. Determinar la potencia acústica total radiada a 100 y a 1000 c/s. Determinar la intensidad en el eje del altavoz a 3 m de distancia a 1000 c/s, tomando en cuenta la directividad.

5.2. Suponer que la fuente de la Fig. 4.11 tiene un radio de 30 cm, para el que pueden obtenerse los índices de directividad en las Figs. 4.12 y 4.20. Calcular para los casos (*a*) y (*f*) ilustrados en la Fig. 4.12 la velocidad eficaz del diafragma necesaria para producir un nivel de presión sonora constante de 100 dB a una distancia de 3 m sobre el eje $\theta = 0°$.

5.3. Un pistón de radio a en un sonodeflector infinito vibra con una velocidad eficaz u. A la frecuencia $\omega_1 = \frac{1}{2}\, c/a$ la potencia radiada es 0,12 $\pi a^2 \varrho_0 c u^2$. ¿Cuál es aproximadamente la potencia radiada a $\omega_2 = {}^1/_{10}\omega_1$ y a $\omega_3 = 10\omega_1$, suponiendo que no varía u?

5.4. El dispositivo acústico de la Fig. P5.4 se usa como carga de una cara del diafragma de un trasductor.

(*a*) Dibujar un circuito del tipo de impedancia acústica.

(*b*) Alterar el diafragma de circuito de modo que se lo pueda acoplar a través del área S a un circuito del tipo de movilidad mecánica.

(*c*) Acoplar un trasductor electrostático al área S. Suponer que éste tiene una capacitancia eléctrica C_E, una constante de acoplamiento T, y una compliancia mecánica C_M (ver Fig. 3.37).

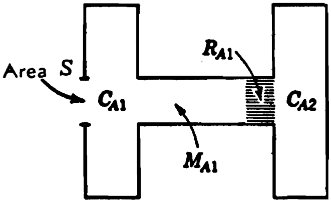


Fig. P5.4

(*d*) Acoplar un trasductor electromagnético al área S. Suponer que la impedancia eléctrica de su arrollamiento es Z_E, que la constante de acoplamiento es Bl, y que su diafragma tiene una masa M_M (ver Fig. 3.35).

5.5. Dibujar un circuito equivalente para el sistema mecanoacústico de la Fig. P5.5. Los volúmenes V_1, V_2, V_3; la resistencia acústica y la masa acústica, R_A, M_A; y la masa mecánica efectiva M_M, la compliancia mecánica C_M, y el área S del diafragma se dan en unidades MKS. Dar la relación que existe entre cada uno de los valores de elemento de su circuito y las cantidades mecánicas y acústicas aquí mencionadas.

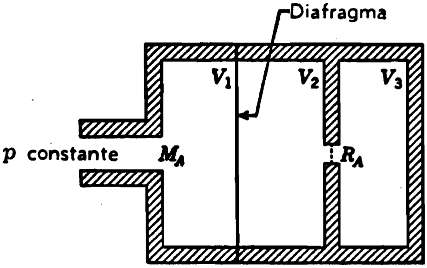


Fig. P5.5

5.6. Un diafragma de altavoz tiene una cavidad de aire detrás y un resonador que está conectado a un costado de la cavidad. Hallar la carga de impedancia mecánica a 100 c/s sobre la cara posterior del diafragma si el área de éste es de 50 cm², el volumen de la cavidad de aire detrás del diafragma es de 1000 cm³ y el resonador está compuesto por un tubo de 5 cm de largo y 2 cm de diámetro conectado a un segundo volumen de 100 cm³.

5.7. Un altavoz y un micrófono está situado en los lados opuestos de un orificio circular practicado en una pared perfectamente rígida, como se ve en el diafragma de la Fig. P5.7. La pared puede ser considerada como de extensión infinita en todas direcciones. Si el orificio es *tapado* con un material rígido, el altavoz produce una presión p de 94 dB *re* 0,0002 dina/cm² sobre la cara izquierda de la pared a una frecuencia de 500 c/s.

(*a*) Computar la potencia que emerge del orificio del lado del micrófono cuando el orificio está abierto.

(*b*) Suponer que una onda semiesférica (centrada en el punto A) se propaga a la derecha de la pared. Computar la tensión de circuito abierto del micrófono, suponiendo que su sensibilidad es de -50 dB *re* 1 volt para una presión sonora de 1 microbar.

(*c*) ¿Cómo varía la tensión de circuito abierto de salida del micrófono al disminuir la frecuencia? Suponer que p (con el agujero tapado) se mantiene constante en 94 dB *re* 0,0002 dina/cm^2 y que la tensión del micrófono es la misma a todas las frecuencias si se halla en un campo sonoro de presión constante.

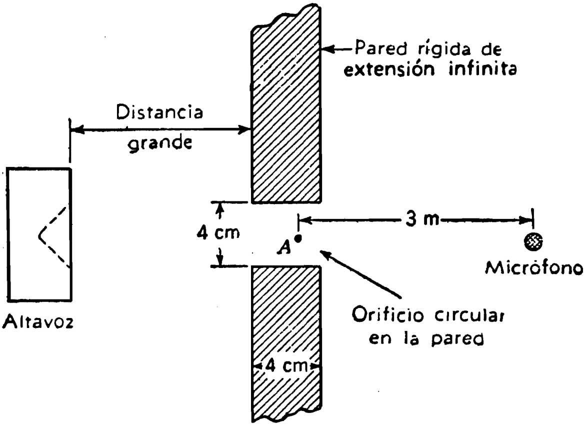

Pared rígida de extensión infinita
Distancia grande
4 cm
3 m
A
Micrófono
Altavoz
Orificio circular en la pared
4 cm

Fig. P5.7

5.8. Dibujar el circuito equivalente del dispositivo ilustrado por la Fig. P5.8 según las analogías de impedancia y de movilidad, usando impedancias acústicas. Las áreas de los tubos a la derecha y a la izquierda son ambas iguales a S. Suponer que el dispositivo puede ser representado por elementos concentrados y que pueden despreciarse las correcciones de extremo. Indicar en los circuitos la velocidad de volumen del diafragma, U.

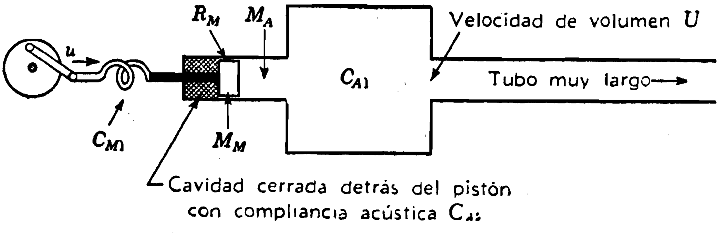

R_M
M_A
Velocidad de volumen U
u
C_{A1}
Tubo muy largo
C_{M1}
M_M
Cavidad cerrada detrás del pistón con compliancia acústica C_{A2}

Fig. P5.8

5.9. La Fig. P5.9 es el circuito análogo de un sistema mecanoacústico. Los elementos comprendidos dentro de los rectángulos son elementos mecánicos. Esbozar una posible disposición de elementos mecánicos y acústicos que tenga por circuito análogo el de la figura.

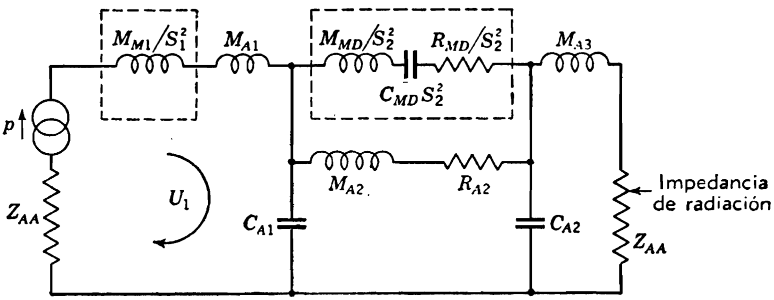


Fig. P5.9

5.10. Un elemento acústico hecho con una hoja perforada de 0,0025 m de espesor y 0,01 m² de área debe tener un "Q_A" de 2,0 y una masa acústica de 135 Kg/m⁴ a la frecuencia angular de 100 radián/s. Hallar el número de agujeros necesarios. *Nota*: Suponer que la fracción grande a la derecha de la Ec. (5.58) es aproximadamente igual a la unidad. Admitir $(1 - a/b) \doteq 1$ en la Ec. (5.57). Al final, compruebe los errores porcentuales en Q_A y M_M debidos a estas hipótesis. Obsérvese también que el número de agujeros es igual al área dividida por b^2.

Capítulo 6

6.1. Un micrófono de bobina móvil tiene un diafragma de 5 cm² de área. Reemplazando este diafragma por un bloque rígido de acero de igual forma y dimensiones, la presión sonora producida sobre superficie, a 500 c/s y en un campo libre, por una fuente dada en particular, es de 1 dina/cm². La impedancia acústica del diafragma (cuando está en su lugar en el micrófono) medida sobre su superficie externa es $(20 + j0)$ ohm acústico CGS. ¿Qué presión sonora se produce en la superficie del diafragma?

6.2. Una fuente sonora de muy alta impedancia está embebida en la superficie interna de una cavidad cerrada. La cavidad tiene un volumen de 20 cm³. En otro lugar de la superficie interior está embebido un micrófono cuyo diafragma tiene una impedancia de $200 - j(10^6/\omega)$ ohm acústico CGS. Si el diafragma de la fuente tiene un desplazamiento eficaz de 0,05 cm³, ¿cuál es la velocidad eficaz compleja del diafragma del micrófono a 500 c/s si su área es de 4 cm²?

6.3. La respuesta de un micrófono de capacitor es de -52 dB *re* 1 volt para una presión sonora de 1 microbar sobre el diafragma. La capacitancia cuando el diafragma del micrófono está expuesto al aire ($p_0 \doteq 0$) es de 50,0 μμF. La capacitancia cuando el diafragma está bloqueado ($u_D = 0$) es de 48,0 μμF. El volumen de aire detrás del diafragma es de 0,2 cm³ y el área del diafragma es de 3 cm². Dibujar el circuito equivalente del micrófono para frecuencias bajas y dar los valores de los elementos en unidades MKS.

6.4. Un micrófono de capacitor cuyo diafragma está al ras con la superficie interna de una pequeña cavidad tiene las siguientes características:

Compliancia del diafragma = 5×10^{-4} m/newton
Compliancia del aire detrás del diafragma = $2{,}2 \times 10^{-5}$ m/newton
Tensión de polarización = 200 volt
Distancia entre el diafragma y la placa posterior = 10^{-4} m
Área del diafragma = 3 cm^2
Capacitancia eléctrica del micrófono = 35 $\mu\mu$F
Resistencia de carga = 20 megohm

Despreciar la masa y la resistencia del diafragma. Un pequeño pistón de velocidad constante está embebido en otro lugar de la cavidad y genera una presión de 0,1 newton/m^2 en la cavidad cuando el diafragma del micrófono está bloqueado de manera que no puede moverse. La compliancia mecánica de la cavidad es de 9×10^{-3} m/newton. Computar la tensión a través de la resistencia de carga del micrófono para una frecuencia angular de 3000 radián/s.

6.5. Un micrófono de cristal del tipo ilustrado en la Fig. 6.40 se usa en el circuito ilustrado en la Fig. P6.5. El elemento de sal de Rochela del micrófono es como el que se ve en la Fig. 6.35*a*, cuyas dimensiones son $25 \times 25 \times 1{,}5$ mm. Las placas están conectadas eléctricamente en paralelo. Suponiendo que para una presión dada el micrófono produce una tensión de *circuito abierto* de —60 dB *re* 1 volt a frecuencias de 100 y 1000 c/s, con una temperatura $T = 40°$ C, ¿cuáles serán los niveles de tensión a las mismas frecuencias si la presión sonora se mantiene constante y la temperatura se fija sucesivamente en los siguientes valores: 10, 25 y 30° C?

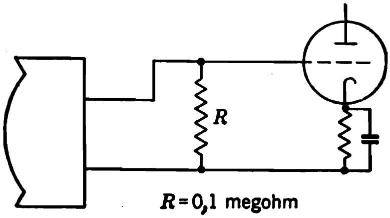


FIG. P6.5

6.6. Una unidad de titanato de bario debe usarse como micrófono. Suponer que la unidad será del tipo Bimorph de flexión, conectado en serie. Si la longitud es de 10 cm, el ancho de 2,5 cm, y el espesor de 0,2 cm, determinar la tensión de circuito abierto producida cuando una fuerza eficaz de 0,01 newton a $\omega = 1000$ radián/s es aplicada en el lugar adecuado de la unidad Bimorph.

6.7. El anteproyecto de un micrófono de presión lleva un diafragma de aluminio conectado en una esquina de un cristal Bimorph de cupla, cuadrado que ha sido hecho a partir de una placa de deslizamiento de corte X (ver Fig. 6.40). Las constantes físicas son:

Diámetro del diafragma = 4 cm
Masa del diafragma = 5×10^{-4} Kg
Compliancia del diafragma = $4{,}5 \times 10^{-5}$ m/newton
Área del cristal = 1 cm^2
Espesor del cristal = 2 mm
Volumen de la cavidad detrás del diafragma = 10^{-5} m^3

Las placas están conectadas eléctricamente en paralelo. Despreciar la cavidad entre el diafragma y la placa sinterizada.

(*a*) Computar la sensibilidad de presión en circuito abierto a baja frecuencia en dB *re* 1 volt por microbar, despreciando el efecto de la placa sinterizada.

(*b*) Despreciando el efecto de la carga de aire, calcular la frecuencia de resonancia con los terminales eléctricos en circuito abierto.

(*c*) ¿Cuál sería el efecto de reducir el volumen de la cavidad detrás del diafragma sobre la sensibilidad y la respuesta de frecuencia?

Capítulo 7

7.1. Se quiere usar un pequeño altavoz de radiación directa tanto en la función de micrófono como en la de altavoz en un equipo intercomunicador. Se lo calibra como micrófono en el centro de la gama de audio, donde, en primera aproximación, pueden despreciarse todas las reactancias de masa y de rigidez y la impedancia de radiación específica sobre cada cara del diafragma es $\varrho_0 c$.

Si la sensibilidad de campo libre en circuito abierto como micrófono es de — 80 dB *re* 1 volt para una presión sonora con diafragma bloqueado de 0,1 newton/m^2, ¿cuál será el rendimiento de potencia disponible máxima del dispositivo cuando funciona como altavoz, suponiendo que el generador tiene una impedancia de 0,2 ohm y que se radia en un semiespacio?

7.2. Un sistema de refuerzo acústico debe tener una ganancia global de 15 dB a 1000 c/s. La "ganancia" del sistema es aquí 20 veces el logaritmo de base 10 de la relación de la presión sonora producida a una distancia de 15 m por el altavoz en una cámara anecoica a la producida en el micrófono por una persona hablando. Se dispone de un micrófono cuya sensibilidad de campo libre y en circuito abierto es de — 90 dB *re* 1 volt por microbar y una resistencia interna de 30 ohm. Se dispone también de un altavoz con una respuesta de potencia disponible máxima de 96 dB *re* 0,0002 microbar a 1 watt medido a 1000 c/s y 6 m. La impedancia del altavoz es de $8 + j0$ ohm y el amplificador tiene una impedancia de entrada de $30 + j0$ ohm y una impedancia de salida de $26 + j0$ ohm. ¿Qué ganancia de potencia en condición de adaptación de impedancias, en dB, debe tener el amplificador a 1000 c/s?

7.3. El rendimiento de potencia disponible de un altavoz que funciona en un sonodeflector infinito es de 5 por ciento, suponiendo que radia en un semiespacio. A una distancia de 6 m del altavoz hay un micrófono dinámico. La calibración de tensión de circuito abierto del micrófono es de — 90 dB *re* 1 volt para un nivel de presión sonora de 1 microbar. Suponer que el altavoz radia una onda esférica. Suponer también que la impedancia de salida del micrófono es esencialmente resistiva e igual a 30 ohm. Si la potencia disponible para el altavoz es de 10 watt, ¿cuál es la potencia en un resistor de 30 ohm conectado al micrófono?

7.4. En un dado altavoz hay sólo un espacio limitado para la bobina móvil. Algunas de las constantes y dimensiones del altavoz son:

Diámetro del cono = 0,25 m
Masa del cono = 0,03 Kg
Diámetro de la bobina móvil = 0,05 m
Espesor radial máximo del arrollamiento de la bobina móvil = 0,0025 m
Longitud del arrollamiento de la bobina móvil = 0,0125 m
Número de vueltas de la bobina móvil = 10

(*a*) Computar la relación del rendimiento del altavoz con bobina móvil de aluminio al rendimiento del altavoz con bobina móvil de cobre. Considerar sólo la gama en que $ka < 0,3$.

(*b*) ¿Cuáles son las resistencias de corriente continua de una y otra bobina?

7.5. Para las frecuencias inferiores a 500 c/s, computar la frecuencia de resonancia y el "Q_T" total de un altavoz de radiación directa que tiene las constantes físicas dadas más abajo y que está montado en un sonodeflector infinito. Sea $R_g = 10$ ohm; $R_E = 8$ ohm; $B = 2{,}1$ weber/m^2; $l = 10$ m; $M_{MD} = 0{,}02$ Kg; $C_{MS} = 2 \times 10^{-4}$ m/newton; y diámetro efectivo $= 0{,}2$ m.

7.6. Un altavoz de radiación directa idealizado tiene las siguientes características:

Masa del cono y la bobina móvil = 0,025 Kg
Compliancia de la suspensión = 10^{-5} m/newton
Flujo en el entrehierro = 1 weber/m^2
Longitud del arrollamiento de la bobina móvil = 10 m

Suponer que la impedancia de la bobina móvil es despreciable para todas las frecuencias de interés y que la impedancia acústica específica de la carga de aire sobre el cono es de 407 newton-s/m^3.

(*a*) ¿A qué frecuencia resuena el altavoz?

(*b*) Si la masa de la carga de aire fuera tomada en consideración, ¿cómo afectaría la frecuencia de resonancia del sistema?

(*c*) Esbozar la respuesta de este altavoz en función de la frecuencia. Discutir cualquier posible diferencia entre esta curva y las curvas de respuesta usuales de los altavoces de radiación directa.

7.7. Dado un altavoz de radiación directa de un solo cono y una sola bobina móvil con las siguientes características: diámetro efectivo = 0,3 m; masa del cono = 0,025 Kg; masa de la bobina móvil = 0,005 Kg; compliancia mecánica de la suspensión = 6×10^{-5} m/newton; resistencia mecánica de la suspensión = 1,5 ohm mecánico MKS; flujo en el entrehierro = 1,0 weber/m^2; resistencia de la bobina móvil = 8 ohm; inductancia de la bobina móvil = despreciable; diámetro de la bobina móvil = 0,05 m; número de vueltas de la bobina móvil = 50; y resistencia del generador = 8 ohm. Hallar el rendimiento de potencia disponible a 500 c/s, suponiendo que se radia en un semiespacio.

7.8. Dado un altavoz de radiación directa de un solo cono y una sola bobina, con las siguientes características: diámetro comercial = 8 pulgadas; masa del cono = 25 g; masa de la bobina móvil = 2 g; compliancia mecánica de la suspensión = 5×10^{-7} cm/dina; resistencia mecánica de la suspensión = 2000 ohm mecánico; flujo en el entrehierro = 15.000 gauss; resistencia de la bobina móvil = 8 ohm; inductancia de la bobina móvil = despreciable; diámetro de la bobina móvil = 50 mm; y número de vueltas de la bobina móvil = 50.

Suponer que se mantiene constante en los terminales de la bobina una tensión eficaz de 1 volt. Computar la salida acústica a 1.000 c/s y determinar el rendimiento a esta frecuencia suponiendo la radiación a un lado del sonodeflector infinito.

Capítulo 8

8.1. Diseñar y dar breves instrucciones para la construcción de un sonodeflector de caja cerrada para un altavoz de 12 pulgadas de diámetro comercial. La frecuencia de resonancia del altavoz en la caja cerrada debe ser sólo 10 por ciento mayor que la frecuencia de resonancia sin sonodeflector.

Suponer que la compliancia de la suspensión, C_{MS}, es de $2{,}1 \times 10^{-4}$ m/newton y que la masa del diafragma y de la bobina móvil, M_{MD}, es de 0,012 Kg. ¿Cuál sería la frecuencia de resonancia si el altavoz radiara al aire, a ambos lados de un sonodeflector plano infinito?

8.2. El altavoz del Ejemplo 8.3 del texto, montado en un sonodeflector de caja cerrada de 0,3 m³ de volumen, tiene un Q_T de 0,27 para $R_g = 3$ ohm y una frecuencia de resonancia de 50 c/s.

(*a*) Dibujar la curva de respuesta para las frecuencias inferiores a 400 c/s.

(*b*) ¿Cuál es el efecto que en esta gama de frecuencias tiene sobre la respuesta del altavoz de agregar rígidamente tres ''domos'' (cono de 1 cm de altura y 10 cm de diámetro) al cono, de modo de aumentar la masa del diafragma? Calcular dos casos, en los que cada domo tiene, respectivamente, una masa de 0,2 Kg y una masa de 0,1 Kg. En estos cálculos, suponer que $Q_T = M_A/R_A$ es la misma que a 100 c/s para todas las frecuencias.

8.3. El altavoz del ejemplo 8.3 del texto, montado en un deflector de caja cerrada de 0,3 m³ de volumen tiene un Q_T de 0,27 y una frecuencia de resonancia de 50 c/s con $R_g = 3$ ohm.

(*a*) Dibujar la curva de respuesta para las frecuencias inferiores a 500 c/s.

(*b*) ¿Qué efecto tiene sobre la respuesta del altavoz el montar una sección corta de bocina exponencial enfrente del altavoz, la que carga la cara frontal del diafragma con las siguientes impedancias acústicas específicas (divididas por $\rho_0 c$) en lugar de la impedancia de radiación de la cara frontal?

Frecuencia, c/s	$R_S/\rho_0 c$	$X_S/\rho_0 c$
20	0,0005	0,03
40	0,002	0,05
75	0,008	0,1
150	0,03	0,2
250	0,1	0,4
300	0,15	0,5
400	0,25	0,6
500	0,4	0,7

8.4. Un altavoz de 15 pulgadas de diámetro comercial y radiación directa se instala en sonodeflector de caja cerrada. La presión sonora en el eje (en el campo remoto) referida a la presión en las frecuencias medias es la dada en la Fig. 8.15, en las condiciones

$R_g = 14$ ohm
$R_E = 5{,}5$ ohm
$Bl = 25$ weber/m
$R_{MS} = 2{,}3$ ohm mecánico MKS
$M_{MD} = 0{,}045$ Kg
$C_{MS} = 2{,}82 \times 10^{-4}$ m/newton
Volumen de la caja = 0,3 m³
$S_D = 8{,}03 \times 10^{-2}$ m²
$S_D/L^2 = 0{,}2$ (ver Fig. 8.6)

(*a*) Suponer que deseamos convertir la caja cerrada en un sonodeflector del tipo reflector de bajos. ¿Cuál es la frecuencia de resonancia del altavoz y sus cargas de aire (la parte en serie del circuito de la Fig. 8.18)?

(*b*) Si formamos la puerta cortando un orificio de 20 cm de diámetro en la caja e insertando un tubo, ¿cuál debe ser la longitud del tubo para que el recinto resuene a la frecuencia obtenida en (*a*)?

(*c*) ¿Cuáles son las nuevas frecuencias de resonancia del cono (es decir, ω_L y ω_H para máxima velocidad del cono)?

(*d*) Ver las Figs. 8.22 a 8.24. Representar tres puntos y esbozar las tres respuestas de presión sobre el eje para $Q_2 = 0{,}5$, 3,0 y 10,0. Al trazar esta curva, tomar en cuenta el cambio del rendimiento en la región *C*, si lo hay, con referencia al correspondiente al caso de la caja cerrada a 500 c/s con $R_g = 0$.

8.5. Para las frecuencias inferiores a los 500 c/s, analizar el comportamiento del pequeño reflector de bajos de la Fig. P8.5, suponiendo la siguiente información:

Volumen interior de la caja no ocupado por el altavoz = 14 dm^3
Número de agujeros = 15
Diámetro de cada agujero = 12 mm
Espesor de las paredes de la caja = 12 mm
$R_g = 0$ ohm
$R_E = 2$ ohm
$M_{MD} = 0{,}0025$ Kg
$C_{MS} = 3{,}6 \times 10^{-4}$ m/newton
$R_{MS} = 1$ ohm mecánico MKS
Diámetro comercial = 6 pulgadas
$Bl = 5$ weber/m

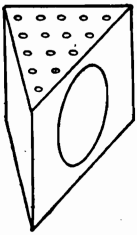


Fig. P8.5

8.6. Determinar la longitud de entrehierro necesaria en la estructura de imán permanente de un altavoz de radiación directa para producir una presión sonora sin distorsión de 100 dB a 6 m en el espacio libre y a 40 c/s. Suponer que el diámetro comercial es de 12 pulgadas, que la longitud de la bobina móvil es de 6 mm, y que el sonodeflector es de caja cerrada. ¿Sería razonable construir un altavoz con semejante entrehierro?

Capítulo 9

9.1. Se quiere construir una bocina exponencial con un diámetro de garganta de 25 mm y una boca de $0{,}9 \times 1{,}5$ m.

(*a*) Determinar la frecuencia de corte inferior que puede adoptarse si la longitud de la bocina no puede exceder de 1,8 m.

(*b*) Computar la constante de acampanamiento de la bobina para esta frecuencia.

9.2. Se quiere construir una bocina exponencial con una frecuencia de corte f_c de 70 c/s. Se dispone de una unidad motora de 10 cm de diámetro. Diseñar la bocina de modo que resulte lo menor posible siempre que se conserve una respuesta de ± 3 dB entre 100 y 400 c/s. Suponer que la impedancia acústica específica mirando hacia la unidad motora es $\rho_0 c$ para todas las frecuencias.

9.3. Se quiere diseñar un sistema de altavoces para la reproducción de música. Debe tener una sección de baja frecuencia y una sección de alta frecuencia con unidades motoras independientes. La distorsión armónica de la onda sonora radiada no debe ser mayor que el 5 por ciento a máxima potencia acústica radiada (10 watt). La frecuencia más baja reproducida debe ser de 90 c/s. La frecuencia cruce será de 700 c/s y puede suponerse que la potencia se divide en partes iguales entre las dos unidades.

Determinar para una de las bocinas: (*a*) diámetro de la boca; (*b*) frecuencia de corte; (*c*) área de garganta; (*d*) constante de acampanamiento; y (*f*) el límite superior de frecuencias de la bocina de alta frecuencia.

9.4. Analizar la bocina de la Fig. 9.18 para hallar: (*a*) su frecuencia de corte; (*b*) su constante de acampanamiento; y (*c*) las frecuencias a las cuales los codos de la bocina deberían producir irregularidades en la curva de respuesta. Suponer que la altura es de 1,2 m, el ancho global, de 75 cm, y la profundidad global, de 1 m.

9.5. Diseñar la bocina exponencial más corta posible para usar con un radiador directo de modo que provea una carga de masa de 0,1 Kg a 40 c/s y una carga de impedancia acústica específica aproximadamente igual a $\rho_0 c$ a 400 c/s, al diafragma cuya área es de 0,12 m^2. *Dato*: A 40 c/s, la bocina puede posiblemente ser tratada como un tubo cilíndrico que contiene igual masa de aire.

9.6. Estimar el rendimiento de potencia disponible a varias frecuencias de un altavoz típico de 15 pulgadas si está terminado por su cara anterior por la bocina del problema anterior y por su cara posterior por una caja cerrada cuya compliancia es igual a la de la suspensión.

Capítulo 10

10.1. En cierta habitación rectangular, el modo (1,0,0) se produce a 10 c/s, el modo (0,2,0) a 30 c/s, y el modo (0,0,3) a 50 c/s, siendo la temperatura del aire de + 20° C.

(*a*) ¿Cuál es la frecuencia del modo (2,3,1) a 20° C?

(*b*) ¿Cuáles serían las frecuencias de los modos (3,0,0), (0,2,0) y (0,0,1) a — 20° C?

(*c*) Esbozar los contornos de igual presión para el modo (1,0,3).

10.2. Hallar los ángulos de incidencia de las ondas progresivas sobre las tres paredes de un recinto rectangular de dimensiones $3 \times 2 \times 1$ m para los modos de vibración (10,17,3), y (3,17,10).

10.3. Trazar la curva de resonancia y determinar el "*Q*" para un modo normal de vibración con un tiempo de reverberancia de 3 segundo y una frecuencia de resonancia de 1000 c/s.

10.4. Determinar la constante del local R' para la sala de su casa o su dormitorio, suponiendo que todas las puertas y las ventanas están cerradas y que hay dos personas en la habitación.

10.5. Una fuente de sonido de 1000 c/s y un nivel de potencia de 100 dB *re* 10^{-13} watt está situada en el centro de un local irregular grande con una constante $R' = 100$ m^2 y dimensiones aproximadas de $15 \times 12 \times 4{,}5$ m. Si la fuente tiene un índice de directividad que es simétrico alrededor del eje $\theta = 0°$ y es igual a $+10$ dB para $\theta = 0°$; $+3$ dB para $\theta = 45°$; -8 dB para $\theta = 90°$; -30 dB para $\theta = 135°$; y -20 dB para $\theta = 180°$, representar las curvas de nivel de presión sonora constante en un plano horizontal paralelo al piso que pasa por el centro de la fuente.

10.6. Se quiere tratar acústicamente una pequeña sala de conferencia de $12 \times 7 \times 3{,}3$ m. Las pardees son de enlucido de yeso sobre metal desplegado, el cielorraso es de concreto pintado, y el piso está cubierto de linóleo. El área de ventanas es de 10 m². Prescribir un tratamiento acústico adecuado para el local, suponiendo que hay 10 personas sentadas en sillas de madera y un tiempo de reverberación deseado de 1,1 segundo para todas las frecuencias. ¿Es importante la absorción del aire a 4000 c/s?

10.7. Una sala de conferencias de $12 \times 9 \times 5{,}4$ m está normalmente ocupada por 50 estudiantes sentados en sillas de madera. Las paredes y el cielorraso son de enlucido de yeso sobre ladrillos huecos y el piso es de concreto pintado. Los dos tercios de la superficie de una de las paredes de $5{,}4 \times 12$ m están ocupados por ventanas; el área del pizarrón es de 24 m². El tiempo de reverberación deseado es de 1,2 segundo a 500 c/s.

(*a*) Determinar el tiempo de reverberación de la sala a 500 c/s cuando está vacía, medio llena, y llena.

(*b*) Prescribir la corrección acústica, suponiendo que la mitad de las sillas están ocupadas y computar el nuevo tiempo de reverberación a sala llena.

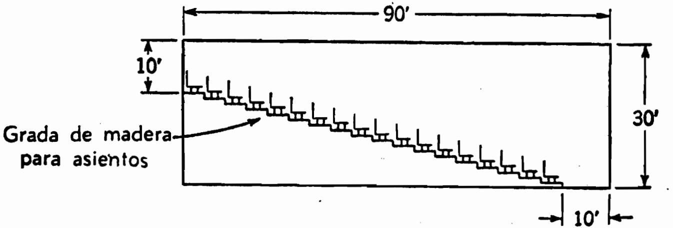
10.8. La característica de respuesta de presión de un altavoz, medida a 3 m, sobre el eje, en una cámara, es la siguiente:

Frecuencia, c/s	*Respuesta en dB re* 0,0002 *microbar y potencia disponible de* 1 *watt*
100	98
200	100
400	102
1000	97
2000	100
4000	104

El factor de directividad Q se obtiene de la Fig. 4.24.

Este altavoz debe usarse en una sala cuyo volumen es de 280 m³, con un área de 500 m² y un tiempo de reverberación de 1,2 segundo para todas las frecuencias. Calcular el nivel de presión sonora, a las seis frecuencias anteriores, que el altavoz producirá en la sala a 9 m para una potencia disponible constante de 1 mW.

10.9. Una sala de conferencias con sistema de refuerzo debe ser tratada con material acústico para propiedades acústicas óptimas. Las dimensiones y otras especificaciones de la sala son las siguientes: largo = 27 m; ancho = 30 m; altura = 9 m en el frente y 3 m atrás (ver Fig. P10.9).



Corte longitudinal de la sala

Fig. P10.9

El piso es de madera; las paredes y el cielorraso son de mortero sobre metal desplegado; los 350 asientos son de madera, y una mitad del cielorraso, un tercio de las paredes laterales, y toda la pared posterior han de ser cubiertos con el mismo material acústico. Suponiendo un tiempo de reverberación de 1,4 seg para todas las frecuencias y una audiencia de 250 personas, determinar los coeficientes de absorción del material del cielorraso para todas las frecuencias.

10.10. Una fuente de sonido de nivel de potencia igual a 110 dB *re* 10^{-13} watt se instala en una habitación irregular grande con una constante de local de 100 m^2. Una de las paredes de este local tiene un área de 60 m^2 y una pérdida de trasmisión de 30 dB. Hallar el nivel de presión sonora cerca de la pared y a través de la habitación adyacente, suponiendo que ésta tiene la misma constante.

Capítulo 11

11.1. Un soplador centrífugo para horno produce, en el extremo de la chimenea, un tono puro de 1000 c/s con un nivel de potencia de 140 dB. La gente que vive a 300 m se queja del ruido y una orden judicial exige a la compañía que reduzca el nivel a 25 dB *re* 0,0002 microbar en todas las condiciones de tiempo. Prescribir un tratamiento acústico adecuado. Suponer que la chimenea tiene 1,8 m de diámetro y que debe preservarse la sección abierta en el tratamiento.

11.2. Una sala de conferencias silenciosa de dimensiones 9 × 9 × 4,5 m debe ser construída cerca de un local comercial de 60 × 22,5 × 7,2 m. Los niveles de presión sonora en la sala de conferencias no deben exceder de un promedio de 40 dB en cada una de las bandas de 600-1200, 1200-2400 y 2400-4800 c/s. Si 40 personas gritan al mismo tiempo en el local comercial, ¿qué cantidad y clase de tratamiento acústico debe prescribirse para cada local y qué tipo de pared debe instalarse entre ambos para obtener los niveles deseados en la sala de conferencias?

11.3. Cuatro máquinas de tabular tienen que funcionar en una superficie de piso de 4,5 × 4,5 m en un rincón de una gran oficina que mide 15 × 27 × 4,2 m. Se desea que los niveles de ruido no excedan un promedio de 55 dB en las bandas de 600-1200, 1200-2400, 2400-4800 c/s en la parte de la oficina no ocupada por las máquinas. Prescribir el tratamiento acústico.

11.4. El sistema de ventilación de un hotel utiliza un soplador que produce los niveles de potencia sonora dados en la tabla siguiente, columna 2:

Banda de frecuencias c/s	Niveles de potencia *re* 10^{-13} watt, dB	Niveles de criterio, dB
37- 75	90	50
75- 150	90	40
150- 300	89	30
300- 600	85	25
600-1200	80	20

Si han de reducirse los niveles a los valores indicados en la columna 3, prescribir un tratamiento acústico que produzca la necesaria reducción de ruido en un conducto de 1,8 × 1,8 m dejando libre por lo menos la mitad del área del conducto.

11.5. Una habitación de un edificio da a la calle. El nivel de ruido en el plano de las ventanas sería de 90 dB si no estuviera allí el edificio. Los sonidos llegan a la pared con muchos ángulos de incidencia. La pérdida media de trasmisión del vidrio de las ventanas es de 29 dB, el área de las ventanas es de 6 m^2 y la constante de la habitación es de 50 m^2 sin tratamiento y de 300 m^2 con tratamiento. Hallar el nivel del sonido reverberante en la sala causado por los ruidos de tránsito y sin corrección acústica en la sala, suponiendo que todo el ruido entre a través de los vidrios de las ventanas.

11.6. En el local de una pequeña fábrica, de $9 \times 15 \times 6$ m, el nivel de sonido reverberante con todas las máquinas funcionando llega a 94 dB *re* 0,0002 microbar. El tiempo de reverberación de la sala con todas las máquinas paradas es, según se mide, 2,8 seg.

(*a*) Computar la absorción total en sabine presente en el local, el coeficiente medio de absorción, y la constante del local R'.

(*b*) Computar la potencia de salida de una fuente de ruido ficticia que produce el mismo ruido reverberante que las máquinas de la fábrica.

(*c*) Si las paredes y el cielorraso se cubren con un material que aumenta el coeficiente de absorción de estas superficies a 0,7, hallar el tiempo de reverberación resultante y la reducción en el nivel del campo sonoro reverberante.

Capítulo 12

12.1. Se calibra un micrófono con el circuito de la Fig. P12.1: Los valores circuitales son $R_1 = 999$ ohm, $R_2 = 1{,}0$ ohm, $Z_L = 50$ ohm resistivo, y $Z_0 = 50$ ohm resistivo. El generador E se pone primero en cortocircuito y el micrófono se introduce en un campo sonoro. Con una presión sonora de campo libre de 74 dB *re* 0,0002 microbar, la indicación del voltímetro V es de 10 volt. Se corta luego el campo sonoro. Se elimina el cortocircuito del generador. Ajustando E a 2 volt, el voltímetro V indica nuevamente 10 volt.

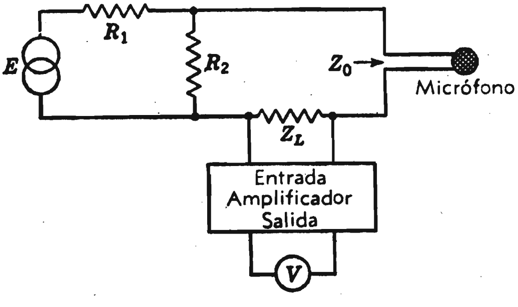


FIG. 12.1.

(*a*) Computar la tensión de circuito abierto del micrófono para la presión sonora anterior.

(*b*) El micrófono se conecta a un amplificador cuya ganancia de potencia es de 90 dB y un altavoz de respuesta de potencia disponible igual a 75 dB *re* 0,0002 microbar y 1 watt medido en una cámara anecoica a 9 m de la fuente. Suponer que las impedancias están adaptadas a la entrada del amplificador. Computar el nivel de presión sonora producido a esta misma distancia con un nivel de presión sonora de campo libre de 70 dB *re* 0,0002 microbar en el micrófono.

12.2. Decidir si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

(*a*) Los micrófonos de sal de Rochela no son afectados por las temperaturas inferiores a 65° C.

(*b*) Los micrófonos de bobina móvil deben hacerse funcionar con altas resistencias de carga más bien que con resistencias de carga iguales a sus resistencias nominales a fin de evitar la reducción de su respuesta a las frecuencias muy altas.

(*c*) La salida de un micrófono de cristal es menor a las frecuencias altas que a las bajas cuando se lo usa con un cable coaxil de 15 m.

(*d*) Los registradores gráficos permiten conocer la forma de onda de un sonido que tiene una fundamental de 1000 c/s.

(*e*) Es necesario verificar frecuentemente la calibración de los medidores de nivel sonoro.

12.3. Una fuente sonora que descansa sobre la tierra produce niveles de presión sonora de 90, 85, 80, y 75 dB *re* 0,0002 microbar en los centros de cuatro sectores iguales de una superficie hemisférica de 1 m de radio y centro en la fuente. Determinar el nivel de potencia total suponiendo presión barométrica y temperatura normales. Hallar también los índices de directividad correspondientemente asociados con las cuatro áreas.

12.4. Los siguientes datos han sido tomados con un analizador del tipo de ancho de banda porcentual constante respecto de una fuente de ruido de espectro continuo. Si el ancho de banda del analizador es del 2 por ciento de la frecuencia media, determinar los niveles en las bandas de octava usuales.

Frecuencia, c/s	*Nivel de banda en dB re 0,0002 microbar*
30	33
50	36
100	44
200	55
500	52
1000	50
2000	50
5000	50
10.000	50

12.5. Se quiere medir el espectro de nivel de potencia de un gran trasformador industrial para intemperie, de 50 c/s, equipado con grandes ventiladores de enfriamiento. El propósito del ensayo es el de determinar el espectro de ruido en detalle y los niveles de bandas de octava. Suponer que se va a necesitar un cable de 300 m; que se encontrarán temperaturas de hasta 40° C, y que han de medirse niveles de ruido comprendidos entre 40 y 80 dB.

Discutir la elección de los aparatos, cómo y en qué posiciones se tomarían las lecturas, y cómo se anotarían estas lecturas y se representarían gráficamente los resultados.

12.6. Dos micrófonos de capacitor idénticos deben ser calibrados por la técnica de reciprocidad. Si la respuesta de baja frecuencia en circuito abierto de cada uno es de — 50 dB *re* 1 volt para un campo de presión sonora de 0,1 newton/m^2; si la capacitancia eléctrica de cada uno es de 50 $\mu\mu$F cuando el micrófono está en el espacio libre; si la compliancia acústica de cada diafragma con los terminales eléctricos en circuito abierto es de 10^{-12} m^5/newton; y si el volumen del espacio de aire de acoplamiento es de 10^{-5} m^3, hallar la relación de la tensión de circuito abierto producido por el micrófono Nº 2 a la tensión de excitación del micrófono Nº 1 cuando los diafragmas de ambos micrófonos terminan en el espacio de acoplamiento.

Capítulo 13

13.1. Determinar el nivel de sonoridad en fon de cada uno de los tres sonidos siguientes y el nivel de sonoridad total de la combinación: (*a*) un tono puro de 70 dB SPL a 2000 c/s; (*b*) una banda de ruido blanco de nivel espectral igual a 50 dB y situada entre 800 y 1000 c/s; (*c*) un tono puro de 80 dB SPL a 40 c/s.

13.2. Indicar si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

(*a*) Se está escuchando una señal de Código Morse de 1000 c/s en presencia de ruido. Un filtro de 100 c/s de ancho de banda centrado a 1000 c/s mejora la capacidad para interpretar las señales.

(*b*) Un tono puro de 60 dB de nivel de presión sonora a 100 c/s es menos de la mitad de sonoro que un tono puro de 60 dB de presión sonora a 3000 c/s. Suponer que la comparación se hace en el espacio libre y que la función de trasferencia de la Fig. 13.11 es una medida de sonoridad.

(*c*) La altura y la coordenada de posición de los grupos de filetes nerviosos en la membrana basilar están relacionados con la frecuencia aproximadamente del mismo modo.

(*d*) En general un tono de frecuencia media es más enmascarado por un tono de baja frecuencia que por un tono de alta frecuencia.

13.3. El nivel de espectro de un ruido en función de la frecuencia pasa por los siguientes puntos:

Frecuencia, c/s	*Nivel espectral, dB, re 0,0002 microbar*
50	66
350	53
700	49
1000	48
1600	51
2200	57
3000	55
4000	51
5000	49
8000	45
12.000	43

Trazar una curva promedio en papel semilogarítmico por estos puntos para obtener el gráfico del nivel espectral en función de la frecuencia.

Calcular el nivel de sonoridad en bandas de 300 mel hasta una altura de 3000 mel. Hallar el nivel de sonoridad total.

13.4. Dados siete tonos puros con las siguientes frecuencias y niveles de presión sonora:

Frecuencia, c/s	*Niveles de presión sonora dB, re 0,0002 microbar*
40	85
100	80
300	78
700	82
1500	68
3500	75
9000	70

(*a*) En papel semilogarítmico, trazar la curva de nivel de sonoridad en función de la frecuencia dibujando una línea vertical en correspondencia con la frecuencia de cada uno de los siete tonos.

(*b*) Suponer que la presión sonora de cada uno de estos tonos se reduce en 30 dB. Volver a representar el nivel de sonoridad en función de la frecuencia y determinar el nivel de sonoridad de la combinación.

(*c*) Conforme a este ejercicio, ¿afecta la posición del control de volumen de un radiorreceptor la fidelidad de lo que se escucha?

13.5. (*a*) El ruido en un automóvil que viaja a 65 Km/H se mide con un analizador de sonido que tiene un filtro que es continuamente variable en función de la frecuencia. El ancho de banda del filtro es de $0{,}02f$. Convertir los niveles de presión sonora medidos, dados abajo, en niveles espectrales y representar éstos en un papel semilogarítmico de dos décadas.

Frecuencia, c/s	*Niveles de presión sonora dB, re* 0,0002 *microbar*
100	64
200	67
400	69
800	65
1200	61
2500	52
5000	49
10.000	52

(*b*) Se necesitan en el automóvil un ventilador, un vibrador y un grupo motogenerador para fines especiales. El ventilador produce un tono cuya frecuencia es de 150 c/s, el vibrador produce un tono de 3000 c/s, y el motogenerador, uno de 670 c/s. ¿Cuáles deben ser las especificaciones de ruido de estos aparatos si han de resultar inaudibles cuando el automóvil viaja a más de 65 Km/H? Suponer que los tres dispositivos se obtienen justamente con el nivel de ruido tolerable en cada uno. ¿Cuál será el nivel de sonoridad de los tres tonos juntos con el automóvil parado?

APÉNDICE

TABLA DE CONVERSIÓN DE DECIBELES †

Es conveniente en las mediciones y los cálculos en electroacústica expresar las relaciones entre dos cantidades cualesquiera de potencia acústica o eléctrica en unidades logarítmicas. Para este fin se utiliza el *decibel,* basado en los logaritmos decimales o vulgares.

Dado que la tensión y la presión sonora están relacionadas con la potencia por medio de la impedancia, el decibel puede usarse para expresar relaciones de tensión o de presión sonora, si se tienen en cuenta debidamente las impedancias asociadas.

Las tablas I y II han sido preparadas para facilitar las conversaciones en cualquier sentido entre el número de decibeles y las correspondientes relaciones de potencia, tensión eléctrica y presión acústica.

Para hallar valores que están fuera de los límites de las tablas de conversión. Los valores que están fuera de los límites de la tabla I o de la tabla II pueden hallarse con ayuda de las siguientes reglas:

Tabla I: Relaciones de decibeles a tensión, presión sonora y potencia:

NÚMERO DE DECIBELES POSITIVO. Restar + 20 dB sucesivamente del número de decibeles dado hasta que el resto caiga dentro de los límites de la tabla I. *Para hallar la relación de tensiones (presión sonora),* multiplicar el valor correspondiente de la columna de la derecha por 10 tantas veces como veces se ha restado 20 dB. *Para hallar la relación de potencias,* multiplicar el correspondiente valor de la columna de la derecha por 100 tantas veces como veces se ha restado 20 dB.

Ejemplo.—*Dado*: 49,2 dB

$$49{,}2\ \text{dB} - 20\ \text{dB} - 20\ \text{dB} = 9{,}2\ \text{dB}$$

Relación de tensiones (presión sonora): 9,2 dB →

$$2{,}884 \times 10 \times 10 = 288{,}4$$

Relación de potencias: 9,2 dB →

$$8{,}318 \times 100 \times 100 = 83.180$$

NÚMERO DE DECIBELES NEGATIVO. Sumar sucesivamente 20 dB hasta obtener un número de dB que caiga dentro de los límites de la tabla I. *Para las relaciones de*

---

† Cortesía de General Radio Company, Cambridge, Mass.

tensiones (*presiones sonoras*) dividir el valor obtenido en la columna izquierda por 10 tantas veces como veces se ha sumado 20 dB. *Para relaciones de potencias*, dividir el valor obtenido en la correspondiente columna de la izquierda por 100 tantas veces como veces se han sumado 20 dB.

Ejemplo.—*Dado*: —49,2 dB.

$$-49{,}2 \text{ dB} + 20 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = -9{,}2 \text{ dB}$$

Relación de tensiones (*presiones sonoras*): —9,2 dB →

$$0{,}3467 \times 1/10 \times 1/10 = 0{,}003467$$

Relación de potencias: —9,2 dB →

$$0{,}1202 \times 1/100 \times 1/100 = 0{,}00001202$$

Tabla II: *Relaciones de tensiones y presiones sonoras a decibeles*

PARA RELACIONES MENORES QUE LAS DE LA TABLA. Multiplicar la relación dada por 10 sucesivamente hasta que el producto caiga dentro de los límites de la tabla. Del número de decibeles así hallado, restar 20 dB tantas veces se ha multiplicado por 10.

Ejemplo.— *Dada*: Relación de tensiones (presiones) = 0,0131

$$0{,}0131 \times 10 \times 10 = 1{,}31$$

De la tabla II, 1,31

$$2{,}345 \text{ dB} - 20 \text{ dB} - 20 \text{ dB} = -37{,}655 \text{ dB}$$

PARA RELACIONES MAYORES QUE LAS DE LA TABLA. Dividir la relación dada por 10 sucesivamente hasta que el cociente caiga dentro de los límite de la tabla. Al número de decibeles hallado, sumar 20 dB tantas veces como veces se ha dividido por 10.

Ejemplo.—*Dada*: Relación de tensiones (presiones sonoras) = 7,12

$$712 \times 1/10 \times 1/10 = 7{,}12$$

De la tabla II, 7,12

$$17{,}050 \text{ dB} + 20 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = 57{,}050 \text{ dB}$$

TABLA I. Conversión de decibeles a relaciones de tensiones, presiones sonoras y potencias.

Signo de la cifra de dB: Para valores positivos de los dB, las relaciones de tensión o de potencia son mayores que la unidad. Utilizar las dos columnas de la derecha de la columna dB. Para valores negativos de los dB, las relaciones son menores que la unidad. Usar las columnas de la izquierda. Usar las columnas de tensión para presiones sonoras.

Ejemplo: *Dados*: ±9.1 db. *Hallar*:

	Relación de potencias	Relación de tensiones
+9.1 db	8.128	2.851
−9.1 db	0.1230	0.3508

−	−	db	+	+	−	−	db	+	+
Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias	Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias
1.0000	1.0000	0	1.000	1.000	0.7079	0.5012	3.0	1.413	1.995
0.9886	0.9772	0.1	1.012	1.023	0.6998	0.4898	3.1	1.429	2.042
0.9772	0.9550	0.2	1.023	1.047	0.6918	0.4786	3.2	1.445	2.089
0.9661	0.9333	0.3	1.035	1.072	0.6839	0.4677	3.3	1.462	2.138
0.9550	0.9120	0.4	1.047	1.096	0.6761	0.4571	3.4	1.479	2.188
0.9441	0.8913	0.5	1.059	1.122	0.6683	0.4467	3.5	1.496	2.239
0.9333	0.8710	0.6	1.072	1.148	0.6607	0.4365	3.6	1.514	2.291
0.9226	0.8511	0.7	1.084	1.175	0.6531	0.4266	3.7	1.531	2.344
0.9120	0.8318	0.8	1.096	1.202	0.6457	0.4169	3.8	1.549	2.399
0.9016	0.8128	0.9	1.109	1.230	0.6383	0.4074	3.9	1.567	2.455
0.8913	0.7943	1.0	1.122	1.259	0.6310	0.3981	4.0	1.585	2.512
0.8810	0.7762	1.1	1.135	1.288	0.6237	0.3890	4.1	1.603	2.570
0.8710	0.7586	1.2	1.148	1.318	0.6166	0.3802	4.2	1.622	2.630
0.8610	0.7413	1.3	1.161	1.349	0.6095	0.3715	4.3	1.641	2.692
0.8511	0.7244	1.4	1.175	1.380	0.6026	0.3631	4.4	1.660	2.754
0.8414	0.7079	1.5	1.189	1.413	0.5957	0.3548	4.5	1.679	2.818
0.8318	0.6918	1.6	1.202	1.445	0.5888	0.3467	4.6	1.698	2.884
0.8222	0.6761	1.7	1.216	1.479	0.5821	0.3388	4.7	1.718	2.951
0.8128	0.6607	1.8	1.230	1.514	0.5754	0.3311	4.8	1.738	3.020
0.8035	0.6457	1.9	1.245	1.549	0.5689	0.3236	4.9	1.758	3.090
0.7943	0.6310	2.0	1.259	1.585	0.5623	0.3162	5.0	1.778	3.162
0.7852	0.6166	2.1	1.274	1.622	0.5559	0.3090	5.1	1.799	3.236
0.7762	0.6026	2.2	1.288	1.660	0.5495	0.3020	5.2	1.820	3.311
0.7674	0.5888	2.3	1.303	1.698	0.5433	0.2951	5.3	1.841	3 368
0.7586	0.5754	2.4	1.318	1.738	0.5370	0.2884	5.4	1.862	3.467
0.7499	0.5623	2.5	1.334	1.778	0.5309	0.2818	5.5	1.884	3.548
0.7413	0.5495	2.6	1.349	1.820	0.5248	0.2754	5.6	1.905	3.631
0.7328	0.5370	2.7	1.365	1.862	0.5188	0.2692	5.7	1.928	3.715
0.7244	0.5248	2.8	1.380	1.905	0.5129	0.2630	5.8	1.950	3.802
0.7161	0.5129	2.9	1.396	1.950	0.5070	0.2570	5.9	1.972	3.890

−		db	+		−		db	+	
Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias	Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias
0.5012	0.2512	6.0	1.995	3.981	0.3350	0.1122	9.5	2.985	8.913
0.4955	0.2455	6.1	2.018	4.074	0.3311	0.1096	9.6	3.020	9.120
0.4898	0.2399	6.2	2.042	4.169	0.3273	0.1072	9.7	3.055	9.333
0.4842	0.2344	6.3	2.065	4.266	0.3236	0.1047	9.8	3.090	9.550
0.4786	0.2291	6.4	2.089	4.365	0.3199	0.1023	9.9	3.126	9.772
0.4732	0.2239	6.5	2.113	4.467	0.3162	0.1000	10.0	3.162	10.000
0.4677	0.2188	6.6	2.138	4.571	0.3126	0.09772	10.1	3.199	10.23
0.4624	0.2138	6.7	2.163	4.677	0.3090	0.09550	10.2	3.236	10.47
0.4571	0.2089	6.8	2.188	4.786	0.3055	0.09333	10.3	3.273	10.72
0.4519	0.2042	6.9	2.213	4.898	0.3020	0.09120	10.4	3.311	10.96
0.4467	0.1995	7.0	2.239	5.012	0.2985	0.08913	10.5	3.350	11.22
0.4416	0.1950	7.1	2.265	5.129	0.2951	0.08710	10.6	3.388	11.48
0.4365	0.1905	7.2	2.291	5.248	0.2917	0.08511	10.7	3.428	11.75
0.4315	0.1862	7.3	2.317	5.370	0.2884	0.08318	10.8	3.467	12.02
0.4266	0.1820	7.4	2.344	5.495	0.2851	0.08128	10.9	3.508	12.30
0.4217	0.1778	7.5	2.371	5.623	0.2818	0.07943	11.0	3.548	12.59
0.4169	0.1738	7.6	2.399	5.754	0.2786	0.07762	11.1	3.589	12.88
0.4121	0.1698	7.7	2.427	5.888	0.2754	0.07586	11.2	3.631	13.18
0.4074	0.1660	7.8	2.455	6.026	0.2723	0.07413	11.3	3.673	13.49
0.4027	0.1622	7.9	2.483	6.166	0.2692	0.07244	11.4	3.715	13.80
0.3981	0.1585	8.0	2.512	6.310	0.2661	0.07079	11.5	3.758	14.13
0.3936	0.1549	8.1	2.541	6.457	0.2630	0.06918	11.6	3.802	14.45
0.3890	0.1514	8.2	2.570	6.607	0.2600	0.06761	11.7	3.846	14.79
0.3846	0.1479	8.3	2.600	6.761	0.2570	0.06607	11.8	3.890	15.14
0.3802	0.1445	8.4	2.630	6.918	0.2541	0.06457	11.9	3.936	15.49
0.3758	0.1413	8.5	2.661	7.079	0.2512	0.06310	12.0	3.981	15.85
0.3715	0.1380	8.6	2.692	7.244	0.2483	0.06166	12.1	4.027	16.22
0.3673	0.1349	8.7	2.723	7.413	0.2455	0.06026	12.2	4.074	16.60
0.3631	0.1318	8.8	2.754	7.586	0.2427	0.05888	12.3	4.121	16.98
0.3589	0.1288	8.9	2.786	7.762	0.2399	0.05754	12.4	4.169	17.38
0.3548	0.1259	9.0	2.818	7.943	0.2371	0.05623	12.5	4.217	17.78
0.3508	0.1230	9.1	2.851	8.128	0.2344	0.05495	12.6	4.266	18.20
0.3467	0.1202	9.2	2.884	8.318	0.2317	0.05370	12.7	4.315	18.62
0.3428	0.1175	9.3	2.917	8.511	0.2291	0.05248	12.8	4.365	19.05
0.3388	0.1148	9.4	2.951	8.710	0.2265	0.05129	12.9	4.416	19.50

−		db	+		−		db	+	
Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias	Relación de tensiones	Relación de potencias		Relación de tensiones	Relación de potencias
0.2239	0.05012	13.0	4.467	19.95	0.1496	0.02239	16.5	6.683	44.67
0.2213	0.04898	13.1	4.519	20.42	0.1479	0.02188	16.6	6.761	45.71
0.2188	0.04786	13.2	4.571	20.89	0.1462	0.02138	16.7	6.839	46.77
0.2163	0.04677	13.3	4.624	21.38	0.1445	0.02089	16.8	6.918	47.86
0.2138	0.04571	13.4	4.677	21.88	0.1429	0.02042	16.9	6.998	48.98
0.2113	0.04467	13.5	4.732	22.39	0.1413	0.01995	17.0	7.079	50.12
0.2089	0.04365	13.6	4.786	22.91	0.1396	0.01950	17.1	7.161	51.29
0.2065	0.04266	13.7	4.842	23.44	0.1380	0.01905	17.2	7.244	52.48
0.0242	0.04169	13.8	4.898	23.99	0.1365	0.01862	17.3	7.328	53.70
0.2018	0.04074	13.9	4.955	24.55	0.1349	0.01820	17.4	7.413	54.95
0.1995	0.03981	14.0	5.012	25.12	0.1334	0.01778	17.5	7.499	56.23
0.1972	0.03890	14.1	5.070	25.70	0.1318	0.01738	17.6	7.586	57.54
0.1950	0.03802	14.2	5.129	26.30	0.1303	0.01698	17.7	7.674	58.88
0.1928	0.03715	14.3	5.188	26.92	0.1288	0.01660	17.8	7.762	60.26
0.1905	0.03631	14.4	5.248	27.54	0.1274	0.01622	17.9	7.852	61.66
0.1884	0.03548	14.5	5.309	28.18	0.1259	0.01585	18.0	7.943	63.10
0.1862	0.03467	14.6	5.370	28.84	0.1245	0.01549	18.1	8.035	64.57
0.1841	0.03388	14.7	5.433	29.51	0.1230	0.01514	18.2	8.128	66.07
0.1820	0.03311	14.8	5.495	30.20	0.1216	0.01479	18.3	8.222	67.61
0.1799	0.03236	14.9	5.559	30.90	0.1202	0.01445	18.4	8.318	69.18
0.1778	0.03162	15.0	5.623	31.62	0.1189	0.01413	18.5	8.414	70.79
0.1758	0.03090	15.1	5.689	32.36	0.1175	0.01380	18.6	8.511	72.44
0.1738	0.03020	15.2	5.754	33.11	0.1161	0.01349	18.7	8.610	74.13
0.1718	0.02951	15.3	5.821	33.88	0.1148	0.01318	18.8	8.710	75.86
0.1698	0.02884	15.4	5.888	34.67	0.1135	0.01288	18.9	8.811	77.62
0.1679	0.02818	15.5	5.957	35.48	0.1122	0.01259	19.0	8.913	79.43
0.1660	0.02754	15.6	6.026	36.31	0.1109	0.01230	19.1	9.016	81.28
0.1641	0.02692	15.7	6.095	37.15	0.1096	0.01202	19.2	9.120	83.18
0.1622	0.02630	15.8	6.166	38.02	0.1084	0.01175	19.3	9.226	85.11
0.1603	0.02570	15.9	6.237	38.90	0.1072	0.01148	19.4	9.333	87.10
0.1585	0.02512	16.0	6.310	39.81	0.1059	0.01122	19.5	9.441	89.13
0.1567	0.02455	16.1	6.383	40.74	0.1047	0.01096	19.6	9.550	91.20
0.1549	0.02399	16.2	6.457	41.69	0.1035	0.01072	19.7	9.661	93.33
0.1531	0.02344	16.3	6.531	42.66	0.1023	0.01047	19.8	9.772	95 50
0.1514	0.02291	16.4	6.607	43.65	0.1012	0.01023	19.9	9.886	97.72
					0.1000	0.01000	20.0	10.000	100.00

Tabla I. Conversión de decibeles a relaciones de tensiones, presiones sonoras y potencias. †

–		db	+	
Relación de tensiones	Relación de potencias		**Relación de tensiones**	Relación de potencias
3.162×10^{-1}	10^{-1}	10	3.162	10
10^{-1}	10^{-2}	20	10	10^{2}
3.162×10^{-2}	10^{-3}	30	3.162×10	10^{3}
10^{-2}	10^{-4}	40	10^{2}	10^{4}
3.162×10^{-3}	10^{-5}	50	3.162×10^{2}	10^{5}
10^{-3}	10^{-6}	60	10^{3}	10^{6}
3.162×10^{-4}	10^{-7}	70	3.162×10^{3}	10^{7}
10^{-4}	10^{-8}	80	10^{4}	10^{8}
3.162×10^{-5}	10^{-9}	90	3.162×10^{4}	10^{9}
10^{-5}	10^{-10}	100	10^{5}	10^{10}

† Para hallar relaciones fuera del alcance de esta tabla, véase página 481.

TABLA II. Relación de tensiones y presiones sonoras a decibeles †

Relaciones de tensiones y presiones sonoras. Usar la tabla directamente.

Relaciones de potencias. Para hallar el número de decibeles corresponde a una relación dada de potencias: Suponer que la relación de potencias es una relación de tensiones y hallar el correspondiente número de dB de la tabla. Dividir por dos el valor obtenido.

Ejemplo: Dada la relación de potencias de 3,41, hallar el número de decibeles.

De la tabla 10,655 dB × ½ = 5,328 dB

Relación de tensiones	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.000	0.086	0.172	0.257	0.341	0.424	0.506	0.588	0.668	0.749
1.1	0.828	0.906	0.984	1.062	1.138	1.214	1.289	1.364	1.438	1.511
1.2	1.584	1.656	1.727	1.798	1.868	1.938	2.007	2.076	2.144	2.212
1.3	2.279	2.345	2.411	2.477	2.542	2.607	2.671	2.734	2.798	2.860
1.4	2.923	2.984	3.046	3.107	3.167	3.227	3.287	3.346	3.405	3.464
1.5	3.522	3.580	3.637	3.694	3.750	3.807	3.862	3.918	3.973	4.028
1.6	4.082	4.137	4.190	4.244	4.297	4.350	4.402	4.454	4.506	4.558
1.7	4.609	4.660	4.711	4.761	4.811	4.861	4.910	4.959	5.008	5.057
1.8	5.105	5.154	5.201	5.249	5.296	5.343	5.390	5.437	5.483	5.529
1.9	5.575	5.621	5.666	5.711	5.756	5.801	5.845	5.889	5.933	5.977
2.0	6.021	6.064	6.107	6.150	6.193	6.235	6.277	6.319	6.361	6.403
2.1	6.444	6.486	6.527	6.568	6.608	6.649	6.689	6.729	6.769	6.809
2.2	6.848	6.888	6.927	6.966	7.008	7.044	7.082	7.121	7.159	7.197
2.3	7.235	7.272	7.310	7.347	7.384	7.421	7.458	7.495	7.532	7.568
2.4	7.604	7.640	7.676	7.712	7.748	7.783	7.819	7.854	7.889	7.924
2.5	7.959	7.993	8.028	8.062	8.097	8.131	8.165	8.199	8.232	8.266
2.6	8.299	8.333	8.366	8.399	8.432	8.465	8.498	8.530	8.563	8.595
2.7	8.627	8.659	8.691	8.723	8.755	8.787	8.818	8.850	8.881	8.912
2.8	8.943	8.974	9.005	9.036	9.066	9.097	9.127	9.158	9.188	9.218
2.9	9.248	9.278	9.308	9.337	9.367	9.396	9.426	9.455	9.484	9.513
3.0	9.542	9.571	9.600	9.629	9.657	9.686	9.714	9.743	9.771	9.799
3.1	9.827	9.855	9.883	9.911	9.939	9.966	9.994	10.021	10.049	10.076
3.2	10.103	10.130	10.157	10.184	10.211	10.238	10.264	10.291	10.317	10.344
3.3	10.370	10.397	10.423	10.449	10.475	10.501	10.527	10.553	10.578	10.604
3.4	10.630	10.655	10.681	10.706	10.731	10.756	10.782	10.807	10.832	10.857
3.5	10.881	10.906	10.931	10.955	10.980	11.005	11.029	11.053	11.078	11.102
3.6	11.126	11.150	11.174	11.198	11.222	11.246	11.270	11.293	11.317	11.341
3.7	11.364	11.387	11.411	11.434	11.457	11.481	11.504	11.527	11.550	11.573
3.8	11.596	11.618	11.641	11.664	11.687	11.709	11.732	11.754	11.777	11.799
3.9	11.821	11.844	11.866	11.888	11.910	11.932	11.954	11.976	11.998	12.019
4.0	12.041	12.063	12.085	12.106	12.128	12.149	12.171	12.192	12.213	12.234
4.1	12.256	12.277	12.298	12.319	12.340	12.361	12.382	12.403	12.424	12.444
4.2	12.465	12.486	12.506	12.527	12.547	12.568	12.588	12.609	12.629	12.649
4.3	12.669	12.690	12.710	12.730	12.750	12.770	12.790	12.810	12.829	12.849
4.4	12.869	12.889	12.908	12.928	12.948	12.967	12.987	13.006	13.026	13.045

Relación de tensiones	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
4.5	13.064	13.084	13.103	13.122	13.141	13.160	13.179	13.198	13.217	13.236
4.6	13.255	13.274	13.293	13.312	13.330	13.349	13.368	13.386	13.405	13.423
4.7	13.442	13.460	13.479	13.497	13.516	13.534	13.552	13.570	13.589	13.607
4.8	13.625	13.643	13.661	13.679	13.697	13.715	13.733	13.751	13.768	13.786
4.9	13.804	13.822	13.839	13.857	13.875	13.892	13.910	13.927	13.945	13.962
5.0	13.979	13.997	14.014	14.031	14.049	14.066	14.083	14.100	14.117	14.134
5.1	14.151	14.168	14.185	14.202	14.219	14.236	14.253	14.270	14.287	14.303
5.2	14.320	14.337	14.353	14.370	14.387	14.403	14.420	14.436	14.453	14.469
5.3	14.486	14.502	14.518	14.535	14.551	14.567	14.538	14.599	14.616	14.632
5.4	14.648	14.664	14.680	14.696	14.712	14.728	14.744	14.760	14.776	14.791
5.5	14.807	14.823	14.839	14.855	14.870	14.886	14.902	14.917	14.933	14.948
5.6	14.964	14.979	14.995	15.010	15.026	15.041	15.056	15.072	15.087	15.102
5.7	15.117	15.133	15.148	15.163	15.178	15.193	15.208	15.224	15.239	15.254
5.8	15.269	15.284	15.298	15.313	15.328	15.343	15.358	15.373	15.388	15.402
5.9	15.417	15.432	15.446	15.461	15.476	15.490	15.505	15.519	15.534	15.549
6.0	15.563	15.577	15.592	15.606	15.621	15.635	15.649	15.664	15.678	15.692
6.1	15.707	15.721	15.735	15.749	15.763	15.778	15.792	15.806	15.820	15.834
6.2	15.848	15.862	15.876	15.890	15.904	15.918	15.931	15.945	15.959	15.973
6.3	15.987	16.001	16.014	16.028	16.042	16.055	16.069	16.083	16.096	16.110
6.4	16.124	16.137	16.151	16.164	16.178	16.191	16.205	16.218	16.232	16.245
6.5	16.258	16.272	16.285	16.298	16.312	16.325	16.338	16.351	16.365	16.378
6.6	16.391	16.404	16.417	16.430	16.443	16.456	16.469	16.483	16.496	16.509
6.7	16.521	16.534	16.547	16.560	16.573	16.586	16.599	16.612	16.625	16.637
6.8	16.650	16.663	16.676	16.688	16.701	16.714	16.726	16.739	16.752	16.764
6.9	16.777	16.790	16.802	16.815	16.827	16.840	16.852	16.865	16.877	16.890
7.0	16.902	16.914	16.927	16.939	16.951	16.964	16.976	16.988	17.001	17.013
7.1	17.025	17.037	17.050	17.062	17.074	17.086	17.098	17.110	17.122	17.135
7.2	17.147	17.159	17.171	17.183	17.195	17.207	17.219	17.231	17.243	17.255
7.3	17.266	17.278	17.290	17.302	17.314	17.326	17.338	17.349	17.361	17.373
7.4	17.385	17.396	17.408	17.420	17.431	17.443	17.455	17.466	17.748	17.490
7.5	17.501	17.513	17.524	17.536	17.547	17.559	17.570	17.582	17.593	17.605
7.6	17.616	17.628	17.639	17.650	17.662	17.673	17.685	17.696	17.707	17.719
7.7	17.730	17.741	17.752	17.764	17.775	17.786	17.797	17.808	17.820	17.831
7.8	17.842	17.853	17.864	17.875	17.886	17.897	17.908	17.919	17.931	17.942
7.9	17.953	17.964	17.975	17.985	17.996	18.007	18.018	18.020	18.040	18.051
8.0	18.062	18.073	18.083	18.094	18.105	18.116	18.127	18.137	18.148	18.159
8.1	18.170	18.180	18.191	18.202	18.212	18.223	18.234	18.244	18.255	18.266
8.2	18.276	18.287	18.297	18.308	18.319	18.329	18.340	18.350	18.361	18.371
8.3	18.382	18.392	18.402	18.413	18.423	18.434	18.444	18.455	18.465	18.475
8.4	18.486	18.486	18.506	18.517	18.527	18.537	18.547	18.558	18.568	18.578

Relación de tensiones	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
8.5	18.588	18.599	18.609	18.619	18.629	18.639	18.649	18.660	18.670	18 680
8.6	18.690	18.700	18.710	18.720	18.730	18.740	18.750	18.760	18.770	18.780
8.7	18.790	18.800	18.810	18.820	18.830	18.840	18.850	18.860	18.870	18.880
8.8	18.890	18.900	18.909	18.919	18.929	18.939	18.949	18.958	18.968	18.978
8.9	18.988	18.998	19.007	19.017	19.027	19.036	19.046	19.056	19.066	19.075
9.0	19.085	19.094	19.104	19.114	19.123	19.133	19.143	19.152	19.162	19.171
9.1	19.181	19.190	19.200	19.209	19.219	19.228	19.238	19.247	19.257	19.266
9.2	19.276	19.285	19.295	19.304	19.313	19.323	19.332	19.342	19.351	19.360
9.3	19.370	19.379	19.388	19.398	19.407	19.416	19.426	19.435	19.444	19.453
9.4	19.463	19.472	19.481	19.490	19.499	19.509	19.518	19.527	19.536	19.545
9.5	19.554	19.564	19.573	19.582	19.591	19.600	19.609	19.618	19.627	19.636
9.6	19.645	19.654	19.664	19.673	19 682	19.691	19.700	19.709	19.718	19.726
9.7	19.735	19.744	19.753	19.762	19.771	19.780	19.789	19.798	19.807	19.816
9.8	19.825	19.833	19.842	19.851	19.860	19.869	19.878	19.886	19.895	19.904
9.9	19.913	19.921	19.930	19.939	19.948	19.956	19.965	19.974	19.983	19.991
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20.000	20.828	21.584	22.279	22.923	23.522	24.082	24.609	25.105	25.575
20	26.021	26.444	26.848	27.235	27.604	27.959	28.299	28.627	28.943	29 248
30	29.542	29.827	30.103	30.370	30.630	30.881	31.126	31.364	31 596	31 821
40	32.041	32.256	32.465	32.669	32.869	33.064	33.255	33.442	33.625	33.804
50	33.979	34.151	34.320	34.486	34.648	34.807	34.964	35.117	35.269	35.417
60	35.563	35.707	35.848	35.987	36.124	36.258	36.391	36.521	36.650	36.777
70	36.902	37.025	37.147	37.266	37.385	37.501	37.616	37.730	37.842	37.953
80	38.062	38.170	38.276	28.382	38.486	38.588	38.690	38.790	38.890	38.988
90	39.085	39.181	39.276	39.370	39.463	39.554	39.645	39.735	39.825	39.913
100	40.000									

† Para hallar relaciones fuera del alcance de esta tabla, véase pág. 481.

ÍNDICE

Pág.

Prefacio VII
Sugestiones para los profesores IX

CAPÍTULO 1. *Introducción y terminología* 1
Parte I. Introducción 1
Parte II. Terminología 8

CAPÍTULO 2. *La ecuación de onda y sus soluciones* 16
Parte III. La ecuación de onda 16
Parte IV. Soluciones de la ecuación de onda 24
Parte V. Densidad de energía e intensidad 41

CAPÍTULO 3. *Circuitos electromecanoacústicos* 49
Parte VI. Circuitos mecánicos 49
Parte VII. Circuitos acústicos 65
Parte VIII. Trasductores 73
Parte IX. Teoremas circuitales, energía y potencia 81

CAPÍTULO 4. *Radiación del sonido* 95
Parte X. Diagramas direccionales 95
Parte XI. Índice de directividad y factor de directividad 113

CAPÍTULO 5. *Componentes acústicos* 121
Parte XII. Impedancias de radiación 121
Parte XIII. Elementos acústicos 134

CAPÍTULO 6. *Micrófonos* 152
Parte XIV. Características generales de los micrófonos 152
Parte XV. Micrófonos de presión 159
Parte XVI. Micrófonos de gradiente y de combinación 188

CAPÍTULO 7. *Altavoces de radiación directa* 194
Parte XVII. Teoría básica del altavoz de radiación directa 194
Parte XVIII. Factores de diseño que afectan el comportamiento del altavoz de radiación directa 207

Pág.

CAPÍTULO 8. *Recintos para altavoces* 221
Parte XIX. Recintos simples 221
Parte XX. Recintos reflectores de bajos (*Bass-reflex*) 254

CAPÍTULO 9. *Altavoces de bocina* 275
Parte XXI. Unidades motoras para bocinas 275
Parte XXII. Bocinas 284

CAPÍTULO 10. *El sonido en los recintos* 303
Parte XXIII. Campos sonoros en los recintos pequeños y regulares .. 303
Parte XXIV. Campos sonoros en los recintos grandes e irregulares .. 315
Parte XXV. Trasmisión del sonido a través de las paredes entre recintos 344

CAPÍTULO 11. *Control de ruido* 352
Parte XXVI. Procedimientos y fuentes 352
Parte XXVII. Caminos de trasmisión acústica 365

CAPÍTULO XII. *Mediciones acústicas* 382
Parte XXVIII. Medición de los niveles acústicos 382
Parte XXIX. Calibración de trasductores por reciprocidad 397

CAPÍTULO 13. *Audición, inteligibilidad y criterios sicoacústicos* 411
Parte XXX. Audición 411
Parte XXXI. Inteligibilidad de la palabra 430
Parte XXXII. Criterios sicoacústicos 440

Problemas 455
Apéndice. Tabla de conversión de decibeles 481

INACAP PEREZ ROSALES
40-000008140

INSTITUTO
VIPRO
BIBLIOTECA